Théorème d'annulation, d'après S. Saito & K. Sato

Joël Riou

7 décembre 2010

Table des matières

1 Diviseurs à croisements normaux

Définition 1.1 *Soit X un schéma régulier* [1]*. Un diviseur à croisements normaux strict est un sous-schéma fermé réduit D dont les composantes irréductibles (intègres) $(D_i)_{i\in I}$ sont des sous-schémas fermés réguliers de codimension 1 et que pour toute partie $J \subset I$, le sous-schéma fermé $D_J = \cap_{j\in J} D_j$ soit régulier et purement de codimension $\#J$* [2]*.*

Dans cette situation, on peut associer un diviseur au sens usuel à D, c'est $\sum_i D_i$. On peut dire qu'un diviseur au sens usuel est un diviseur à croisements normaux strict s'il est de cette forme.

Un sous-schéma fermé D d'un schéma régulier X est un diviseur à croisements normaux strict si et seulement si son image inverse $D \times_X X_{(x)}$ dans les localisés $X_{(x)}$ en sont pour tout $x \in X$.

Proposition 1.2 *Soit $X = \operatorname{Spec} A$ un schéma local régulier. Notons $\mathfrak{m}$ l'idéal maximal de A. Soit I un idéal de A. Alors, $V(I)$ est un diviseur à croisements normaux strict dans X si et seulement s'il existe $n \geq 0$ et des éléments $f_1, \dots, f_n$ de $\mathfrak{m}$ tels que $I = (f_1 \dots f_n)$ et que les classes des f_i dans $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ forment une famille libre (on dit aussi que les f_i font partie d'un système régulier de paramètres).*

[1] On signifie ici que X est noethérien et que ses anneaux locaux sont réguliers au sens usuel.

[2] On veut dire par là que toute composante de D_J doit être de codimension $\#X$, ce qui inclut bien sûr le cas où D_J serait vide.

(Utiliser [1, Proposition 22, §IV.D.2].)

Dans ce cas-là, les $V(f_i)$ sont les composantes irréductibles de $V(I)$. Ceci permet d'ailleurs d'observer que dans la situation globale, l'Idéal de D est le produit des Idéaux des D_i (en particulier, l'Idéal de D est un faisceau localement libre de rang 1).

Si $p\colon Y \to X$ est étale (ou lisse) et D un diviseur à croisements normaux strict sur X, alors $p^{-1}(D)$ est un diviseur à croisements normaux strict.

La réciproque est fausse, d'où la définition :

Définition 1.3 *Soit X un schéma régulier. Soit D un sous-schéma fermé. On dit que D est un diviseur à croisements normaux si localement pour la topologie étale, D est un diviseur à croisements normaux strict.*

On peut noter que par descente étale, l'Idéal d'un diviseur à croisements normaux est localement libre de rang 1.

Par exemple, dans le plan $\mathbf{A}^2_{\mathbf{C}}$, le sous-schéma fermé défini par l'équation $x^2 - y^2 - y^3$ est un diviseur à croisements normaux qui n'est pas strict.

2 Cohomologie du complémentaire

Soit $n \geq 1$. On note $\Lambda = \mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ notre anneau de coefficients. Dans la suite, dès qu'il sera question de cohomologie, on supposera toujours implicitement que n est inversible sur les schémas considérés.

On rappelle le théorème de pureté :

Théorème 2.1 (Gabber) *Soit $i\colon Y \to X$ une immersion fermée entre deux schémas réguliers. On suppose que i est purement de codimension c. Alors, la classe de Gysin $\mathrm{Cl}\, i \in H^{2c}_Y(X, \Lambda(c))$ induit un isomorphisme*

$$\mathrm{Cl}\, i\colon \Lambda \xrightarrow{\sim} Ri^!\Lambda(c)[2c]\ .$$

En particulier, on a des isomorphismes

$$H^\star(Y, \Lambda(\star)) \xrightarrow{\sim} H^{\star+2c}_Y(X, \Lambda(\star + c))\ .$$

Proposition 2.2 *Soit X un schéma régulier. Soit $i\colon Y \to X$ l'inclusion d'un sous-schéma fermé régulier purement de codimension 1. On note $j\colon U \to X$ l'inclusion de l'ouvert complémentaire. Alors, on a des isomorphismes*

$$R^0 j_\star \Lambda \xleftarrow{\sim} \Lambda \qquad R^1 j_\star\Lambda \xrightarrow{\sim} i_\star R^2 i^! \Lambda \underset{\sim}{\xleftarrow{Cli}} \Lambda_Y(-1)$$

(où $\Lambda_Y = i_\star \Lambda$) et on a $R^q j_\star \Lambda = 0$ pour $q \geq 2$.

Ceci résulte du triangle distingué suivant et de la structure de $Ri^!\Lambda$:

$$i_\star Ri^!\Lambda \to \Lambda \to Rj_\star j^\star\Lambda \xrightarrow{+1}$$

On peut noter que l'isomorphisme $R^1j_\star\Lambda \simeq \Lambda_Y(-1)$ est, au signe près, induit par une section du faisceau $R^1j_\star\mu_n$, qui localement, si f est une équation de Y, est donné par l'image de f par le morphisme $H^0(X-Y, \mathbf{G}_{\mathrm{m}}) \to H^1(X-Y, \mu_n)$ provenant de la suite de Kummer, autrement dit par le torseur des racines n-ièmes de f sur $X-Y$.

Proposition 2.3 *Soit X un schéma régulier. Soit D un diviseur à croisements normaux strict (on note $(D_i)_{i\in I}$ ses composantes irréductibles). On note $j\colon U \to X$ l'inclusion de l'ouvert complémentaire de D. Alors, on a un isomorphisme canonique $R^1j_\star\Lambda \simeq \oplus_{i\in I}\Lambda_{D_i}(-1)$. De plus, pour tout $q \in \mathbf{N}$, $R^qj_\star\Lambda$ s'identifie à $\wedge^q R^1j_\star\Lambda$.*

Si I est vide, c'est tautologique. Si I est un singleton, cela résulte de la proposition précédente. Pour le cas général, on procède par récurrence sur le cardinal de I.

Supposons $I = J \sqcup \{i\}$. Notons $D' = \cup_{j\in J} D_j$. Notons $j'\colon X-D' \to X$ et $j_i\colon X-D_i \to X$ les inclusions évidentes. On a un morphisme de Künneth :

$$Rj'_\star\Lambda \otimes^{\mathbf{L}} Rj_{i\star}\Lambda \to Rj_\star\Lambda\ .$$

Pour démontrer la proposition, il suffit de montrer qu'il s'agit d'un isomorphisme. En effet, par récurrence, on peut supposer que $R^\star j'_\star\Lambda$ est une Algèbre extérieure. En la tensorisant avec $R^\star j_{i\star}\Lambda$ qui est une autre Algèbre extérieure, on obtient que $R^\star j_\star\Lambda$ est l'Algèbre extérieure voulue.

On dira d'un couple (K, L) d'objets de $D(X, \Lambda)$ qu'il vérifie la propriété de Künneth si le morphisme canonique $\mathbf{RHom}(K, \Lambda) \otimes \mathbf{RHom}(L, \Lambda) \to \mathbf{RHom}(K \otimes^{\mathbf{L}} L, \Lambda)$ est un isomorphisme. La sorte de formule de Künneth que l'on souhaite obtenir revient à demander que $(\Lambda_{X-D'}, \Lambda_{X-D_i})$ vérifie la propriété de Künneth. À K fixé, les L tels que (K, L) vérife cette propriété forment une sous-catégorie triangulée. De façon évidente, Λ vérifie la propriété de Künneth avec tout le monde. De ces remarques, on déduit qu'il suffit de montrer la propriété de Künneth pour $(\Lambda_{D'}, \Lambda_{D_i})$. Par ailleurs, il existe une résolution standard (une fois choisi un ordre total sur J) :

$$0 \to \Lambda_{D'} \to \oplus_j\Lambda_{D_j} \to \oplus_{j_1<j_2}\Lambda_{D_{j_1}\cap D_{j_2}} \to \dots$$

Par dévissage, pour montrer que $(\Lambda_{D'}, \Lambda_{D_i})$ vérifie la propriété de Künneth, il suffit de montrer que pour toute partie non vide $K \subset J$, $(\Lambda_{D_K}, \Lambda_{D_i})$ est vérifie la propriété où $D_K = \cap_{j\in K} D_j$. Plus généralement, on peut montrer que si Z et Z' sont deux sous-schémas fermés réguliers de X de codimensions respectives c et c' tels que $Z \cap Z'$ soit régulier de codimension $c + c'$, alors $(\Lambda_Z, \Lambda_{Z'})$ vérifie la propriété de Künneth. Ce fait est une conséquence de la pureté pour les inclusions de Z, Z' et $Z \cap Z'$ dans X et du fait que la classe de Gysin pour $Z \cap Z'$ est le produit des classes de Gysin pour Z et Z' :

$$\begin{tikzcd}
\Lambda_{Z\cap Z'}(-c-c')[-2c-2c'] \arrow[r, "\mathrm{Cl}\,Z\cdot\mathrm{Cl}\,Z'", "\sim"'] \arrow[dr, "\sim", "\mathrm{Cl}\,(Z\cap Z')"'] & R\mathbf{\Gamma}_Z(X,\Lambda) \otimes^{\mathbf{L}} R\mathbf{\Gamma}_{Z'}(X,\Lambda) \arrow[d] \\
& R\mathbf{\Gamma}_{Z\cap Z'}(X,\Lambda)
\end{tikzcd}$$

Corollaire 2.4 *Si $j\colon U \to X$ l'inclusion d'un ouvert dans un schéma régulier X dont le complémentaire soit un diviseur à croisements normaux, alors $Rj_\star\Lambda \in D^b_c(X,\Lambda)$.*

Corollaire 2.5 *Si U est une variété (quasi-projective) lisse sur un corps algébriquement clos de caractéristique zéro, alors $H^\star(U,\Lambda)$ est fini.*

D'après Hironaka, il existe une immersion ouverte $j\colon U \to X$ avec X une variété projective et lisse telle que $D = (X-U)_{\text{réd}}$ soit un diviseur à croisements normaux, de sorte que $R\Gamma(U,\Lambda) \simeq R\Gamma(X, Rj_\star\Lambda)$. D'après le théorème de finitude pour les images directes à support propre et le corollaire précédent, on a $R\Gamma(X,Rj_\star\Lambda) \in D^b_c(\Lambda)$.

Plus précisément, si les composantes de D sont $(D_i)_{i\in I}$ et que I est ordonné, on a une suite spectrale :

$$E_2^{p,q} = H^p(X, R^q j_\star\Lambda) = \bigoplus_{J\subset I, \#J=q} H^p(D_J, \Lambda(-q)) \Longrightarrow H^{p+q}(U,\Lambda)\ .$$

(On peut noter que si on a une notion de poids sur les groupes de cohomologie de façon à ce que le H^n d'une variété projective lisse soit de poids n, alors si cette notion de poids se comporte bien par dévissage, alors le H^n d'une variété lisse a des poids $\geq n$, puisque $E_2^{p,q}$ aura un poids $p+2q$.)

3 Lemmes d'isomorphismes

On présente ici une version de [3, Lemma 3.4(1)].

Lemme 3.1 *Soit X un schéma régulier. Soit $D \subset X$ un diviseur à croisements normaux. Soit $i\colon Y \to X$ l'inclusion d'un sous-schéma fermé régulier de codimension* 1. *On suppose que $\mathscr{I}_D \cdot \mathscr{I}_Y$ est l'Idéal d'un diviseur à croisements normaux (forcément $D \cup Y$) dans X* [3] [4]*. Alors, la multiplication par $\mathrm{Cl}\, i \in H^2_Y(X,\Lambda(1))$ induit un isomorphisme $\Lambda_{D\cap Y} \xrightarrow{\sim} R\mathbf{\Gamma}_{D\cap Y}(D,\Lambda)(1)[2]$ dans $D^+(D\cap Y,\Lambda)$. En particulier, on a des isomorphismes*

$$H^\star(D\cap Y, \Lambda(\star)) \xrightarrow{\sim} H^{\star+2}_{D\cap Y}(D, \Lambda(\star+1))\ .$$

On peut supposer que D est un diviseur à croisements normaux strict.

Notons $k\colon D\cap Y \to Y$ l'inclusion. On peut identifier le morphisme

$$k_\star\Lambda_{D\cap Y} \to k_\star R\mathbf{\Gamma}_{D\cap Y}(D,\Lambda)(1)[2]$$

à un morphisme

$$i^\star\Lambda_D \to i^!\Lambda_D(1)[2]\ .$$

[3] Dans le cas des diviseurs à croisements normaux stricts (i.e. $D = D_1 + \cdots + D_n$), cela revient à demander que $D+Y$ soit un diviseur à croisements normaux strict.

[4] Les hypothèses impliquent que $D\cap Y$ est un diviseur à croisements normaux dans Y, mais la réciproque est fausse.

Ce morphisme est un cas particulier d'un morphisme $i^\star K \to i^! K(1)[2]$ défini pour tout $K \in D^+(X,\Lambda)$. Ce morphisme correspond par adjonction à un morphisme

$$\Lambda_Y \otimes K \simeq i_\star i^\star K \to K(1)[2]$$

qui est obtenu par tensorisation avec K du morphisme $\Lambda_Y \to \Lambda(1)[2]$ qui correspond à $\mathrm{Cl}\, i$.

Bien sûr, la famille des K pour lesquels le morphisme canonique $i^\star K \to i^! K(1)[2]$ est un isomorphisme est une catégorie triangulée. D'après des arguments similaires à ceux déjà vus, pour conclure, il suffit de le faire pour $K = \Lambda_Z$ où Z est un sous-schéma fermé régulier de X de codimension c tel que $Z \cap Y$ soit un sous-schéma fermé régulier de codimension $c+1$.

Le morphisme $i^\star \Lambda_Z \to i^! \Lambda_Z(1)[2]$ est un morphisme entre deux faisceaux supportés par $Z \cap Y$. Si on introduit l'immersion fermée $l\colon Z\cap Y \to Z$, après application de $l^\star$, ce morphisme s'identifie au morphisme $\Lambda \to l^! \Lambda(1)[2]$ induit par la classe dans $H^2_{Z\cap Y}(Z,\Lambda(1))$ induite par $\mathrm{Cl}\, i \in H^2_Y(X,\Lambda(1))$. D'après les compatibilités entre classes de Gysin, la restriction à Z de $\mathrm{Cl}\, i$ est $\mathrm{Cl}\, l \in H^2_{Z\cap Y}(Z,\Lambda(1))$. Le morphisme considéré est donc un isomorphisme d'après le théorème de pureté appliqué à l'immersion fermée $Z \cap Y \to Z$.

Lemme 3.2 *Mêmes hypothèses que dans le lemme 3.1. On note $j\colon X - Y \to X$, $j_D\colon D - D\cap Y \to D$ et $i_D\colon D\cap Y \to D$ les immersions évidentes. Alors, les morphismes canoniques suivants sont des isomorphismes :*

$$(i^!\Lambda)_{|D\cap Y} \xrightarrow{\sim} i_D^! \Lambda\ , \qquad (Rj_\star \Lambda)_{|D} \to Rj_{D\star}\Lambda\ .$$

Pour la première partie, on considère la composition :

$$\begin{tikzcd} \Lambda(-1)[-2] \arrow[r, "(\mathrm{Cl}\, i)_{|D\cap Y}", "\sim"'] \arrow[dr, "\mathrm{Cl}\, i", "\sim"'] & (i^!\Lambda)_{|D\cap Y} \arrow[d] \\ & i_D^!\Lambda \end{tikzcd}$$

La flèche du haut est un isomorphisme par le théorème de pureté appliqué à i et la flèche en diagonale par le lemme précédent.

Pour le reste, on utilise un morphisme entre triangles distingués dans $D^+(D,\Lambda)$:

$$\begin{tikzcd} (i_\star i^!\Lambda)_{|D} \arrow[r] \arrow[d, "\sim"] & \Lambda \arrow[r] \arrow[d, "\sim"] & (Rj_\star\Lambda)_{|D} \arrow[r, "+1"] \arrow[d] & {} \\ i_{D\star} i_D^!\Lambda \arrow[r] & \Lambda \arrow[r] & Rj_{D\star}\Lambda \arrow[r, "+1"] & {} \end{tikzcd}$$

4 Théorème d'annulation

Théorème 4.1 (Gabber) *Soit $f\colon X \to S$ un morphisme affine entre schémas excellents. On suppose S muni d'une fonction de dimension $\delta_S\colon S \to \mathbf{Z}$. On munit X de la fonction* *de dimension δ_X définie par $\delta_X(x) = \delta_S(f(x)) + \mathrm{deg.tr.}(x/f(x))$. Alors, pour tout faisceau constructible $\mathscr{F}$ de Λ-modules sur X, on a :*

$$\delta_S(R^q f_\star \mathscr{F}) \leq \delta_X(\mathscr{F}) - q \ ,$$

où $\delta_S(\mathscr{M})$ (resp...) est la dimension du support de $\mathscr{M}$ au sens de la fonction de dimension, c'est-à-dire le sup de $\delta_S(s)$ pour $s \in S$ tel que $M_{\overline{s}} \neq 0$.

À partir de maintenant, on suppose que $S = \operatorname{Spec} A$ est un trait hensélien. On note s le point fermé et η le point générique. On note $\overline{s}$ et $\overline{\eta}$ des points géométriques au-dessus de ces points. On définit $\delta_S(s) = 0$ et $\delta_S(\eta) = 1$.

Corollaire 4.2 *Supposons que $U \to S$ soit un morphisme affine de type fini et plat, avec U régulier. Alors, si S est strictement hensélien excellent, alors $H_i(U, \Lambda) = 0$ pour $i \leq d$. Si le corps résiduel de S est fini, alors $H_i(U, \Lambda) = 0$ pour $i \leq d - 1$.*

On rappelle que sous ces hypothèses, on a un isomorphisme $H_i(U, \Lambda) = H^{2d-i+2}(U, \Lambda(d))$ où d est la dimension de la fibre générique de U. Dans le cas où S est strictement hensélien, il s'agit donc de montrer que $H^q(U, \Lambda(d)) = 0$ si $q \geq d + 2$, ce qui résulte aussitôt du théorème. Le cas où le corps résiduel est fini s'y ramène grâce à une suite spectrale de Hochschild-Serre.

Théorème 4.3 ([3, Theorem 3.2]) *Soit X un S-schéma projectif régulier et plat, on note d la dimension de sa fibre générique. Soit Y un sous-schéma fermé régulier de X de codimension 1, plat sur S. On suppose que $X_{s,réd} \cup Y$ est un diviseur à croisements normaux dans X* [5]*. On suppose que $U = X - Y$ est affine. (Dans [3], modulo l'hypothèse supplémentaire que $X_{s,réd}$ soit un diviseur à croisements normaux strict, on dit que $(X, Y; U)$ est un $\mathcal{QSP}$-couple ample.) Alors,*

(1) Si S est strictement hensélien, $H_i(U, \Lambda) = 0$ pour $i \leq d + 1$;

(2) Si le corps résiduel de S est fini, alors

(i) $H_i(U, \Lambda) = 0$ pour $i \leq d$;

(ii) $H_{d+1}(U, \mathbf{Q}_\ell/\mathbf{Z}_\ell) = 0$ si $d \geq 2$.

Lemme 4.4 *Sous les hypothèses du théorème (S supposé hensélien), pour tout $w \in \mathbf{Z}$, le morphisme canonique*

$$R\Gamma(U, \Lambda(w)) \to R\Gamma(U_s, \Lambda(w))$$

est un isomorphisme.

[5] On peut ainsi appliquer les lemmes 3.1 et 3.2 avec $D = X_{s,\mathrm{réd}}$. L'intersection $D \cap Y = Y_{s,\mathrm{réd}}$ est aussi un diviseur à croisements normaux dans Y.

Notons $j\colon U \to X$ et $j_s\colon U_s \to X_s$ les immersions ouvertes évidentes. Vu les isomorphismes $R\Gamma(U,\Lambda(w)) \simeq R\Gamma(X, j_\star\Lambda(w))$ et $R\Gamma(U_s,\Lambda(w)) \simeq R\Gamma(X_s, j_{s\star}\Lambda(w))$, on est ramené à montrer que la composition canonique

$$R\Gamma(X, j_\star\Lambda(w)) \to R\Gamma(X_s, (j_\star\Lambda)_{|X_s}(w)) \to R\Gamma(X_s, j_{s\star}\Lambda(w))$$

est un isomorphisme. Le premier morphisme est un isomorphisme d'après le théorème de changement de base pour le morphisme propre $X \to S$. Le deuxième l'est par le lemme 3.2.

On est donc ramené à des théorèmes d'annulation pour la cohomologie de la fibre spéciale U_s de U. Pour montrer (1), on utilise le théorème de Lefschetz affine d'Artin pour obtenir que $H^q(U_s,\Lambda(w)) = 0$ pour $q \geq d+1$.

Le cas (2)-(i) s'en déduit en utilisant une suite spectrale de Hochschild-Serre.

Il reste à montrer (2)-(ii), c'est-à-dire que $H^{d+1}(U_s, \mathbf{Q}_\ell/\mathbf{Z}_\ell(d)) = 0$ si $d \geq 2$.

On a une suite exacte :

$$H^{d+1}(U_s, \mathbf{Q}_\ell(d)) \to H^{d+1}(U_s, \mathbf{Q}_\ell/\mathbf{Z}_\ell(d)) \to H^{d+2}(U_s, \mathbf{Z}_\ell(d))$$

Par passage à la limite projective, on vient de montrer que $H^{d+2}(U_s, \mathbf{Z}_\ell(d)) = 0$. Pour conclure, il reste à montrer que $H^{d+1}(U_s, \mathbf{Q}_\ell(d)) = 0$.

Lemme 4.5 *Soit U_s un schéma de type fini sur $s = \operatorname{Spec} k$ avec k un corps fini. On note $W_s \subset \mathrm{Gal}(\overline{s}/s)$ le sous-groupe engendré par le Frobenius relatif. Alors, on a des suites exactes :*

$$0 \to H^{p-1}(U_{\overline{s}}, \mathbf{Z}_\ell(q))_{W_s} \to H^p(U_s, \mathbf{Z}_\ell(q)) \to H^p(U_{\overline{s}}, \mathbf{Z}_\ell(q))^{W_s} \to 0$$

Cela résulte d'un isomorphisme assez formel (à un moment donné, il faut utiliser que $W_s \simeq \mathbf{Z}$ est un *bon groupe*) :

$$\mathbf{H}(W_s, R\Gamma(U_{\overline{s}}, \mathbf{Z}_\ell(w))) \simeq R\Gamma(U_s, \mathbf{Z}_\ell(w))\ .$$

On en déduit une suite spectrale

$$E_2^{p,q} = H^p(W_s, H^q(U_{\overline{s}}, \mathbf{Z}_\ell(w))) \Longrightarrow H^{p+q}(U_s, \mathbf{Z}_\ell(w))$$

qui se résume aux suites exactes énoncées dans la mesure où W_s est de $\mathbf{Z}$-dimension cohomologique 1 et que le choix d'un générateur de W_s (ici le Frobenius) fournit un isomorphisme $H^1(W_s, M) = M_{W_s}$.

En tensorisant avec $\mathbf{Q}_\ell$ et en utilisant l'annulation de $H^{d+1}(U_{\overline{s}}, \mathbf{Z}_\ell(d))$, on obtient un isomorphisme :

$$H^{d+1}(U_s, \mathbf{Q}_\ell(d)) \simeq H^d(U_{\overline{s}}, \mathbf{Q}_\ell(d))_{W_s}\ .$$

On a une suite exacte canonique (compatible à l'action de W_s !)

$$H^d(X_{\overline{s}}, \mathbf{Q}_\ell(d)) \to H^d(U_{\overline{s}}, \mathbf{Q}_\ell(d)) \to H^{d+1}_{Y_{\overline{s}}}(X_{\overline{s}}, \mathbf{Q}_\ell(d)) \xleftarrow[\mathrm{Cl}\, i]{\sim} H^{d-1}(Y_{\overline{s}}, \mathbf{Q}_\ell(d-1))$$

Pour conclure, il s'agit d'observer que 1 n'est pas valeur propre du Frobenius sur les groupes de gauche et de droite. Pour cela, on utilise la conjecture de Weil (II) :

Théorème 4.6 (Deligne, [2, Théorème I]) *Soit X un schéma séparé et de type fini sur un corps fini $\mathbf{F}_q$. Alors, les valeurs propres du Frobenius arithmétique sur $H^p_c(X_{\overline{\mathbf{F}_q}}, \mathbf{Q}_\ell(w))$ sont des nombres algébriques dont toutes les valeurs absolues complexes sont égales à $q^{n/2}$ où $n \geq 2w - p$.*

Références

[1] Jean-Pierre Serre. Algèbre locale. Multiplicités. *Troisième édition. Lecture Notes in Mathematics* 11 (1975). Springer.

[2] Pierre Deligne. La conjecture de Weil. II. *Publications mathématiques de l'I.H.É.S.* 52 (1980), pages 137–252.

[3] Shuji Saito, Kanetomo Sato. A finiteness theorem for zero-cycles over p-adic fields. Preprint. 2010.