Exploration d'algèbres de Kac: Un beau voyage avec Marie-Claude

Nicolas M. Thiéry

Laboratoire de Recherche en Informatique, Université Paris-Sud

Journée en l'honneur de Marie-Claude David, 4 février 2019

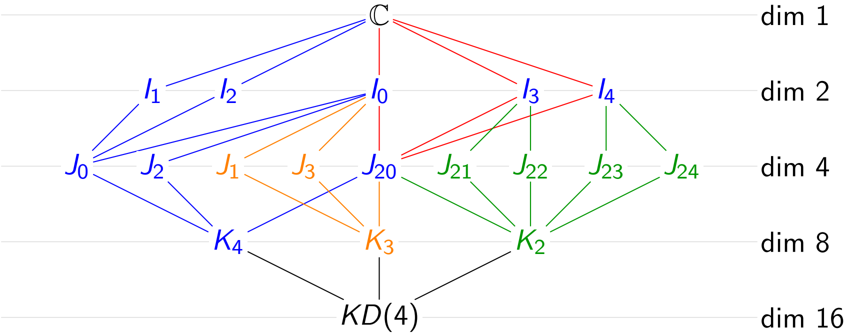
Contexte : algèbres de Kac de dimension finie

Contexte : Sous-facteurs

Exploration des treillis des coidéaux d'algèbres de Kac

Isomorphismes

Treillis



Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)

Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Cadre algébrique contenant les deux ?

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)

Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Cadre algébrique contenant les deux ?

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité

  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)

Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Cadre algébrique contenant les deux ?

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Cadre algébrique contenant les deux ?

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Cadre algébrique contenant les deux ?

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Algèbres de Kac, introduites par Kac/Vainerman

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Algèbres de Kac, introduites par Kac/Vainerman

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?

- Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
- Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Algèbres de Kac, introduites par Kac/Vainerman

- algèbres de dimension finie
- coproduit Δ par dualité
  $\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
- semi-simples / C^*-algèbres

Algèbres de Kac de dimension finie : une motivation

Groupes et dualité

Dual d'un groupe abélien : un groupe (isomorphe)
Pour un groupe non-abélien G ?
– Algèbre des fonctions sur le groupe : $L^\infty(G)$
– Dual de l'algèbre du groupe : $\mathbb{C}[G]$

Algèbres de Kac, introduites par Kac/Vainerman

– algèbres de dimension finie
– coproduit Δ par dualité
$\Longrightarrow$ algèbres de Hopf
– semi-simples / C^*-algèbres

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

– Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

– Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
– KP
– $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

– Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

– B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

– Construction par **composition de sous-facteurs**
– Classification, dim ≤ 24

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

– Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

– Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
– KP
– $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

– Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

– B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

– Construction par **composition de sous-facteurs**
– Classification, dim ≤ 24

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

- Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

- Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
- KP
- $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

- Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

- B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

- Construction par **composition de sous-facteurs**
- Classification, dim ≤ 24

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

– Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

– Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
– KP
– $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

– Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

– B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

– Construction par **composition de sous-facteurs**
– Classification, dim ≤ 24

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

- Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

- Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
- KP
- $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

- Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

- B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

- Construction par **composition de sous-facteurs**
- Classification, dim ≤ 24

Exemples d'algèbres de Kac de dim finie ?

Kac-Paljutkin, 1966

– Algèbre de KP, dim 8

Enock, Vainerman, 1996

– Construction par **déformation d'algèbre de groupe**
– KP
– $KD(3)$: dimension 12

Vainerman, Nikshych (1998)

– Généralisation : $KD(n)$, $KQ(n)$: dim $4n$

Masuoka (2000)

– B_{4m} : dim $4n$

Isuki, Kosaki (2002)

– Construction par **composition de sous-facteurs**
– Classification, dim ≤ 24

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad := \qquad \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix}$$

Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\Longrightarrow$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad := \qquad \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\Longrightarrow$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

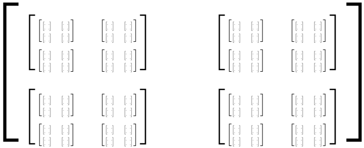
$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad := \qquad \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \star & \star \\ \star & \star \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\Longrightarrow$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad := $$

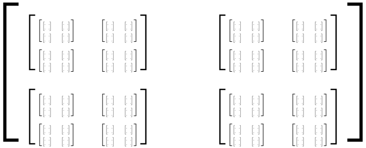


Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\implies$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad :=$$

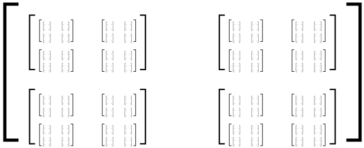


Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\Longrightarrow$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \quad :=$$

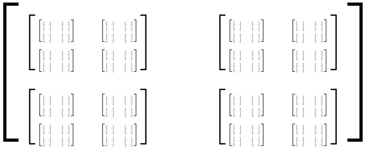


Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\implies$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad :=$$

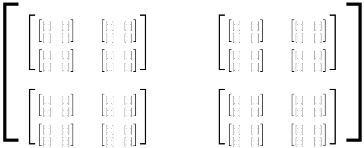


Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\implies$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \quad := $$

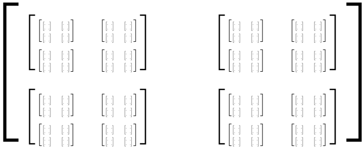


Propriétés ?

- Algèbre
- Unique trace normale $\Longrightarrow$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \quad :=$$



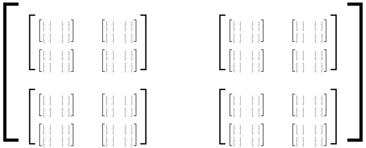
Algèbre de von Neumann, Facteur

- Algèbre
- Unique trace normale $\implies$ produit scalaire
- Centre trivial

Lien avec les sous-facteurs

Le facteur hyperfini de type II_1

$$R = \overline{\cup_{n>1} M_{2^n}(\mathbb{C})} \qquad :=$$



Algèbre de von Neumann, Facteur

- Algèbre
- Unique trace normale $\implies$ produit scalaire
- Centre trivial

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Théorie de Galois pour les facteurs ?

Exemple : invariants pour l'action d'un groupe fini

- $R^G \subset R$, où :
- G est un groupe fini
- R^G : invariants (points fixes) pour l'action de G

Correspondance de Galois :

- Treillis des sous-groupes de G
- Facteurs intermédiaires $R^G \subset N \subset R$

Généralisation (... David)

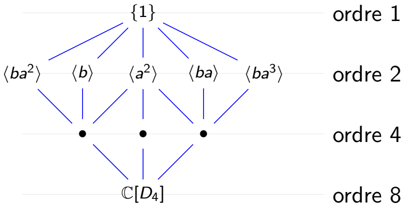
- $N_0 \subset N_1$ inclusion irréductible de profondeur 2
- K : algèbre de Kac de dimension finie

Correspondance de Galois :

- Treillis des *coidalgèbres* de K
- Facteurs intermédiaires $N_0 \subset N \subset N_1$

Exploration des treillis des coidéaux d'algèbres de Kac

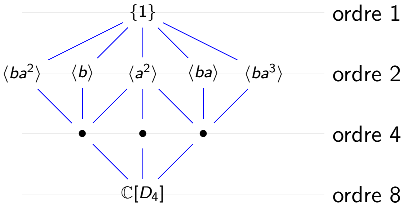
Exemple : Treillis des sous-groupes de $D(4)$



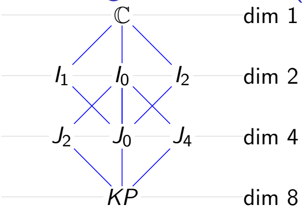
Exemple : Treillis des coidalgèbres de KP (David 2004)

Exploration des treillis des coidéaux d'algèbres de Kac

Exemple : Treillis des sous-groupes de $D(4)$



Exemple : Treillis des coidalgèbres de KP (David 2004)



Sous-algèbres involutives co-idéales à gauche (co-idalgèbres)

Definition (co-idalgebre)

Sous-algèbre involutive co-idéale à gauche I *de* K *:*
sous-C^**-algèbre de* K *avec unité telle que* $\Delta(I) \subset K \otimes I$

Propositions (Vainerman, Nikshych 2002)

- *La restriction de* ε *à* I *est une forme linéaire positive sur* I
- *Il existe un unique projecteur* p_I *du centre de* I *tel que :*

$$\forall x \in I \quad \varepsilon(x) = \dim I \; tr(p_I x) \quad et \quad I p_I = \mathbb{C} p_I$$

  On appelle p_I *le projecteur de Jones de* I
- *Les jambes droites de* $\Delta(p_I) = \sum_k S(x_k^*) \otimes x_k$ *engendrent* I *comme SEV. On note* $I = I(p_I)$

Groupes : opérateur de Reynolds : $\sum_{h \in H} H$

Sous-algèbres involutives co-idéales à gauche (co-idalgèbres)

Definition (co-idalgebre)

Sous-algèbre involutive co-idéale à gauche I *de* K *:*
sous-C^**-algèbre de* K *avec unité telle que* $\Delta(I) \subset K \otimes I$

Propositions (Vainerman, Nikshych 2002)

– *La restriction de* ε *à* I *est une forme linéaire positive sur* I
– *Il existe un unique projecteur* p_I *du centre de* I *tel que :*

$$\forall x \in I \quad \varepsilon(x) = \dim I \; tr(p_I x) \quad et \quad Ip_I = \mathbb{C}p_I$$

On appelle p_I *le projecteur de Jones de* I
– *Les jambes droites de* $\Delta(p_I) = \sum_k S(x_k^*) \otimes x_k$ *engendrent* I *comme SEV. On note* $I = I(p_I)$

Groupes : opérateur de Reynolds : $\sum_{h \in H} H$

Sous-algèbres involutives co-idéales à gauche (co-idalgèbres)

Definition (co-idalgebre)

Sous-algèbre involutive co-idéale à gauche I *de* K *:*
sous-C^**-algèbre de* K *avec unité telle que* $\Delta(I) \subset K \otimes I$

Propositions (Vainerman, Nikshych 2002)

- *La restriction de* ε *à* I *est une forme linéaire positive sur* I
- *Il existe un unique projecteur* p_I *du centre de* I *tel que :*

$$\forall x \in I \quad \varepsilon(x) = \dim I \; tr(p_I x) \quad et \quad Ip_I = \mathbb{C}p_I$$

  On appelle p_I *le projecteur de Jones de* I
- *Les jambes droites de* $\Delta(p_I) = \sum_k S(x_k^*) \otimes x_k$ *engendrent* I *comme SEV. On note* $I = I(p_I)$

Groupes : opérateur de Reynolds : $\sum_{h \in H} H$

Comment rechercher les co-idalgèbres ?

On cherche les projecteurs orthogonaux p dans K tels que :

- p domine e_1 ($pe_1 = e_1 p = e_1$), support de la counité de K
- $1/tr(p)$ divise $\dim K$
- Les *jambes droites* de $\Delta(p)$ engendrent une co-idalgebre de dimension $1/tr(p)$

En pratique

- Réfléchir : forme des projecteurs potentiels ?
- Calculer ...

Comment rechercher les co-idalgèbres ?

On cherche les projecteurs orthogonaux p dans K tels que :

- p domine e_1 ($pe_1 = e_1 p = e_1$), support de la counité de K
- $1/tr(p)$ divise $\dim K$
- Les *jambes droites* de $\Delta(p)$ engendrent une co-idalgebre de dimension $1/tr(p)$

En pratique

- Réfléchir : forme des projecteurs potentiels ?
- Calculer ...

Comment rechercher les co-idalgèbres ?

On cherche les projecteurs orthogonaux p dans K tels que :

- p domine e_1 ($pe_1 = e_1 p = e_1$), support de la counité de K
- $1/tr(p)$ divise $\dim K$
- Les *jambes droites* de $\Delta(p)$ engendrent une co-idalgebre de dimension $1/tr(p)$

En pratique

- Réfléchir : forme des projecteurs potentiels ?
- Calculer ...

Comment rechercher les co-idalgèbres ?

On cherche les projecteurs orthogonaux p dans K tels que :

- p domine e_1 ($pe_1 = e_1 p = e_1$), support de la counité de K
- $1/tr(p)$ divise $\dim K$
- Les *jambes droites* de $\Delta(p)$ engendrent une co-idalgebre de dimension $1/tr(p)$

En pratique

- Réfléchir : forme des projecteurs potentiels ?
- Calculer ...

Des petits calculs de Marie-Claude ...

$$\Delta(e_1+e_4) = (e_1+e_4)\otimes(e_1+e_4) + (e_2+e_3)\otimes(e_2+e_3)$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{j=1,\,j\text{ odd}}^{n-1}\Big((r^j_{1,1}+r^{n-j}_{2,2})\otimes(r^j_{1,1}+r^{n-j}_{2,2}) + (r^j_{2,1}+r^{n-j}_{1,2})\otimes(r^j_{2,1}+r^{n-j}_{1,2})\Big)$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{j=1,\,j\text{ even}}^{n-1}\Big((e^{n-j}_{1,1}+e^j_{2,2})\otimes(e^j_{1,1}+e^{n-j}_{2,2}) + (e^j_{1,2}+e^{n-j}_{2,1})\otimes(e^j_{2,1}+e^{n-j}_{1,2})\Big)\,,$$

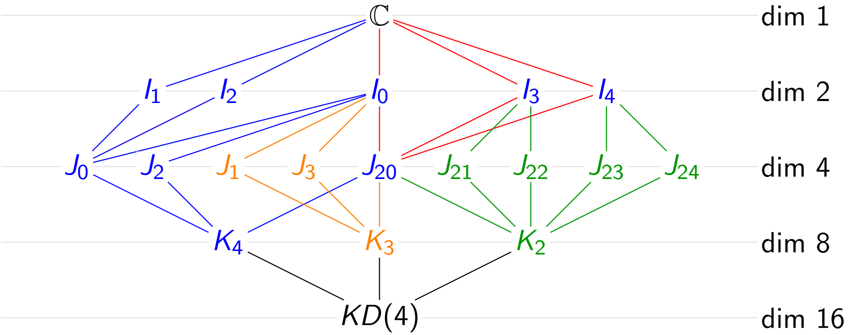
$$\Delta(e_3+e_4) = (e_1+e_2)\otimes(e_3+e_4) + (e_3+e_4)\otimes(e_1+e_2)$$
$$+\sum_{j=1,\,j\text{ odd}}^{n-1} r^j_{1,1}\otimes r^{n-j}_{2,2} + r^j_{2,2}\otimes r^{n-j}_{1,1}$$
$$+\sum_{j=1,\,j\text{ even}}^{n-1} e^{n-j}_{1,1}\otimes e^j_{1,1} + e^{n-j}_{2,2}\otimes e^j_{2,2}$$

$$\Delta(e_1+e_2+e_3+e_4) = (e_1+e_2+e_3+e_4)\otimes(e_1+e_2+e_3+e_4)$$
$$+\sum_{j=1,\,j\text{ odd}}^{n-1}(r^j_{1,1}+r^{n-j}_{2,2})\otimes(r^j_{1,1}+r^{n-j}_{2,2})$$
$$+\sum_{j=1,\,j\text{ even}}^{n-1}(e^j_{1,1}+e^{n-j}_{2,2})\otimes(e^j_{2,2}+e^{n-j}_{1,1})\,,$$

$$\Delta(e^2_{1,1}) = e^2_{1,1}\otimes(e_1+e_2) + e^{n-2}_{2,2}\otimes(e_3+e_4) + (e_1+e_2)\otimes e^2_{1,1} + (e_3+e_4)\otimes e^{n-2}_{2,2}$$
$$+r^1_{2,2}\otimes r^1_{1,1} + r^{n-1}_{1,1}\otimes r^{n-1}_{2,2}$$
$$+\sum_{j>2,\,j\text{ even}}^{n-1} e^{j-2}_{2,2}\otimes e^j_{1,1} + e^{n-j+2}_{1,1}\otimes e^{n-j}_{2,2}$$
$$n-1$$

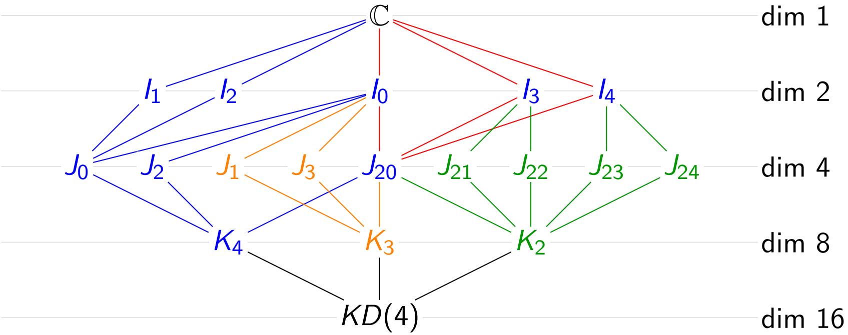
L'ordinateur à la rescousse

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(4)$ et $KQ(4)$



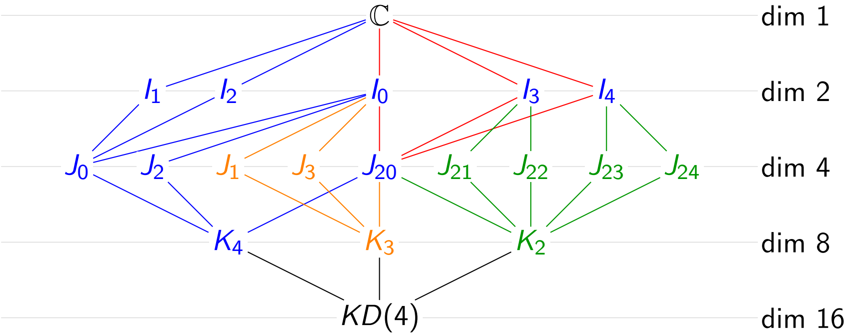
Identiques ! $KD(4) \approx KQ(4)$? ? ?

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(4)$ et $KQ(4)$



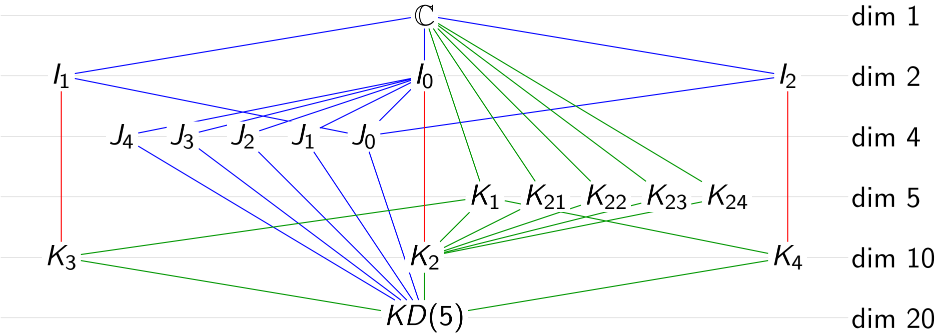
Identiques ! $KD(4) \approx KQ(4)$? ? ?

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(4)$ et $KQ(4)$



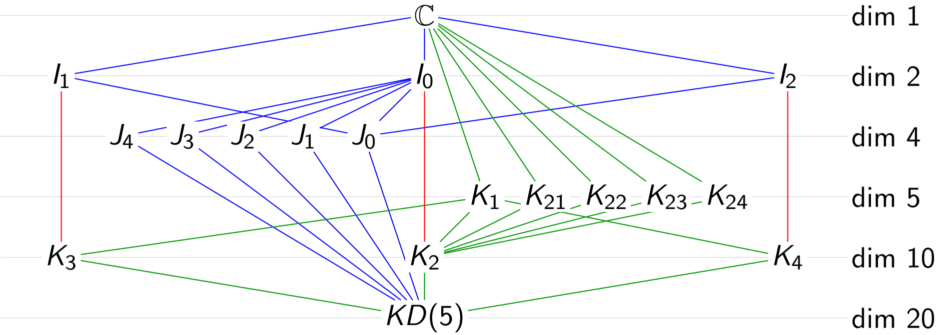
Identiques ! $KD(4) \approx KQ(4)$? ? ?

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(5)$



$KD(5)$ autodual ? ? ?

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(5)$



$KD(5)$ autodual ? ? ?

Comment trouver des isomorphismes ?

Réfléchir ? Ou Calculer ?

Réfléchir Et calculer sur machine Et calculer à la main

Comment trouver des isomorphismes ?

Réfléchir ? Ou Calculer ?

Réfléchir Et calculer sur machine Et calculer à la main

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Algorithme de calcul d'isomorphisme de Kac par détorsion

- $K := K(\mathbb{C}[G], H, \Omega)$: algèbre de Kac
  tordue d'un $\mathbb{C}[G]$ par un 2-pseudo cocycle Ω de $H < G$
- K' : une algèbre de Kac
- Problème : $K \approx K'$? Isomorphisme explicite ϕ ?
- Si oui : $K'' := K(K', \phi(H), \Omega^{-1}) \approx \mathbb{C}[G]$
- Algorithme :
  - Calcul du groupe intrinsèque H' de K'
  - Calcul des plongements ρ de H dans H'
  - Construction de $K'' := K(K', \rho(H), \Omega^{-1})$
  - Coproduit symétrique ?
  - Calcul du groupe intrinsèque G'' of K''
  - Calcul des isomorphismes de G dans G'' compatibles avec ρ

Automorphismes, isomorphismes

Theorem

$KD(2m)$ est isomorphe à $KQ(2m)$:

$$\phi : \begin{cases} a & \mapsto \frac{1}{4}(a - a^{-1})(a^m - a^{-m})(a^m - b) + a \\ b & \mapsto \frac{1}{2}(a^m + a^{-m})(b + \mathrm{i}) - \mathrm{i}a^m \end{cases}$$

Theorem

Groupe d'automorphisme de $KD(n)$ et $KQ(n)$: $\mathbb{Z}_{2n}^* \rtimes \mathbb{Z}_2$

$$a \mapsto a^r, \qquad b \mapsto b, \qquad \text{pour } r \wedge 2n = 1$$

$$a \mapsto a - \frac{1}{2}(a - a^{-1})(1 + a^n), \qquad b \mapsto a^n b$$

Theorem

$KD(2m+1)$ et $KQ(2m+1)$ sont autoduales :

$$a \mapsto \widehat{e_{2,2}^{n-2}} + \frac{1}{2}(\widehat{e_{1,1}^{1}} - \widehat{e_{2,2}^{1}} - \widehat{e_{1,2}^{n-2}} - \widehat{e_{2,1}^{n-2}}), \qquad b \mapsto \widehat{e_4}$$

Automorphismes, isomorphismes

Theorem

$KD(2m)$ est isomorphe à $KQ(2m)$:

$$\phi : \begin{cases} a & \mapsto \frac{1}{4}(a - a^{-1})(a^m - a^{-m})(a^m - b) + a \\ b & \mapsto \frac{1}{2}(a^m + a^{-m})(b + \mathrm{i}) - \mathrm{i}a^m \end{cases}$$

Theorem

Groupe d'automorphisme de $KD(n)$ et $KQ(n)$: $\mathbb{Z}_{2n}^* \rtimes \mathbb{Z}_2$

$$a \mapsto a^r, \qquad b \mapsto b, \qquad \text{pour } r \wedge 2n = 1$$

$$a \mapsto a - \frac{1}{2}(a - a^{-1})(1 + a^n), \qquad b \mapsto a^n b$$

Theorem

$KD(2m+1)$ et $KQ(2m+1)$ sont autoduales :

$$a \mapsto \widehat{e_{2,2}^{n-2}} + \frac{1}{2}(\widehat{e_{1,1}^1} - \widehat{e_{2,2}^1} - \widehat{e_{1,2}^{n-2}} - \widehat{e_{2,1}^{n-2}}), \qquad b \mapsto \widehat{e_4}$$

Automorphismes, isomorphismes

Theorem

$KD(2m)$ est isomorphe à $KQ(2m)$:

$$\phi : \begin{cases} a & \mapsto \frac{1}{4}(a - a^{-1})(a^m - a^{-m})(a^m - b) + a \\ b & \mapsto \frac{1}{2}(a^m + a^{-m})(b + \mathrm{i}) - \mathrm{i}a^m \end{cases}$$

Theorem

Groupe d'automorphisme de $KD(n)$ et $KQ(n)$: $\mathbb{Z}_{2n}^* \rtimes \mathbb{Z}_2$

$$a \mapsto a^r, \qquad b \mapsto b, \qquad pour\ r \wedge 2n = 1$$

$$a \mapsto a - \frac{1}{2}(a - a^{-1})(1 + a^n), \qquad b \mapsto a^n b$$

Theorem

$KD(2m+1)$ et $KQ(2m+1)$ sont autoduales :

$$a \mapsto \widehat{e_{2,2}^{n-2}} + \frac{1}{2}(\widehat{e_{1,1}^{1}} - \widehat{e_{2,2}^{1}} - \widehat{e_{1,2}^{n-2}} - \widehat{e_{2,1}^{n-2}}), \qquad b \mapsto \widehat{e_4}$$

Automorphismes, isomorphismes

Theorem

$KD(2m)$ est isomorphe à $KQ(2m)$:

$$\phi : \begin{cases} a & \mapsto & \frac{1}{4}(a - a^{-1})(a^m - a^{-m})(a^m - b) + a \\ b & \mapsto & \frac{1}{2}(a^m + a^{-m})(b + \mathrm{i}) - \mathrm{i}a^m \end{cases}$$

Theorem

Groupe d'automorphisme de $KD(n)$ et $KQ(n)$: $\mathbb{Z}_{2n}^* \rtimes \mathbb{Z}_2$

$$a \mapsto a^r, \qquad b \mapsto b, \qquad \text{pour } r \wedge 2n = 1$$

$$a \mapsto a - \frac{1}{2}(a - a^{-1})(1 + a^n), \qquad b \mapsto a^n b$$

Theorem

$KD(2m+1)$ et $KQ(2m+1)$ sont autoduales :

$$a \mapsto \widehat{e_{2,2}^{n-2}} + \frac{1}{2}(\widehat{e_{1,1}^1} - \widehat{e_{2,2}^1} - \widehat{e_{1,2}^{n-2}} - \widehat{e_{2,1}^{n-2}}), \qquad b \mapsto \widehat{e_4}$$

Automorphismes, isomorphismes, autodualité

Theorem

$KD(2m)$ est isomorphe à $KQ(2m)$:

$$\phi : \begin{cases} a & \mapsto \frac{1}{4}(a - a^{-1})(a^m - a^{-m})(a^m - b) + a \\ b & \mapsto \frac{1}{2}(a^m + a^{-m})(b + \mathrm{i}) - \mathrm{i}a^m \end{cases}$$

Theorem

Groupe d'automorphisme de $KD(n)$ et $KQ(n)$: $\mathbb{Z}_{2n}^* \rtimes \mathbb{Z}_2$

$$a \mapsto a^r, \qquad b \mapsto b, \qquad \textit{pour } r \wedge 2n = 1$$

$$a \mapsto a - \frac{1}{2}(a - a^{-1})(1 + a^n), \qquad b \mapsto a^n b$$

Theorem

$KD(2m+1)$ et $KQ(2m+1)$ sont autoduales :

$$a \mapsto \widehat{e_{2,2}^{n-2}} + \frac{1}{2}(\widehat{e_{1,1}^{1}} - \widehat{e_{2,2}^{1}} - \widehat{e_{1,2}^{n-2}} - \widehat{e_{2,1}^{n-2}}), \qquad b \mapsto \widehat{e_4}$$

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim $2n$: K_2, K_3, K_4*
- *Dim n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$*
- *$K_2 = L^\infty(D_n)$ (pour tout n)*
- *K_3 et K_4 isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ unités matricielles de K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans K_2*
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim $2n$: K_2, K_3, K_4*
- *Dim n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$*
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- *K_3 et K_4 isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de K_4*
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans K_2*
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim* $2n$: K_2, K_3, K_4
- *Dim* n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans* K_2
- *Dim* n : n *co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim* 2 *: algèbres des trois sous-groupes d'ordre* 2 *de* H
- *Dim* $2n$ *:* K_2, K_3, K_4
- *Dim* n *:* $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout* n*)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant* n *contenues dans* K_2
- *Dim* n *:* n *co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim* 4 *:* n *co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim* $2n$: K_2, K_3, K_4
- *Dim* n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans* K_2
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim $2n$: K_2, K_3, K_4*
- *Dim n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$*
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de K_4*
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans K_2*
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim* $2n$: K_2, K_3, K_4
- *Dim* n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans* K_2
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim* $2n$: K_2, K_3, K_4
- *Dim* n : $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans* K_2
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

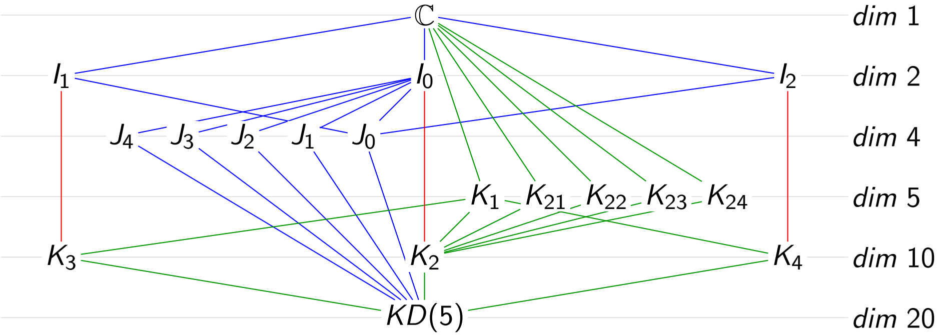
Propositions

- $\mathbb{C}[H]$
- *Dim 2 : algèbres des trois sous-groupes d'ordre 2 de H*
- *Dim 2n :* K_2, K_3, K_4
- *Dim n :* $K_1 = K_2 \cap K_3 \cap K_4$
- $K_2 = L^\infty(D_n)$ *(pour tout n)*
- K_3 *et* K_4 *isomorphes mais pas sous-algèbres de Kac*
  $\Delta(e_1 + e_4) \implies$ *unités matricielles de* K_4
- *Co-idalgèbres de dimension divisant n contenues dans* K_2
- *Dim n : n co-idalgèbres*
  (fonctions constantes modulo les sous-groupes d'ordre 2)
- *Dim 4 : n co-idalgèbres*

Le treillis de $KD(n)$ pour n premier

Theorem

Pour n premier, le treillis est similaire à celui de $KD(5)$:



Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Restent les co-idalgèbres $I_2 \subset I \subset K_4$ de dim $2k|2n$

Conjecture

Pour n impair, le treillis est similaire à celui de $KD(15)$:

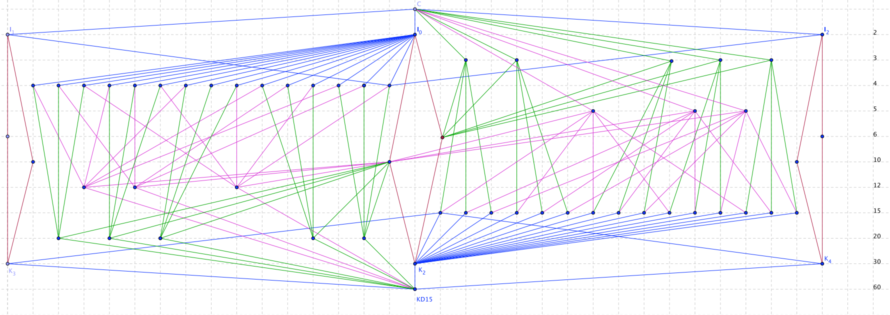
(vérifié pour $n \leq 51$)

Le treillis de $KD(n)$ pour n impair

Restent les co-idalgèbres $I_2 \subset I \subset K_4$ de dim $2k|2n$

Conjecture

Pour n impair, le treillis est similaire à celui de $KD(15)$:



(vérifié pour $n \leq 51$)

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- L'algèbre K_0 engendrée par a^m et b, est isomorphe à $KD(2)$,
- K_4, engendrée par a^2 et b, est isomorphe à $KD(m)$
- K_3 is l'algèbre de Kac autoduale B_{4m} (A. Masuoka 2000).
- Quand m est impair, K_3 est isomorphe à $KQ(m)$
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- Co-idalgèbres de dim divisant $2n$ contenues dans K_2, K_3, K_4

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- *L'algèbre K_0 engendrée par a^m et b, est isomorphe à $KD(2)$,*
- *K_4, engendrée par a^2 et b, est isomorphe à $KD(m)$*
- *K_3 is l'algèbre de Kac autoduale B_{4m} (A. Masuoka 2000).*
- *Quand m est impair, K_3 est isomorphe à $KQ(m)$*
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- *Co-idalgèbres de dim divisant $2n$ contenues dans K_2, K_3, K_4*

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- *L'algèbre* K_0 *engendrée par* a^m *et* b*, est isomorphe à* $KD(2)$*,*
- K_4*, engendrée par* a^2 *et* b*, est isomorphe à* $KD(m)$
- K_3 *is l'algèbre de Kac autoduale* B_{4m} *(A. Masuoka 2000).*
- *Quand* m *est impair,* K_3 *est isomorphe à* $KQ(m)$
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- *Co-idalgèbres de dim divisant* $2n$ *contenues dans* K_2*,* K_3*,* K_4

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- *L'algèbre* K_0 *engendrée par* a^m *et* b*, est isomorphe à* $KD(2)$*,*
- K_4*, engendrée par* a^2 *et* b*, est isomorphe à* $KD(m)$
- K_3 *is l'algèbre de Kac autoduale* B_{4m} *(A. Masuoka 2000).*
- *Quand* m *est impair,* K_3 *est isomorphe à* $KQ(m)$
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- *Co-idalgèbres de dim divisant* $2n$ *contenues dans* K_2*,* K_3*,* K_4

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

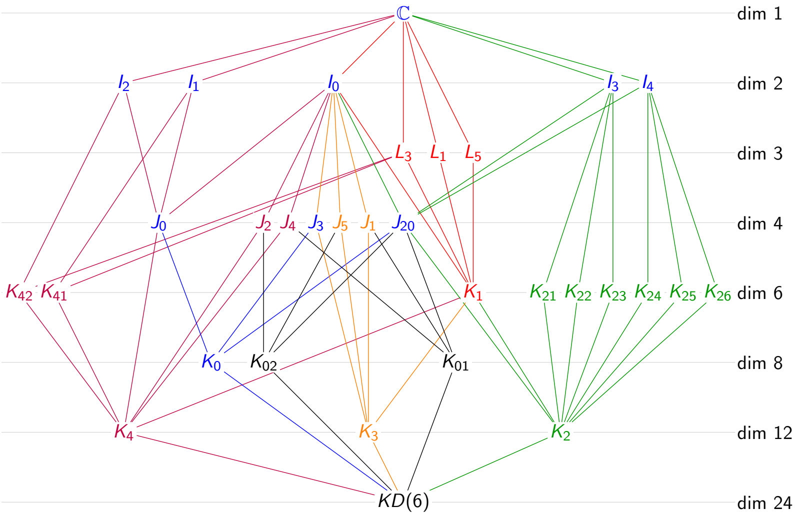
- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- *L'algèbre* K_0 *engendrée par* a^m *et* b*, est isomorphe à* $KD(2)$*,*
- K_4*, engendrée par* a^2 *et* b*, est isomorphe à* $KD(m)$
- K_3 *is l'algèbre de Kac autoduale* B_{4m} *(A. Masuoka 2000).*
- *Quand* m *est impair,* K_3 *est isomorphe à* $KQ(m)$
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- *Co-idalgèbres de dim divisant* $2n$ *contenues dans* K_2*,* K_3*,* K_4

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(2m)$

Propositions

- $K_2 = L^\infty(D_n)$
- *L'algèbre* K_0 *engendrée par* a^m *et* b*, est isomorphe à* $KD(2)$*,*
- K_4*, engendrée par* a^2 *et* b*, est isomorphe à* $KD(m)$
- K_3 *is l'algèbre de Kac autoduale* B_{4m} *(A. Masuoka 2000).*
- *Quand* m *est impair,* K_3 *est isomorphe à* $KQ(m)$
  Sinon ce n'est même pas l'algèbre twistée d'un groupe !
- *Co-idalgèbres de dim divisant* $2n$ *contenues dans* K_2*,* K_3*,* K_4

Le treillis des co-idalgèbres de $KD(6)$



Conclusion

- 95 pages de papier (Journal of Algebra and Applications, 2011)
- Exemples et familles infinies d'exemples de treillis
  Tous contenus dans $KD(n)$!
- Outils pour ce type d'étude

- $KQ(n)$ pour n impair ?
- $KD(n)$ pour n pair ?
- K_3 dans $KD(2m)$?

- Algorithme systématique ?
- Adapter aux groupoïdes quantiques ?

Conclusion

- 95 pages de papier (Journal of Algebra and Applications, 2011)
- Exemples et familles infinies d'exemples de treillis
  Tous contenus dans $KD(n)$!
- Outils pour ce type d'étude

- $KQ(n)$ pour n impair ?
- $KD(n)$ pour n pair ?
- K_3 dans $KD(2m)$?

- Algorithme systématique ?
- Adapter aux groupoïdes quantiques ?

Conclusion

- 95 pages de papier (Journal of Algebra and Applications, 2011)
- Exemples et familles infinies d'exemples de treillis
  Tous contenus dans $KD(n)$!
- Outils pour ce type d'étude

- $KQ(n)$ pour n impair ?
- $KD(n)$ pour n pair ?
- K_3 dans $KD(2m)$?

- Algorithme systématique ?
- Adapter aux groupoïdes quantiques ?

Merci Marie-Claude