2.4.2. Utilisez 1.3. Rappelons que deux sous-espaces affines de E de directions $\vec{V}$ et $\overrightarrow{W}$ supplémentaires se coupent en un point et un seul (cf. I.4.1.5).

RETOUR

2.5.4. V est un point et $\vec{W} = \vec{E}$.

RETOUR

2.6.5. Forme linéaire.

RETOUR

2.7.1. C’est l’identité.

RETOUR

2.7.2. *Application* : Si par exemple $f(a)$ est le point a, alors f est la symétrie affine par rapport à la médiane de abc issue de a, dans la direction de la droite (bc).

RETOUR

3.1.3. Discutez suivant que $\vec{D}$ est contenu dans $\operatorname{Ker} \vec{f}$ ou pas.

RETOUR

3.1.5. Les droites passant par le centre pour une homothétie de rapport différent de 1, les droites dont la direction vectorielle contient $\vec{v}$ pour les translations de vecteur $\vec{v} \neq \vec{0}$, toutes les droites pour l'identité. N'oubliez pas de justifier que ces droites sont les **seules** globalement invariantes.

RETOUR

3.2.5. a) Considérez le point $p = f(m)$ (pour un point m quelconque fixé).

RETOUR

3.2.5. b) Considérez le milieu de m et $f(m)$ (pour un point m quelconque fixé).

RETOUR

3.2.6. a) Soit f l'unique application affine envoyant e_i sur a_i (on rappelle que e_i est un repère affine de E_k). Comme f préserve le barycentre elle envoie le point $(x_0, \cdots, x_k)$ de E_k, barycentre de $\{(e_0, x_0), \cdots, (e_k, x_k)\}$, sur le barycentre de $\{(f(e_0), x_0), \cdots, (f(e_k), x_k)\}$. Autrement dit, $f(x_0, \cdots, x_k) = b(x_0, \cdots, x_k)$, donc b est bien affine.

D'autre part, on voit que :

$\overrightarrow{b(x_0, \cdots, x_k)b(y_0, \cdots, y_k)} = \Sigma(y_i - x_i)\overrightarrow{pa_i}$ quel que soit p dans E.

Prenons par exemple $p = a_0$. On obtient alors :

$\overrightarrow{b(x_0, \cdots, x_k)b(y_0, \cdots, y_k)} = \Sigma(y_i - x_i)\overrightarrow{a_0a_i}$.

Ainsi $\vec{b}(\overrightarrow{(x_0, \cdots, x_k)(y_0, \cdots, y_k)}) = \Sigma(y_i - x_i)\overrightarrow{a_0a_i}$. On a tout de suite

$\mathrm{Im}(\vec{b}) = \mathrm{Vect}(\overrightarrow{a_0a_i})$ et $\mathrm{Ker}(\vec{b})$ est l'ensemble des $(\lambda_0, \cdots, \lambda_k)$ de somme nulle tels que $\Sigma\lambda_i\,\overrightarrow{a_0a_i} = \vec{0}$.

RETOUR

3.2.6. c) La fonction x_i préserve le passage au milieu, donc $x_i(m) = \frac{1}{2}(x_i(p) + x_i(q))$.

RETOUR

4.2.1. Avec les notations de la démonstration précédente, on commencera par se ramener au cas où les points a et b sont égaux en utilisant pour cela une troisième droite. Dans le cas $a = b$ on utilisera la relation de Chasles et l'indépendance linéaire des vecteurs directeurs de D et Δ.

RETOUR

5.1.1. D'après l'étude en 2.8, la première matrice du couple (A, B) est la matrice dans les bases canoniques de l'application linéaire associée à l'application affine f de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$, alors que la deuxième est la colonne représentant l'image de l'origine.

Donc on doit représenter $f' \circ f$ par $(A'.A, A'.B + B')$ (matrice d'une composée d'applications linéaires et équation matricielle d'une application linéaire).

RETOUR

5.1.2. Utilisez des projections considérées, au choix, comme applications du plan dans lui-même ou d'une droite sur une autre droite

RETOUR

5.1.3. Dans chaque cas, résoudre d'abord la question avec des applications linéaires puis utiliser 3.2.5.

RETOUR

6.2.1. b) L'application linéaire associée est $(-\operatorname{Id}_{\vec{E}})^2 = \operatorname{Id}_{\vec{E}}$, donc $\sigma_a \circ \sigma_b$ est une translation. D'autre part, si b' est le symétrique de b par rapport à a, on a $\overrightarrow{bb'} = 2\,\overrightarrow{ba}$ et $\sigma_a \circ \sigma_b(b) = b'$: donc $\sigma_a \circ \sigma_b = t_{2\,\overrightarrow{ba}}$.

RETOUR

6.2.2. L'application $(A, B) \mapsto f_{A,B}$ définie en 2.8 sur toutes les couples de $\mathcal{A}_{n,n}$ envoie $\mathcal{GA}_n$ dans $GA(\mathbb{R}^n)$ puisque la matrice A est supposée inversible. Comme tout élément f de $GA(\mathbb{R}^n)$ est de la forme $f_{A,B}$ (d'après 2.8.2) avec A inversible (d'après 5.2), on en déduit que $(A, B) \mapsto f_{A,B}$ donne une bijection de $\mathcal{GA}_n$ sur $GA(\mathbb{R}^n)$. C'est de plus un morphisme pour les lois de compositions internes d'après 5.1.1.

Donc $(\mathcal{GA}_n, .)$ est un groupe isomorphe à $(GA(\mathbb{R}^n), \circ)$.

Le groupe $(\mathcal{GA}_1, .)$ est l'ensemble des couples de réels (a, b) avec $a \neq 0$, muni de la loi de groupes $(a, b).(a', b') = (aa', ba' + b')$. L'élément neutre est $(1, 0)$, l'inverse de (a, b) est $(\frac{1}{a}, -\frac{b}{a})$.

Notons que $(\mathcal{GA}_1)$ n'est pas commutatif :
par exemple $(-1, 0).(-1, 2) = (1, 2)$ alors que $(-1, 2).(-1, 0) = (1, -2)$.

RETOUR

6.5.1. ϕ est un homomorphisme du groupe $GA(E)$ dans le groupe $Aut(GA(E))$des automorphismes de $GA(E)$.

RETOUR