INACTUALITÉ ET INADÉQUATION DE LA PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES DE WITTGENSTEIN

Joël Merker

École Normale Supérieure
Département de Mathématiques et Applications
www.dma.ens.fr/∼merker/

> In brief, a philosophy of Mathematics is not convincing unless it is founded on an examination of Mathematics itself. Wittgenstein (and other philosophers) have failed in this regard. Saunders Mac Lane, *Mathematics Form and Function*.

Prologue. Trop fréquemment, les mathématiques sont assimilées lointainement et sans nuances — même par les philosophes les plus ouvertement antiréalistes — à une entité immuable douée d'une autonomie de principe par rapport au champ hétéronome de l'expérience physique, biologique ou sociologique dans le monde. Mais depuis plus d'une cinquantaine d'années, on ne sait plus comment spéculer systématiquement sur le statut des théorèmes mathématiques en tenant compte de manière globale et survolante de leur explosion et de leur spécialisation, comme si ce monde dont la « réalité » encore jugée problématique se « réalisait » sous nos yeux malgré l'éternelle (et avantageuse) tentation de la dubitation philosophique, qui s'est vue contrainte de se professionnaliser en se détachant des sciences en action. Bien que le domaine philosophique contemporain assigné comme tel semble en effet ne plus pouvoir suivre en pensée cette complexification des contenus, et bien que la mathématique engendre, de concert avec l'avancée du temps historique, ses propres « irréversibles-synthétiques » dont le raffinement s'amplifie, il est néanmoins du devoir de l'*être-source du spéculatif philosophique* de se confronter à l'*être-ramifié du spéculatif mathématique* pour y puiser des ressources dynamisantes et structurantes. Si la mathématique pouvait enfin être reconnue comme une philosophie dialectique réalisée et productrice à plein régime de contenus argumentatifs authentiques, la philosophie générale devrait lui emboîter le pas sans réticence et se défier méthodiquement des cercles inactuels et reproductibles de raisonnements fermés.

Ce texte non théorisant n'a ici qu'une unique visée critique : limiter la portée du général nominal dont on sait abuser lorsque les raisonnements s'enlisent ; centrifuger et éclater les cercles ; ouvrir et ramifier les questions en visant les niveaux contemporains ; en un mot : raffiner les analyses épistémologiques jusqu'au point où notre temps y éprouve ses résistances fertiles.

Quel statut pour la proposition mathématique non démontrée ? D'après la conception réaliste en mathématiques, la vérité des énoncés mathématiques peut être réalisée sans que nous soyons en mesure de la connaître, de la reconnaître ou de la démontrer pleinement : des connexions rigoureuses existent toujours « en réserve », dans un « matériau » hypothético-déductif « potentiellement indéfini » que l'on « explore » ou que l'on « découvre ». Tout à l'opposé des visions « réalistes » et pour se démarquer des « naïvetés » qui les accompagnent, Wittgenstein affirme à divers endroits de ses remarques philosophiques qu'il existe une différence de nature profonde entre les propositions « pressenties », non démontrées, et celles qui sont déjà insérées dans une grammaire formelle et autonome, conçue comme système prédéfini de règles du jeu tel que l'arithmétique, ou la théorie des ensembles ou la topologie générale. Ce fossé conceptuel majeur est incontournable, inexpugnable et ne peut en aucune façon être comblé.

> La démonstration se distingue radicalement de la vérification d'une proposition ordinaire déjà comprise, en ce sens que « la démonstration fait partie de la grammaire de la proposition » (PG, p. 370) ; de sorte que « la proposition avec sa démonstration appartient à une tout autre catégorie que la proposition sans la démonstration » (PG, p. 371). La proposition non démontrée ne représente pas un fait mathématique dont nous ne savons pas encore et dont nous cherchons à savoir s'il est réalisé ou non. Son sens est uniquement celui d'une incitation à la recherche mathématique et d'une directive ou d'une suggestion pour la recherche. Mais, alors qu'une hypothèse empirique (par exemple, une hypothèse médicale) conserve le même sens, lorsqu'elle est vérifiée, la démonstration mathématique modifie la position de la proposition dans le langage lui-même, et donc son sens. [1], p. 60.

Différence de catégorie parce que seul l'effectivement démontré est inséré dans l'architecture syntaxique des énoncés mathématiques. Mais rien de tel pour le non-démontré : il est suspendu dans l'hypothétique, indécis et non sanctionné ; il est « autre », parce qu'il appartient à un autre univers de langage et de pensée. Voilà une démarcation bien claire et bien nette.

L'irréversible-synthétique en mathématiques. Pour l'intuition de compréhension, aucune difficulté à résumer cette thèse : les oppositions de nature sur lesquelles on insiste en philosophie appartiennent en effet aux informations les plus immédiatement saisissables par la pensée « archaïque et reptilienne » qui contrôle toutes les mobilisation neuronales du cerveau, donc de la pensée humaine effective. Répéter un *distinguo* est non seulement autorisé, mais cela est aussi nécessaire ; c'est une manière de chercher à circonscrire un fait essentiel, en le soumettant, sans l'épuiser, à une méditation variée qui éclaire les premières parois d'un fossé conceptuel.

Réexprimons donc l'idée en d'autres termes. Si l'on admet sans discuter, comme semble le faire Wittgenstein, que l'univers du non syntaxiquement sanctionné ne doit pas faire l'objet d'une recherche visant à lui conférer structures internes et logiques autonomes qui entretiennent des liens complexes et délicats avec l'ordre du discours formalisé, une chose est pour l'instant certaine : le champ mathématique est universellement traversé par ce que nous appellerons dorénavant l'*irréversible-synthétique*. Est *synthétique* tout raisonnement qui compose avec des objets de pensée et qui rassemble des éléments de connaissance en un tout cohérent, en travaillant de manière locale ou (partiellement) globale. Est *irréversible* tout phénomène physique qui ne fonctionne que dans un seul sens, sans pouvoir être renversé spontanément, comme par exemple la formation d'un précipité chimique ou l'oxydation du fer. Mais dans le domaine abstrait, l'irréversible ne peut pas être caractérisé en termes organiques, ou être quantifié en termes d'entropie. Parler d'« irréversibilité mathématique » ne constituerait certainement pas une expression adéquate, parce qu'il n'y a pas, dans le domaine de la pensée pure, de démonstrations en marche par elles-mêmes qu'il suffirait de déclencher en confrontant les définitions aux questions, dans un creuset magique et hypothétique que personne n'a encore découvert.

En mathématiques, nul automatisme empirique, et il n'y a pas d'essence motrice séparée.

Aussi l'« irréversible » doit-il se rapporter dans sa notion propre[1] à ce qui fait que l'essence des mathématiques est de démontrer synthétiquement, chaque démonstration *synthétique* faisant *basculer les contenus de manière irréversible dans le champ expansif des résultats rigoureusement établis*.

[1] Le biologique du rationnel doit notamment y consacrer son potentiel d'irréversibilité.

En résumé, la thèse forte autour de laquelle se concentre la pensée de Wittgenstein dit simplement que l'irréversible-synthétique domine le statut de la proposition mathématique : c'est dans l'*a posteriori* d'une synthèse, et seulement dans cet *a posteriori*, que s'affirme la signification mathématique d'un énoncé.

Insuffisances spéculatives. Toutefois, un réel danger de circularité menace toute position qui affirme unilatéralement une thèse d'opposition, quelle qu'en soit la portée. Parce qu'elle s'inscrit dans la temporalité propre du monde, l'opposition fondamentale entre l'« avant » et l'« après » appartient en effet aux dialectiques les plus évidentes et les plus omniprésentes pour ce qui est de la vie continue de l'esprit. D'un point vue spéculatif, on ne peut pas se cantonner à répéter cette constatation chaque fois qu'on la voit se manifester dans la vie propre des étants abstraits et concrets que l'on fréquente, *parce que* de très nombreuses questions théoriques invitent à explorer les failles imprécises de ce « fossé conceptuel » qui sépare démonstrations achevées et supputations provisoires.

• Quand peut-on parler de validation définitive d'un résultat mathématique ? Quel critère choisir ? Quelle ligne de démarcation proposer ?

• La pensée du conjectural doit-elle être considérée par principe comme définitivement éliminée à l'instant même où la proposition mathématique formalisée confirme l'attente de vérité ? Comment alors s'effectue une telle « cristallisation-élimination » ?

• À quel moment peut-on être certain que la proposition s'incrit véritablement dans le système grammatical autorisé ? Doit-on établir des nuances en fonction de la structure, de la longueur et de la complexité des preuves ? Si l'on décompose un théorème donné en fractions partiellement ou totalement vérifiées, doit-on être conduit à parler d'hétéronomie du champ démonstratif ?

• Lorsqu'il est soumis à révision (correction), comment un théorème donné modifie-t-il son inscription dans la grammaire générale des énoncés mathématiques ?

• Quel statut donner aux preuves formelles qui ont été publiées dans des revues de mathématiques internationales, mais qui se sont en vérité avérées incorrectes après examen ultérieur, et souvent imprévisible, par d'autres mathématiciens ? Le philosophe du « fossé conceptuel » a-t-il été victime d'une illusion, d'un mirage ? Quand et comment peut-il être certain qu'il s'en rend compte[2] ?

• À quel moment « *cela* » bascule-t-il ? et à quel moment « *cela* » repivote-t-il en arrière en cas d'erreur ? Où et quand mémoriser l'erreur ? Quel statut lui réserver ?

Dérobade philosophique. Or face à de telles questions préliminaires, Wittgenstein semble choisir de se soustraire sciemment, intentionnellement au devoir d'analyser et de penser la complexité des liens qui unissent la pensée intuitive, prospective et informelle au régime d'appropriation réglée qu'offrent axiomatisation et formalisation.

> La proposition mathématique non démontrée ne contient pas une anticipation d'un fait qui a pu être suggéré par des expériences et dont la démonstration se chargera d'établir l'existence. Wittgenstein dit d'elle qu'elle est « un poteau indicateur pour la recherche mathématique, une incitation à des constructions mathématiques » (PG, p. 371). Ce qui lui donne pour l'instant un sens mathématique est essentiellement le complexe de résonances, d'associations, d'analogies, *etc.* qu'elle suscite dans le système des mathématiques et qui fournit à la fois un stimulant et une direction à la recherche. [1], p. 195.

Poteau indicateur, poteau télégraphique, poteau-frontière, résonances imprécises, analogies — voilà ce à quoi semble être réduite la pensée en acte dans la recherche effective. Boîte noire, dirons-nous tout simplement : opaque au philosophe, elle fonctionne à une distance éloignée de lui ; et c'est bien de la tête « noire » du mathématicien qu'il est question ici ; pourtant, la tâche que s'assigne le philosophe wittgensteinien met *a priori* entre parenthèses le devoir de comprendre et de fréquenter les réseaux de raisonnements qui *produisent* les constructions mathématiques formalisées. C'est cela que pourrait être tenté de lui reprocher tout mathématicien professionnel habitué à *jongler entre les deux niveaux en diluant des frontières imprécises*, habitué à métamorphoser des briques de rigueur formelle en *forces argumentatives douées de mobilité questionnante*, habitué à *vivre*

[2] Wittgenstein dit bien : « La proposition avec sa démonstration appartient à une tout autre catégorie que la proposition sans la démonstration ». Onze années séparent les deux « preuves » du théorème des quatre couleurs publiées par Kempe en 1879 et Tait en 1880 de la découverte par Petersen en 1891 de la présence d'un « trou » tellement important qu'il fallut encore attendre 1976 (Appel et Haken, après des idées décisives de Birkhoff, Heesch et d'autres) pour que l'on domine la « zoologie » des milliers de noyaux « inévitables » qui remplaçaient le « centre » de la carte dont était parti Kempe.

pendant des années en compagnie de problèmes ouverts partiellement explorés, et dont il est incapable, tout autant que ses collègues et concurrents directs, d'évaluer l'horizon de difficulté rémanente, c'est bien cela en effet qu'on serait tenté d'opposer à Wittgenstein, si son discours portait véritablement sur les mathématiques tout entières, comme semblerait le prétendre son vocabulaire qu'il ne veut jamais spécifique ou spécialisé ; et même sans chercher la polémique — je dirais même plus, sans chercher l'affrontement avec des adversaires peut-être inconsistants à qui les vraies difficultés, tant qu'ils s'y dérobent, restent invisibles — on pourrait de surcroît se demander véritablement comment il a pu être possible, dans l'histoire des idées, que la parole très assertorique de certains qui n'ont jamais « créé » de mathématiques soit parvenue à énoncer et à faire circuler un discours qui puisse faire autorité, dans certains milieux philosophiques, quant à la manière dont les mathématiques « se » créent, l'emploi du pronominal réfléchi « se » montrant ici *cum grano salis* à quel point il s'agit d'une « boîte » absolument « noire » pour ceux qui tentent d'échafauder un discours universel à ce sujet.

Liberté mathématique. Aucun discours universel sur les actes de « basculement » vers des résultats vrais, nouveaux et sanctionnés n'est parvenu à s'ériger, à aucune période de l'histoire des mathématiques, en tant que champ de principes stables, série de méthodes directives, ou ordre réglé de découvertes potentielles.

Les mathématiques sont un outil de liberté. Adrien DOUADY.

Tous les mathématiciens professionnels savent la mathématique trop libre de par son caractère imprévisible, notamment parce qu'ils éprouvent journellement l'« exoticité » et l'« incompréhensibilité » de tous les résultats mathématiques qui sont éloignés de ce qu'ils connaissent de très près. Naïvetés, donc, que les séduisantes formules wittgensteiniennes ! — lorsqu'elles extrapolent dogmatiquement leur portée en abusant de généralité terminologique.

Au contact des mathématiques contemporaines et s'il se décidait à les fréquenter véritablement et à les analyser dans leur complexité actuelle, Wittgenstein ressuscité démultiplierait peut-être sa pensée, mais on ne pourrait pas alors tout à fait exclure que ses lecteurs épigones ne puissent plus être à même d'étudier ses travaux pour asseoir une autorité philosophique. Imaginons en effet ses paragraphes compacts de deux à vingt ou trente lignes — si faciles à lire pour le commun des philosophes — se métamorphoser en centaines de pages ciselées qui exigent des années de formation mathématique préalable ?

L'irréversible mathématique doit forcer à complexifier les règles du jeu exégétique.

Conjectures expérimentales étrangères aux démonstrations rigoureuses. Après cette brève contre-argumentation, reprenons l'examen des thèses wittgensteiniennes au sujet de l'induction en mathématiques.

> Wittgenstein soutient qu'il existe un gouffre conceptuel infranchissable entre la conjecture, qui anticipe les résultats d'une série d'expériences de calcul hypothétiques, et la démonstration, qui prescrit, de façon complètement impersonnelle et intemporelle, quelque chose à propos des résultats en question. La première, pour autant qu'elle ressemble à ce qu'on appelle ordinairement une conjecture, dit simplement qu'aucun contre-exemple ne se présentera, la seconde exclut que quelque chose puisse être appelé un contre-exemple. [1], p. 194.

Effectivement, la différence est radicale : rappelons par exemple le destin « attentiste sur plus d'un siècle » de la loi *quantitative* de répartition des nombres premiers[3] : par des arguments élémentaires, Legendre a montré en 1808 que l'ensemble des nombres premiers admet une densité nulle sur $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$; mais comme Euler avait déjà établi auparavant que la somme des inverses des nombres premiers diverge : $\sum_{p \text{ premier}} \frac{1}{p} = +\infty$, cette densité nulle ne pouvait pas signifier une très forte raréfaction. Existe-t-il alors une loi mathématique qui décrit cette raréfaction de manière quantitative ?

Ce fut semble-t-il dès 1792 qu'à l'âge de 15 ans, Gauss émit la toute première *hypothèse quantitative précise* de raréfaction[4] : en examinant les tranches de 1 000 entiers dans les tables de nombres premiers (qu'il corrigeait au passage jusqu'à des entiers dépassant plusieurs millions), Gauss observa qu'au voisinage d'un entier n quelconque, la densité des nombres premiers est de l'ordre de $\frac{1}{\log n}$. Alors il émit l'hypothèse que le nombre

---

[3] *cf. e.g.* J.-P. DELAHAYE, *Merveilleux nombres premiers. Voyage au cœur de l'arithmétique*. Belin, Paris, 2000.

[4] Ce fait est attesté en 1848 dans une réponse de Gauss à l'astronome allemand Johan Encke qui aurait découvert une loi similaire ; les mentions éparses que Gauss formulaient dans sa maturité quant à ses découvertes de jeunesse sont à prendre très au sérieux, étant donné qu'il se refusait à publier la plupart de ses résultats partiels, et *a fortiori* les conjectures qu'il n'était pas parvenu à démontrer.

$\pi(n)$ de nombres premiers inférieurs ou égaux à n devrait être asymptotiquement égal au logarithme intégral[5] $\int_2^n \frac{dt}{\log t}$. L'approximation équivalente un peu moins précise $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ a été conjecturée[6] par Legendre en 1808.

Premier moment expérimental, donc, purement observationnel et simplement cantonné à un suivi comptable ; patience obstinée de calculateur prodige et ingénu était ici requise[7]. Pour tester ou deviner des lois plausibles, il est *nécessaire*, sinon incontournable, d'*ériger au préalable*

[5] Extraits de la lettre de Gauss à Encke, 24 décembre 1849, traduite en anglais dans : L.J. GOLDSTEIN, *A history of the prime number theorem*, Amer. Math. Monthly **80** (1973), 599–615 : « Your remarks concerning the frequency of primes were of interest to me in more ways than one. You have reminded me of my own endeavors in this field which began in the very distant past, in 1792 or 1793 after I have acquired the Lambert supplements to the logarithmic tables. [...] I counted the primes in several chiliads [...]. I soon recognized that behind all of its fluctuations, this frequency is on the average inversely proportional to the logarithm, so that the number of primes below a given bound n is approximately equal to $\int \frac{dn}{\log n}$, where the logarithm is understood to be hyperbolic. Later on, when I became acquainted with the list in Vega's tables (1796) going up to 400 031, I extended my computations further, confirming that estimate. In 1811, the appearance of Chernau's cribrum gave me much pleasure and I have frequently (since I lack the patience for a continuous count) spent an idle quarter of an hour to count another chiliad here and there ; although I eventually gave it up without quite getting through a million. Only some time later did I make use of the diligence of Goldschmidt to fill some of the remaining gaps in the first million and to continue the computation according to Burkhardt's tables. Thus (for many years now) the first three millions have been counted and checked against the integral.

n	$\pi(n)$	$\int \frac{dn}{\log n}$	ERROR	YOUR FORMULA	ERROR
500 000	41 556	41 606,4	+50,4	41 596,9	+40,9
1 000 000	78 501	79 627,5	+126,5	78 672,7	+171,7
1 500 000	114 112	114 263,1	+151,1	114 374,0	+264,0
2 000 000	148 883	149 054,8	+ 171,8	149 233,0	+350,0
2 500 000	183 016	183 245,0	+229,0	183 495,1	479,1
3 000 000	216 745	216 970,6	+225,6	217 308,5	+563,5

[...] The chiliad from 101 000 — 102 000 in Lambert's Supplement is virtually crawling with errors ; in my copy, I have indicated seven numbers which are not primes at all, and supplied two missing ones. [...]. »

[6] En fait, dès 1798, Legendre affirmait que l'on a exactement $\pi(n) = \frac{n}{\log n + A(n)}$, « où $A(n)$ est approximativement égal à $1,08366\cdots$ ». Mais cet énoncé incorrect devait être mis en défaut assez rapidement.

[7] Gauss a donc poursuivi ces recherches bien des années après avoir publié ses *Disquisitiones Arithmeticae*. Mille pages environ sont nécessaires pour écrire ces 216 745 nombres premiers à raison de deux cent dix nombres premiers par page sur trois colonnes. Compter $\pi(n+1000) - \pi(n)$ est immédiat. Calculer une valeur numérique précise du logarithme intégral prend quelque temps. S'assurer que les tables ne comportent pas d'erreur est beaucoup plus délicat.

d'arides pyramides numériques pour en scruter les structures translucides noyées dans une opacité primordiale[8] — sinon, quelle vision transcendante viendrait secourir l'intuition prospective ? Et actuellement, la théorie dite « computationnelle » des nombres regorge de conjectures observationnelles quantitatives parfaitement certaines, sans qu'aucune des expériences numériques automatisées lancées sur des ordinateurs super-performants ne puisse offrir d'indication quant à un hypothétique champ démonstratif afférent : raison est donc donnée à Wittgenstein sur ce point, si l'on s'en tient aux exemples pour lesquels l'inconnu déductif reste sensiblement à l'écart du scruté expérimental.

Inexactitudes et expressions inappropriées. Toutefois, dans le court extrait de [1] reproduit ci-dessus p. 7, la manière même de s'exprimer est imparfaite et inadéquate, voire tout simplement « **fausse** », si l'on doit s'autoriser à employer, au sein d'un débat de philosophie des mathématiques, une terminologie typique de la pratique des mathématiciens.

Tout d'abord, l'adjectif « infranchissable » dans l'expression « gouffre conceptuel infranchissable » est absurde : au contraire, certaines conjectures ont été, sont et seront démontrées. Justement les mathématiciens inventent des concepts dont ils « remplissent » ces « fossés conjecturaux » jusqu'à pouvoir les *franchir*. Toute la difficulté est de pouvoir penser ce

[8] Voici un autre exemple célèbre que le labyrinthe de l'induction nous a transmis dans l'histoire des mathématiques. Soit n un entier naturel $\geqslant 1$. Question : de combien de manières distinctes peut-on casser n en morceaux discrets, *i.e.* écrire $n = a+b+c+\cdots$, où a, b, c, $\ldots$ sont des entiers $\geqslant 1$? En fait, il y a *deux* questions, suivant que l'on décide (ou non) de tenir compte de l'ordre dans lequel sont écrits les constituants de n. Avec distinction de l'ordre de sommation, la réponse est essentiellement *trop* simple : une démonstration par récurrence montre en effet qu'il y a juste 2^{n-1} possibilités, par exemple : $3 = 2+1 = 1+2 = 1+1+1$. Mais les choses sont incroyablement plus compliquées lorsqu'on néglige l'ordre ; notons donc $p(n)$ le nombre de *partitions* de n ; par exemple pour $n = 5$, on a $p(5) = 7$, car $5 = 4+1 = 3+2 = 3+1+1 = 2+2+1 = 2+1+1+1 = 1+1+1+1+1$.

> There is a famous story concerning the search for some kind of pattern in the table of the $p(n)$'s. This is told of Major Mac Mahon who kept a list of these partition numbers arranged one under another up into the hundreds. It suddenly occured to him that, viewed from a distance, the outline of the digits seemed to form a parabola ! Thus the number of digits in $p(n)$, the number of partitions of n, is around $C\sqrt{n}$, or $p(n)$ itself is very roughly $e^{\alpha\sqrt{n}}$. The first crude assessment of $p(n)$!
> Among other things, however, this does not tell us not to expect any simple answers. Indeed later research showed that the true asymptotic formula for $p(n)$ is $\frac{e^{\pi\sqrt{2n/3}}}{4\sqrt{3}\,n}$!
> D.J. NEWMAN.

mouvement complexe et mystérieux. Place aux paradoxes, aux questions et à la philosophie !

> The brain of every mathematician carries a fragment of our "cloud in the tree", a little personal cloud where our synapses touch Hilbert's tree. These little clouds may have fractal geometry and thus relatively large boundaries. Hard to tell at this stage but one may take analogy from the study of the human movements where our neuron's system *avoids* most paths through many degrees of freedom as experiments show. This may be also the mathematical strategy of our brain, responsible for instance, for the equality $P = NP$ of everyday mathematics. We solve our problems essentially as fast as we state them. It took, probably, a couple of thousand brain-hours to state the Fermat theorem and mere instance (compared to $\exp 2000$) to solve it, no more than 10^5 brain-hours. (Actually, one has to compare the length of the proof to the time needed to find it. Maybe, the *shortest* proof of Fermat in reasonable units is of the order $\log$(time spent on the search of the proof).) This "practical equality" $P = NP$ is in flagrant contradiction with our mathematical intuition as we expect NP to be far away from P. Here is a fundamental gap in our understanding (if there any) of how mathematics works. We need, besides pure thought, biological, psychological study and/or computer experimentation. But as a community we shy away from such problems, scared of contamination by philosophy. Mikhail GROMOV.

Ensuite, la démonstration mathématique ne « prescrit » pas[9], elle *établit* (des propositions, des résultats, des théorèmes). On pourra certes admettre qu'elle « empile » des arguments, qu'elle « aligne » des raisonnements, qu'elle « combine » des techniques diverses. Mais le terme inapproprié « prescrire » est vraiment à proscrire, ne serait-ce que parce qu'il suggère quelque chose comme une décision de législateur ou un acte médical, bref une espèce de recommandation expresse, d'exigence, d'obligation ou d'ordre qu'il serait déraisonnable et fou de proférer face à certains problèmes très ouverts qui se posent avec tout un réservoir de potentialités imprévisibles.

Même s'il doit s'agir de règles, d'axiomes, ou de déclarations syntaxiques de concepts, « prescrire » ne peut en aucun cas absorber la portion principale de l'énergie de recherche en mathématiques. En effet, le champ mathématique n'est pas simplement « prescrit » ou « déclaré » par des démonstrations ou par des règles de langage, fussent-elle dûment établies avec toute la rigueur formelle, parce que la « prescription » ou plutôt la « déclaration » et la « mise en place » des « règles » n'est qu'un prologue au déploiement du champ de l'irréversible-synthétique, qui s'éclaire ensuite

[9] Nous poursuivons l'analyse critique de l'extrait en question, p. 7.

grâce à des quanta argumentatifs articulés et mobilisés dynamiquement *dans* les démonstrations.

De plus, affirmer que la « démonstration mathématique prescrit [. . .] quelque chose à propos des résultats en question » constitue une périphrase raccourcie, maladroite et trop rapide pour nommer le lien complexe qui unit les énoncés aux arguments, comme si ce que la démonstration dévoile du résultat qu'elle démontre devait subir un dédoublement et se constituer en même temps comme une réalisation exemplaire du point de vue grammatical prescriptif ; comme si les chaînes formalisées d'arguments lançaient, dans le champ de l'indéfini axiomatisé, un éclair qui se pétrifierait du même coup pour confirmer l'immanence fixée de l'univers des règles ; bref, comme si toute démonstration mathématique devait nécessairement être entraînée dans une métaphysique wittgensteinienne.

Ici encore, la généralité du vocabulaire invite à négliger la complexité des situations : le caractère toujours partiel des saisies axiomatico-formalistes dans la pratique mathématique, et la permanence des horizons imprécis de questionnement font que la démarcation même entre l'argumentatif et le déductif se fragmente à la fois dans l'histoire d'une spécialité et dans l'appréhension mentale des théorèmes. En tout cas, que l'on n'objecte pas que la rapidité d'exécution des phrases examinées expose inévitablement à certaines imperfections, car il s'agit bien ici d'un des problèmes les plus difficiles de la philosophie des mathématiques : penser la réalisation de l'irréversible-synthétique. Finesse de la spéculation et précision dans la terminologie doivent être d'emblée exigées.

Continuons : que fait la conjecture ? Non, elle n'« anticipe » pas « les résultats d'une série d'expérience de calculs hypothétiques » ! Même en se restreignant aux aspects purement expérimentaux de la théorie des nombres (le conjectural s'exerce en fait dans toutes les spécialités mathématiques), il serait fort réducteur de n'y voir qu'une prévision tout expérimentale d'expériences numériques futures. Bien que la phrase citée soit contrainte ici de continuer à maintenir une nette démarcation afin de garantir la cohérence locale de sa thèse, il nous faut rappeler que la conjecture énonce des règles, prétend des régularités, soupçonne des théorèmes, devine des lois, et s'exprime la plupart du temps dans le même langage formalisable que toutes les propositions qui sont dûment établies dans le sanctuaire hypothético-déductif. Une conjecture ordinaire, c'est un énoncé sans démonstration, l'énoncé vraiment possible d'un théorème vraisemblable que l'on pose dans un moment de suspens face à de l'inconnu qui résiste. Par définition, la conjecture est un énoncé potentiel fort d'une pensée structurée, bien que transversale au régime réglé des grammaires formelles, c'est un énoncé qui appelle une démonstration, ou qui subira une réfutation.

Dans la communauté internationale des mathématiciens, rares sont les conjectures qui s'affirment comme citadelles de pensée résistant à de multiples assauts intellectuels : en un mot, rares sont les conjectures dignes de ce nom, parce que la conjecture requiert d'embrasser des abysses synthétiques spécifiques qui focalisent un fort enjeu mathématique et face auxquelles on doit se sentir écartelé et trop faible pour s'autoriser à en dire quelque chose.

> As you said, Don [Zagier], the conjecture is the most responsible thing one can do and sometimes people make conjectures when they absolutely have no right to make conjectures. A conjecture really comes hard. I agree with you, Don, that one could make a serious conjecture once or twice in one's life, after deep thinking. You come to a deep understanding, and you cannot finish it, and you make a conjecture. You just cannot turn any question into a conjecture.
> Mikhail GROMOV

Il est par ailleurs surprenant de lire dans le même extrait (p. 7 *supra*) que la conjecture « dit simplement qu'aucun contre-exemple ne se présentera », car dans la forme même de son énonciation, la conjecture ne s'attarde en général pas à se contraposer elle-même : le spectre de sa fausseté contre-exemplifiable fait partie de sa rhétorique archaïque — inutile de rappeler cette donnée —, et seuls les mathématiciens les plus avisés seront à même de prendre à rebours les conjectures encore plus rares qui se trompent d'orientation, parmi celles qui sont connues comme étant d'un enjeu central[10]. Pour la même raison, il est fort inapproprié d'écrire — même en acceptant l'intrusion de points sophistiques involontaires — que la démonstration « exclut que quelque chose puisse être appelé un contre-exemple » : inapproprié en effet premièrement parce que les démonstrations mathématiques n'orientent presque jamais[11] leurs parcours en excluant des contre-exemples potentiels : leur structure manifeste en général un caractère argumentatif direct ; mais ce n'est pas tout, cela est inapproprié aussi, deuxièmement et même d'un point de vue wittgensteinien

[10] Le conjectural alimentaire de la recherche mathématique courante est ici tenu à l'écart de l'argumentation.

[11] La démonstration courante du théorème des quatre couleurs offre un exemple exceptionnellement riche de stratégie d'élimination systématique de contre-exemples potentiels.

« puriste », puisque, si l'on admet comme le soutient Wittgenstein que la structure logique intrinsèque de toute démonstration doit s'identifier au seul sens que l'on peut conférer à l'énoncé qu'elle démontre, alors toutes les fois qu'une démonstration ne procède pas en éliminant tous les contre-exemples imaginables (ce qui arrive la plupart du temps), il est faux qu'une démonstration « exclut que quelque chose puisse être appelé un contre-exemple ». À tout le moins, une démonstration sanctionnée doit exclure toute recherche de contre-exemple à l'énoncé précis qu'elle démontre, sans pour autant empêcher de réfléchir à l'optimalité des hypothèses en recherchant des contre-exemples à des énoncés légèrement modifiés plus ambitieux. Tout énoncé est accompagné d'un horizon coprésent de virtualités indécises concernant les hypothèses qui le constituent.

Reprise sur le théorème des nombres premiers. *Lucidité parfaite sur le fait que le sens de la proposition s'identifie au contenu de sa démonstration effective ; rigueur sur l'étrangeté irréductible de nature entre l'inductif et le déductif* : tel semble être l'apport majeur que Wittgenstein exprime de manière récurrente comme s'il s'agissait de sa « crispation spéculative » principale sur les mathématiques.

Sur le même exemple arithmétique continué, voici une confirmation historique des écarts temporels importants qui peuvent séparer les preuves des conjectures : après des travaux de Riemann, Bertrand, Tchebychev, Mertens et d'autres, ce ne fut qu'un siècle après les premières observations de Gauss, en 1896, que l'hypothèse quantitative de répartition fut dûment et rigoureusement démontrée par Hadamard et de la Vallée Poussin, en utilisant les méthodes transcendantes de la théorie des fonctions d'une variable complexe : *Le nombre* $\pi(n)$ *d'entiers positifs* $p \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ *qui sont premiers tend vers l'infini de la même façon que* $\frac{n}{\log n}$. Autrement dit :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\pi(n)}{\frac{n}{\log n}} = 1,$$

ce que l'on écrit parfois $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$.

Ainsi, la loi expérimentale pressentie se révèle correcte. Seule une démonstration est à même de spécifier comme vraie cette estimation quantitative. En l'occurence ici, les premières démonstrations étaient longues et délicates. Raison est donc donnée au philosophe analytique wittgensteinien, car tester ou découvrir expérimentalement cette loi en examinant une liste de nombres premiers avec l'aide des tables de logarithmes constitue une suite de gestes et d'actes de pensée (assez simples et plutôt répétitifs) qui n'ont absolument rien à voir avec des arguments de preuve délicats.

Concluons localement ces considérations : en revenant à l'extrait cité *supra* page 7, il s'agit encore et toujours du même « fossé conceptuel », ou plus exactement d'une *distinction fondamentale* entre :

1) les énoncés mathématiques (notamment en théorie des nombres) qui sont conjecturés grâce à des tests expérimentaux, à des calculs numériques effectués automatiquement, à des listes exhaustives de nombres, *etc.*, et :

2) les démonstrations mathématiques rigoureuses.

Approfondissons cela. En quoi et pourquoi est-il presque toujours beaucoup plus facile de formuler des conjectures expérimentales que de trouver des démonstrations ? Cette question est subtile. Commençons par une conjecture simple qu'aucune théorie n'accompage.

Conjecture de Collatz. Considérons le procédé suivant, que l'on peut expérimenter sur de nombreuses sites Internet. Étant donné un nombre entier initial arbitraire $n \geqslant 1$, le remplacer par $n/2$ s'il est pair, ou par $3n + 1$ s'il est impair ; itérer ce calcul ; observer que pour toutes les valeurs de n jusqu'à, disons 100 ($\sim 10^{18}$ en 2007), on redescend toujours à 1 (suivi du cycle $1 \to 4 \to 2 \to 1$) après un certain nombre d'itérations. *Conjecturer qu'il en va de même pour tout entier* n.

Il n'existe pas de « recette mathématique » plus simple. Par exemple, pour $n = 6$, on obtient la suite 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. On peut en remplir le ventre des ordinateurs. Seule limite physique : la taille des données stockées. Pour $n = 11$, quatorze itérations sont nécessaires ; pour $n = 27$, cent-onze (!), et les termes intermédiaires montent jusqu'à 4 858, redescendent à 911, remontent à 9232, avant de redescendre à 1 en sursautant plusieurs fois. Où est la difficulté ? Dans l'absence de loi simple ? Dans le chaotique ?

En 1996, T. Oliveira e Silva a écrit un programme en langage C qui calcule les trajectoires de toutes les valeurs initiales n inférieures à une limite donnée. Une fois lancé, le programme couvre des intervalles de 2^{50} entiers. Sur un ordinateur d'une mémoire vive de 266 MHz, en tenant compte de raffinements algorithmiques suggérés par E. Roosendaal (un concurrent international), près de 400 millions d'entiers (en moyenne) peuvent être traités à chaque seconde. Ce test fut stoppé quand $100 \cdot 2^{50}$ fut atteint.

Depuis Juin 2004, les efforts de vérification ont repris. Les calculs tournent depuis plus de trois ans. Il sont distribués sur une vingtaine d'ordinateurs, utilisent des algorithmes révisés qui sont trois fois plus rapides que les précédents, et permettent de couvrir des intervalles de 2^{58} entiers (facteur d'amélioration : $2^8 = 256$). Au printemps 2007, Collatz est confirmé pour tous les entiers jusqu'à $14 \cdot 2^{58} \simeq 4 \cdot 10^{18}$. Par ailleurs, Collatz se vérifie rapidement[12] pour des entiers $n \leqslant 10^{500}$ tapés au hasard sur un clavier, parce que les calculs sont triviaux pour la machine.

La maxime capitale de l'induction. Soit une conjecture *ouverte* quelconque $\mathsf{Cjct}(n)$ portant sur une quantité qui dépend d'un entier n arbitraire. Voici ce que rappelle la « *maxime capitale de l'induction* » : quelle que soit la hauteur impressionnante — $n \leqslant 3\,000\,000$, $n \leqslant 10^{18}$, $n \leqslant 10^{20}$, *etc.* — jusqu'à laquelle $\mathsf{Cjct}(n)$ a été confirmée, elle *peut toujours* être fausse. Sa probabilité de justesse, comme sa probabilité de fausseté, sont essentiellement inquantifiables.

> On a essayé d'évaluer la probabilité des inductions ou des hypothèses en introduisant le concept de degré de confirmation d'une hypothèse relativement à des faits. Ce degré de confirmation coïncide à peu près avec une probabilité conditionnelle. Les logiques inductives que l'on construit sur cette relation se sont révélées des formalismes encombrants et inféconds. Il serait raisonnable de renoncer à trouver à l'induction un fondement logique. Jean LARGEAULT.

L'indécision pure quant à la potentialité d'être ou de ne pas être nous est imposée par l'imprévisibilité des mondes temporels. Misère et dénuement de l'entendement qui ignore !

Parfois, après des décennies de recherches, les réponses sont crucifiantes. Plus d'une conjecture importante s'est révélée contredite à des hauteurs exceptionnellement élevées de l'entier n[13].

> XXXV. Il n'est pas possible à celui qui commet clandestinement quelque chose de ce que les hommes ont convenu entre eux de ne pas commettre pour ne pas faire de tort ni en subir, d'être sûr qu'il ne sera pas découvert, même si, dans le présent, il y échappe dix mille fois, car, jusqu'à sa mort, l'incertain est s'il continuera à n'être pas découvert. ÉPICURE, *Maximes capitales*.

Aussi l'évidence expérimentale ne *doit*-elle pas exister. L'empiriste anti-inductif insiste : pour l'induction, il *doit* ne pas y avoir de principe

---

[12] `did.math.uni-bayreuth.de/personen/wassermann/fun/3np1.html`

[13] Citons par exemple la conjecture de Pólya, la conjecture de Mertens et les nombres de Skewes.

heuristique ou pseudo-probabiliste, *parce que* le faux est toujours disponible dans l'ouvert. Le philosophe analytique wittgensteinien navigue aussi dans ces prologues de la spéculation mathématique spécialisée. Peut-il alors y avoir un dogmatisme de l'indécision ? À tout le moins, le *maintien rigoureux de l'ouverture* constitue un *impératif catégorique* de la pensée mathématique.

Mais la croyance en la véracité ou en la fausseté de $\mathsf{Cjct}(n)\ \forall\, n$ doit forcer à engager des actes irréversibles. Encore une fois : s'orienter, se confronter, c'est se potentialiser, donc s'imprévisibiliser. Il va ainsi dans le monde mathématique.

Pour la conjecture de Collatz (ouverte depuis 1937), aucun appareil théorique n'existe : c'est un cas exceptionnel. La sonde innocente :

$$n \longmapsto \begin{cases} n/2 \ \text{ si } \ n \ \text{ est pair} \\ 3n+1 \ \text{ si } \ n \ \text{ est } \textit{im}\text{pair} \end{cases}$$

est lancée dans l'indéfini potentiel primordial $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$. Il y a une *règle de calcul*, au sens de Wittgenstein. Mais aucun encadrement théorique n'est connu, y compris pour d'autres sondes analogues[14].

Mathematics is not yet ready for such problems. Paul ERDÖS.

Quel contraste entre cette règle d'itération simplissime et le chaos des résultats obtenus ! L'« écart », le « fossé conceptuel » se fait d'autant plus sentir qu'aucune démonstration n'existe en germe. On ne dispose que d'un raisonnement probabiliste non rigoureux pour se convaincre d'une éventuelle véracité de cette conjecture[15].

---

[14] LAGARIAS, J.C. : *The* $3x+1$ *problem and its generalizations*, Amer. Math. Monthly **92** (1985), 3–23.

[15] Si l'on considère seulement les nombres impairs dans la suite de Collatz, alors *en moyenne* le nombre impair suivant est multiplié par $3/4$. Voici l'argument heuristique.

Prenons un entier n_0 *impair* et itérons le procédé de Collatz jusqu'à obtenir un prochain entier impair n_1. Que vaut en moyenne le rapport n_1/n_0 ? En supposant que le devenir est soumis à des lois probabilistes équidistribuées et mélangeantes, on a : une fois sur deux $n_1 = (3n_0+1)/2$; une fois sur quatre $n_1 = (3n_0+1)/2^2$; une fois sur huit $n_1 = (3n_0+1)/2^3$; *etc.* ; par conséquent, la croissance moyenne de taille attendue entre deux entiers impairs consécutifs n_0 et n_1 devrait être égale à :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{3}{2^2}\right)^{1/4}\left(\frac{3}{2^3}\right)^{1/8}\cdots = \frac{3}{4} < 1.$$

Ainsi, cet argument suggère qu'en moyenne, les itérés impairs décroissent d'un facteur $\frac{3}{4}$. Mais l'hypothèse d'équidistribution et de mélange n'a pas encore pu être démontrée ; de plus, comme le raisonnement est probabiliste, même s'il était rigoureux, il ne pourrait pas exclure l'existence de cycles élevés qui seraient exceptionnels par rapport au comportement moyen.

S'il doit y avoir des lois prédisant le comportement de ces suites, il faut les extraire du chaos expérimental. Deux lois conjecturales ont été observées[16]. Elles raffinent la perception de ce problème, sans donneraucune indication de preuve.

- L'*excursion maximale* de n, à savoir la valeur entière maximale de sa trajectoire (9 232 pour $n = 27$) semble se comporter asymptotiquement comme n^2, tout en fluctuant autour de cette valeur.
- Le *temps d'arrêt* d'un entier n, à savoir le plus petit nombre d'itérations nécessaires pour passer en-dessous de n (et se ramener, par récurrence à un entier déjà examiné), semble se comporter comme $\log n$, avec des fluctuations plus importantes.

Libération par le contre-exemple ? Phénomène radicalement irréversible, l'avènement d'un contre-exemple libère immédiatement de la question initialement posée, il libère d'un travail de calcul indéfini, il arrête net une poursuite aveugle du programme. À cet instant, toutes les intentions doivent changer, tous les projets doivent être réorientés, toutes les intuitions être réorganisées, et on stoppe les 20 ordinateurs calculant en parallèle depuis plus de trois ans, et les 50 chercheurs concernés dans le monde se remettent en question. C'est cela l'« *irréversible mathématique* ».

Virtualités pérennes du principe de raison. Mais très souvent, le contre-exemple révélé ne libère en rien de la question en tant que question, parce que la question ne s'était qu'imparfaitement exprimée dans la conjecture. La conjecture prétendait que les êtres qu'elle interrogeait jouissaient d'une certaine simplicité comportementale encadrée par certaines loi quantitatives, mais elle n'effaçait pas toutes les complexités adventices de ces êtres qui s'étaient déjà pré-exprimées dans les moments de virtualisation collatérale.

Le conjectural commence toujours par prétendre pour lui-même que le simple domine, en tant que forme d'ensemble des phénomènes. Puis, s'il se trompe, il corrige, il affine, il repousse, il accepte, il complexifie. Curieusement, la dialectique du conjectural ne cesse de remobiliser le même mouvement inépuisable de pensée qui cherche à prévoir et à deviner des lois mathématiques régulatrices. Si le « principe de raison » a envahi la pensée technicienne, comme l'a parfois déploré Heidegger, cela même reste un mystère pour nous de savoir ce qu'il y reste de pensée métaphysique et

[16] Sur la page : `www.ieeta.pt/~tos/3x+1.html`, le lecteur trouvera deux graphiques convaincants.

comment cette pensée métaphysique irrigue encore continûment la pensée technique.

Actifier la question. Supposons découvert un cycle de Collatz très élevé — un contre-exemple — mais faisons rigoureusement abstraction des questions nouvelles qui surgiraient après coup. Le chaos stochastique des boucles attirées par le cycle $1 \to 4 \to 2 \to 1$ *que l'on avait déjà observé avant l'avènement dudit contre-exemple* n'en serait pas moins mystérieux, *toujours* en question. Les questions demeurent parce que le questionnement focalise son faisceau sur des affirmations hypothétiques transitoires. Mais le questionnement est toujours déjà éclaté au moment où il s'exprime. Le questionnement est un acte spécifique de décision multiple que l'on peut toujours reproduire, exporter, ramifier et faire éclater. *Le questionnement est un acte élémentaire*, un acte naturel qui va de soi, et cet acte est analogue dans sa finitude aux actes argumentatifs élémentaires du discours déductif (nous y reviendrons). La forme même des questions mathématiques est essentiellement simple, atomique.

Pourquoi la question mathématique atomique produit-elle de l'irréversible-synthétique organique ?

Ici transparaît une thèse de philosophie des mathématiques que nous jugeons capitale mais que nous ne dévoilerons pas encore pour l'instant.

> We have to assume that we are very stupid and our natural questions are stupid, and only by hard work, by conceptualizing, working hard, calculating, whatever, we can make good questions or good mathematics. And it's naive to think that we all have intuition or something. It's a stupid opinion. That's what I believe.
>
> Mikhail GROMOV.

Conjecture de Proth-Gilbreath. Deuxième exemple de conjecture purement expérimentale sans arrière plan théorique dont on peut abreuver les ordinateurs. Voici la recette, attribuée à Gilbreath, mais qui remonte à Proth au 19ième siècle. L'idée consiste à « dévisser » la complexité des nombres premiers en calculant leurs différences successives, ce à quoi Euler s'était adonné avec succès sur de multiples exemples.

Écrire les nombres premiers les uns à la suite des autres sur une première ligne ; écrire sur une seconde ligne la valeur absolue des différences entre deux nombres consécutifs ; itéter cette opération ; conjecturer que chaque ligne commence par **1** :

$k \diagdown n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	**2**	**3**	**5**	**7**	**11**	**13**	**17**	**19**	**23**	**29**	**31**	**37**	**41**	**43**	**47**	**53**
1	**1**	2	2	4	2	4	2	4	6	2	6	4	2	4	6	
2	**1**	0	2	2	2	2	2	2	4	4	2	2	2	2		
3	**1**	2	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0			
4	**1**	2	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0				
5	**1**	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0					
6	**1**	2	0	0	2	2	0	0	2	2						
7	**1**	2	0	2	0	2	0	2	0							
8	**1**	2	2	2	2	2	2	2								
9	**1**	0	0	0	0	0	0									
10	**1**	0	0	0	0	0										
11	**1**	0	0	0	0											
12	**1**	0	0	0												
13	**1**	0	0													
14	**1**	0														
15	**1**															

Plus précisément, soit $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $p_4 = 7$, $p_5 = 11, \dots,$ les nombres premiers listés dans l'ordre croissant et posons :

$$\left[\begin{array}{ll} d_0(n) := p_n, & n \geqslant 1, \\ d_{k+1}(n) := \big|d_k(n) - d_k(n+1)\big|, & k \geqslant 0, \quad n \geqslant 1. \end{array}\right.$$

Le tableau montre que $d_k(1) = 1$ pour $1 \leqslant k \leqslant 15$. En 1959, la conjecture $d_k(1) = 1$ pour tout k a été confirmée par Killgrove et Ralston jusqu'aux profondeurs $k \leqslant 63\,419$, et pour tous les entiers premiers $< 792\,731$. En 1993, A.M. Odlyzko[17] confirme le phénomène pour tous les entiers premiers $< 10^{13}$, de telle sorte que $d_k(1) = 1$ jusqu'à une profondeur $\lesssim 3{,}4 \cdot 10^{11}$.

Pour une première ligne $d_0(n)$ qui serait constituée d'entiers quelconques, le calcul de $d_k(1)$ requiert en général *a priori* la connaissance de tous les $d_j(i)$ pour $i + j \leqslant k + 1$, de sorte que pour $k \sim 3{,}4 \cdot 10^{11}$, il faudrait calculer aproximativement $5 \cdot 10^{22}$ nombres — au-delà des capactités technologiques actuelles. Mais pour une première ligne constituée des nombres premiers $d_0(n) = p_n$, le tableau montre qu'après un temps assez court, il n'y a plus que des 0 et des 2 après le **1** attendu, et dans un tel cas, *i.e.* si, pour un N on peut trouver un K avec $d_1(1) = \cdots = d_K(1) = 1$ tel que $d_K(n) = 0$ ou 2 pour tout $2 \leqslant n \leqslant N$, alors il est immédiat que l'on

[17] *Iterated absolute values of differences of consecutive primes*, Math. Comp. **61** (1993), no. 203, 373–380.

a ensuite $d_k(1) = 1$ pour tout $K \leqslant k \leqslant N + K - 1$. Ce phénomène se confirme et permet de réduire considérablement les temps de calcul.

> A rigorous proof of Gilbreath's conjecture appears out of reach, given our knowledge of primes. [...] About half of the machine time was spent in sieving for primes, and half in computing the iterated absolute values of the differences. A.M. ODLYZKO.

Retour sur Wittgenstein : deux universalités incomparables. Reprenons l'opposition wittgensteinienne.

> Ce qui n'est pas concevable, aux yeux de Wittgenstein, est que l'universalité qui nous est fournie par la démonstration, lorsque nous avons réussi effectivement à démontrer la proposition, puisse être celle-là même que des expériences répétées, effectuées avec la méthode de contrôle, nous avaient permis de supputer : « Où est censée ressortir de la démonstration la même universalité que les essais antérieurs rendaient probables ?» (PG, p. 361.) Je peux assurément formuler l'hypothèse douée de sens que, si je teste l'un après l'autre les nombres pairs pour voir s'ils satisfont ou non la proposition de Goldbach, je ne rencontrerai aucun contre-exemple de mon vivant. Mais comment une démonstration de la proposition dans laquelle il n'est question ni de moi, ni de qui que ce soit, ni de ce que je ferai ou ne ferai pas, pourrait-elle démontrer cette supposition ? [1], p. 194.

Certainement, la démonstration ne ressort pas d'une série de tests numériques. La nécessité universelle argumentée transcende la confirmation expérimentale. Mais ici, encore une fois, on projette le débat sur une opposition dualiste simplifiée. Alors que l'irréversibilité historique de la mathématique impose une complexité toujours grandissante aux dialectiques de la découverte, les oppositions en restent ici à un stade non ramifié. L'histoire des confirmations expérimentales s'étend sur plusieurs siècles ; les pratiques ont évolué ; et l'ontologie physique du calcul s'est considérablement enrichie à cause de la reproduction planétaire des machines électroniques. Atteindre un record de confirmation expérimentale pour la conjecture de Goldbach n'a vraiment rien de trivial actuellement ; nous en reparlerons dans un instant.

De plus, l'affirmation « si je teste l'un après l'autre les nombres pairs pour voir s'ils satisfont ou non la proposition de Goldbach, je ne rencontrerai aucun contre-exemple de mon vivant » part d'une prémisse insensée : aucun individu n'a jamais consacré, et ne consacrera jamais l'intégralité de la durée de sa vie à énumérer les cas d'une conjecture telle que celle de Goldbach les uns à la suite des autres jusqu'à son dernier souffle. Résumer sa vie à une finitude éprouvée sur le parcours répétitif d'une seule conjecture, ce serait se condamner et se crucifier. Mais en vérité, nul ne songe à se priver du jeu de l'imprévu et du plaisir de décider de ses propres changements d'orientation intellectuelle.

Autre objection : aujourd'hui, les confirmations expérimentales ne s'effectuent plus à la première personne. Le « je » de l'activité mathématique singulière n'a plus aucun sens, parce qu'il y a un « nous » commun et international de la confirmation expérimentale, qui tend de plus à se dépersonnaliser à cause de l'électronisation du calcul, et de sa transmissibilité par les canaux de communication. Les travaux de confirmation expérimentale se partagent entre les chercheurs.

Poursuivons la critique. Afin de défendre strictement sa thèse dualiste du « fossé » entre expériences numériques et grammaires formelles, le philosophe analytique wittgensteinien affirme que la démonstration rigoureuse d'une proposition mathématique ne peut avoir aucune incidence sur les suppositions qui se formulent *en tant que telles* dans le champ de l'expérience. Ou tout du moins, il affirme que l'universalité hypothétique qui est suggérée dans l'expérience n'est pas subsumée par l'universalité logique de la démonstration, et partant, que l'universalité présumée conserve son autonomie et son irréductibilité de principe. Cette affirmation unilatérale est erronée, et ce, pour quatre raisons.

- Parce qu'elle change le statut de la supposition expérimentale en certitude universelle, la démonstration a un impact immédiat : le caractère hypothétique, problématique et ouvert de la confirmation disparaît du même coup, et toutes les tâches de vérification calculatoire se métamorphosent en simples exercices d'application numérique.
- Pour ce qui concerne la production et l'assimilation de l'irréversible-synthétique, le principe de libre circulation entre l'*a priori* et l'*a posteriori* exige que l'étudiant ou le chercheur doive toujours pouvoir *se réinscrire temporairement dans une situation d'ignorance artificialisée*[18].
- Dès qu'une conjecture est confirmée par une preuve, d'autres suppositions plus ambitieuses peuvent être formulées en partant de raisonnements heuristiques analogues. L'homologie de structure se reproduit.

[18] C'est bien parce qu'on y efface les marques de l'indécision dialectique originelle quant à l'irréversible-synthétique que les textes mathématiques sont si difficiles à lire.

- La métaphysique audacieuse de la recherche entrelace tous les niveaux formels et informels, avec toujours la même confiance affirmée qu'il doit exister des lois et des démonstrations potentielles.

Certes, la nécessité apodictique de la démonstration ne *démontre* pas quelque chose à propos des suppositions que nous formulons en interrogeant les structures arithmétiques, ni même au sujet de la mystérieuse faculté que nous avons d'énoncer de telles suppositions, mais à tout le moins, il y a là un grand problème de métaphysique des mathématiques qu'on ne peut pas se contenter d'écarter obsessionnellement comme l'a fait Wittgenstein. L'optimisme de Hilbert (*non ignorabimus*) et la méditation rétrograde de Heidegger (domination universelle du principe de raison) ressurgissent comme questions ouvertes de philosophie des mathématiques.

Exemple. Ainsi, nous affirmons que même après qu'une démonstration rigoureuse a été produite, on peut exiger un retour vers l'expérimental numérique, soit comme confirmation d'une sorte d'harmonie préétablie, soit comme pénétration indépendante dans la réalité problématique des mathématiques. Par exemple, dans les années 1910 à 1920, G. Hardy et S.Ramanujan[19] ont découvert une formule approchée pour le nombre $p(n)$ de partitions d'un entier n, dont le terme principal est :

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\,\frac{d}{dn}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\sqrt{6}}\sqrt{n-\frac{1}{24}}}}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}}.$$

> [This formula] enables us to approximate to $p(n)$ with an accuracy which is almost uncanny. We are able, for example, by using 8 terms of our formula, to calculate $p(200)$, a number of 13 figures, with an error of $0,004$. I have set out the details of the calculation :

[19] *cf.* G.H. Hardy, *Some famous problems of the theory of numbers and in particular Waring's problem. An inaugural lecture delivered before the University of Oxford*, Oxford, Clarendon Press, 1920.

$$\begin{array}{r} 3\,972\,998\,993\,185,896 \\ 36\,282,978 \\ -87,555 \\ 5,147 \\ 1,424 \\ 0,071 \\ 0,000 \\ 0,043 \\ \hline 3\,972\,999\,029\,388,004 \end{array}$$

The value of $p(200)$ was subsequently verified by Major MacMahon, by a direct computation which occupied over a month.
G.H. HARDY.

Conjecture de Goldbach. Venons en maintenant à un autre exemple célèbre de conjecture ouverte : *tout nombre entier pair* $\geqslant 4$ *est somme de deux nombres premiers*. Plus précisément, pour tout entier pair $2n \geqslant 4$, il existe p et q appartenant à l'ensemble $\mathcal{P}$ des nombres premiers tels que $2n = p + q$.

Le principe initial de la confirmation expérimentale est extrêmement simple : il suffit en principe de se constituer au préalable une liste de tous les nombres premiers (en utilisant par exemple le crible d'Ératosthène, ce qui expose à la question d'efficacité et aux difficultés d'implémentation) jusqu'à une certaine grandeur, de les additionner deux à deux et d'examiner si tous les nombres entiers n sont ainsi obtenus jusqu'à une certaine grandeur.

Pour confirmer cela dans un intervalle d'entiers $[a, b]$, deux méthodes ont été utilisées. On doit trouver deux ensembles de nombres premiers $\mathcal{P}_1 \subset \mathcal{P}$ et $\mathcal{P}_2 \subset \mathcal{P}$ tels que

$$\big\{2n : \ a \leqslant 2n \leqslant b\big\} \subset \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = \big\{p_1 + p_2 : \ p_1 \in \mathcal{P}_1, \ p_2 \in \mathcal{P}_2\big\}.$$

Fixons un entier $\delta \geqslant 1$. Dans la première méthode on choisit :

$$\mathcal{P}_1 = \big\{p_1 \in \mathcal{P} : \ 2 \leqslant p_1 \leqslant b-a+\delta\big\}, \qquad \mathcal{P}_2 = \big\{p_2 \in \mathcal{P} : \ a-\delta \leqslant p_2 \leqslant a\big\}.$$

Dans la seconde méthode on choisit :

$$\mathcal{P}_1 = \big\{p_1 \in \mathcal{P} : \ 2 \leqslant p_1 \leqslant \delta\big\}, \qquad \mathcal{P}_2 = \big\{p_2 \in \mathcal{P} : \ a - \delta \leqslant p_2 \leqslant b\big\}.$$

Les calculs montrent que δ peut en fait être choisi très petit par rapport à b pour trouver au moins un couple $(p_1, p_2) \in \mathcal{P}_1 \times \mathcal{P}_2$ tel que $2n =$

$p_1 + p_2$. L'évidence numérique supportant cette conjecture est très forte, car le nombre $g(2n)$ de *partitions de Goldbach*, *i.e.* de manière d'écrire $2n = p + q$ avec $p, q \in \mathcal{P}$ et $p \leqslant q$, croît rapidement avec $2n$.

La première méthode a été implémentée sur des ordinateurs dès les années 1960. Parce qu'elle exige d'effectuer des tests de primalités sur de grands intervalles d'entiers $[a - \delta, b]$, la seconde est moins économique, mais elle seule permet d'accéder à la *partition de Goldbach minimale* d'un entier pair $2n$ quelconque, c'est-à-dire au couple d'entiers premiers $\big(p_{\min}(2n), q_{\min}(2n)\big)$ avec $p_{\min}(2n) \leqslant q_{\min}(2n)$ tels que *pour tout autre* partition de Goldbach $2n = p + q$ avec $p \leqslant q$, on a $p_{\min} < p$.

En vérité, la recherche des partitions de Goldbach minimales expose à une difficulté imprévisible : lorsque $2n$ augmente régulièrement, les entiers premiers $p_{\min}$ sautent de manière assez chaotique[20]. Par exemple, juste avant $100 = \mathbf{3} + 97$, on a $98 = \mathbf{19} + 79$. Ce phénomène pourra-t-il être embrassé dans une démonstration d'une longueur raisonnable ? Sinon, pourra-t-on le contourner grâce à une structure globale de l'ensemble des partitions de Golbach de tous les entiers pairs ?

L'expérimental numérique force à éclater les questions.

Calculs au front. Depuis février 2005, T. Oliveira e Silva (en compétition avec d'autres concurrents internationaux) pilote une cinquantaine d'ordinateurs qui travaillent en parallèle pour chercher la partition de Goldbach minimale d'entiers pairs appartenant à des intervalles de longueur 10^{12}. En avril 2007, 10^{18} a été atteint. Les calculs mémorisent le nombre de fois que chaque (relativement petit) nombre premier p est utilisé dans une partitition de Goldbach minimale, ainsi que le plus petit entier pair $2n$ pour lequel $p_{\min}(2n) = p$.

> On a 2.2GHz Athlon64 3500+ processor, testing an interval of 10^{12} integers near 10^{18} takes close to 75 minutes. The execution time of the program grows very slowly, like $\log(N)$, where N is the last integer of the interval being tested, and it uses an amount of memory that is roughly given by $13\sqrt{N}/\log N$. The program is now running on the spare time of around 50 computers (20 DETI/UA and 30 at PSU), either under GNU/Linux or under Windows 2000/XP. We have reached 10^{18} in April 2007, and are now double-checking a small part of the results. T. Oliveira e Silva

[20] Le lecteur trouvera une représentation graphique de la *voile de Goldbach* à la page : wardley.org/images/misc/goldbach/

Pour tout entier premier p, les spécialistes se sont aussi intéressés à $S(p) =$ le plus petit entier pair $2n$ tel que p apparaît dans la partition de Goldbach minimale de $2n$. Le record actuel (automne 2007) est détenu par J. Fettig et N. Sobh : c'est $p = 9341$ pour $2n = 906\,03057\,95622\,79642$. En 1989, A. Granville, J. van de Lune et H.J.J. te Riele[21] ont conjecturé, en invoquant un argument probabiliste, que p ne devait par croître plus rapidement que $\log^2 S(p) \log\log S(p)$. Mais les données expérimentales contredisent cette estimation qui devrait être remplacée par $\frac{1}{3}\left[\log S(p) \log\log S(p)\right]^2$.

L'expérimental numérique éprouve les cohérences heuristiques.

> Explorer l'univers des nombres comme le monde physique ? Aucun domaine n'a engendré autant de conjectures indémontrées (mais en partie vérifiables à l'aide de calculs) que l'arithmétique des nombres premiers. Contrairement à l'idée que les mathématiciens proposent le plus souvent de leur discipline, les démonstrations y semblent parfois reléguées au second plan. De toute façon, disent les mathématiciens eux-mêmes, nous n'arrivons pas à démontrer nos conjectures, et l'état actuel de nos connaissances rend impensable que nous réussissions dans un proche avenir. J.-P. DELAHAYE.

Digression sur la nature physique du calcul. Mais quelle *magie* alors nous délivrent les ordinateurs ? Rien d'autre qu'une mécanisation des gestes de calcul de type eulérien ou gaussien, lorsque lesdits gestes s'astreignent *sans pensée latérale* à aligner les résultats successifs obtenus par application d'une certaine règle définie d'engendrement arithmétique.

> D'un bout à l'autre du calcul [dans la preuve du théorème des quatre couleurs], n'importe qui peut étudier et vérifier chaque détail. Le fait qu'un ordinateur puisse traiter en quelques heures plus de cas particuliers qu'un humain ne pourrait espérer le faire dans toute sa vie ne change rien au concept même de démonstration. W. HAKEN.

L'ordinateur programmé par le théoricien expérimental des nombres n'est donc rien de plus qu'un « Train de calculs à Grande Vitesse » lancé dans l'indéfini primordial et irréductible qu'est la suite des nombres entiers.

> Tous les calculs sont empiriques au sens trivial où ils supposent la mise en œuvre d'une manipulation de symboles, que ce soit mentalement, avec du papier et un crayon, ou à l'aide d'une machine ! Martin GARDNER.

[21] *Checking the Goldbach conjecture on a vector computer*, Number Theory and Applications, R.A. Mollin (ed.), pp. 423–433, Kluwer Academic Press, 1989.

Grâce aux microprocesseurs, la « physicalité du calcul » est ainsi enrichie à un niveau micro- ou nano-scopique toujours plus profondément lointain des bouliers orientaux, tables de calculs, bâtonnets de Neper, machines à calcul mécaniques (Vinci, Schikard, Pascal) ou machines à calcul électromécaniques, qui étaient initialement conçues à l'échelle physique de l'homme. *En dernier recours, les symboles en mouvement nécessitent toujours un support matériel pour s'exécuter dynamiquement*. Les « gestes de calcul » peuvent être compressés dans l'espace-temps et augmentés en volume : telle est la seule et unique « magie » des ordinateurs. Et pour ce qui est de l'essence même du calcul, la vraie et seule « magie » qui nous entoure tous remonte aux babyloniens : c'est la possibilité — au lieu de solliciter membres et neurones — de piloter cailloux ou électrons dans l'univers mobile du monde physique pour que ces éléments physiques calculent automatiquement.

PHYSICALITÉ FONDAMENTALE DU CALCUL. *Qu'il soit manuel ou digital, arithmétique, algébrique, numérique, probabiliste ou diagrammatique, tout calcul exécuté ou programmé par les hommes est irréductiblement discret, fini et imprimé de manière transitoire sur des supports physiques. Aucun calcul « transcendant » à une effectuation incarnée physiquement n'est possible. Tous les calculs pour lesquels l'ordinateur est très performant (décimales de π ; bases de Gröbner ; tests de primalité ; analyse matricielle ; schémas numériques des équations aux dérivées partielles ; statistiques ; tris de données) sont dans leur principe effectif identiques à ceux que l'on conduit en ayant recours à n'importe quel autre véhicule physique pour le mouvement des symboles.*

(Il reste toutefois très incertain que la puissance des ordinateurs soit sans conteste effectivement supérieure à celle d'un Euler ou d'un Gauss, même envisagés artificiellement comme n'étant que calculateurs de génie : nous y reviendrons en temps voulu. Par ailleurs, il existe de nombreux domaines des mathématiques qui ne se prêtent absolument pas à une « physicalisation », ni à aucun type d'assistance électronique.)

Dialectique a priori de l'existentiel. L'atomicité symbolique du quantificateur « $\exists$ » qui sert à exprimer conjectures et théorèmes dans le même langage formel ne doit pas faire croire que l'existence se réduise à un concept non problématique. En mathématiques, l'existence ouverte est d'une complexité dialectique imprévisible ; ses variations spéculatives peuvent s'avérer troublantes.

Rappelons que le débat philosophique entre l'existence abstraite et l'existence effective en mathématiques (formalistes contre constructivistes, Hilbert contre Gordan) est causé, en amont des polémiques, par le fait que certains énoncés mathématiques peuvent souvent être jugés comme imparfaits, partiels et donc encore ouverts du point de vue de la connaissance mathématique[22].

Ici — phénomène surprenant et paradoxal —, la conjecture de Goldbach montre qu'*un trop-plein d'existence peut faire obstacle à une connaissance mathématique achevée* : l'expérience montre en effet que le nombre de couples de nombres premiers (p_1, p_2) tels que $n = p_1 + p_2$ augmente très rapidement avec n. La dialectique *a priori* de l'existentiel ouvert doit donc s'enrichir de ce cas de figure, et le considérer comme métaphysiquement disponible à l'avenir.

Heuristique semi-rigoureuse. En 1923, grâce à des arguments informels mais pertinents, Hardy et Littlewood ont conjecturé que le nombre $\pi_2(n)$ de représentations de tout entier n assez grand comme somme de deux nombres premiers $n = p_1 + p_2$ devait être asymptotiquement égal à :

$$2\,\varpi_2\,\frac{n}{\big(\log n\big)^2}\prod_{p|n;\;p\geqslant 3}\frac{p-1}{p-2},$$

où n est pair et où ϖ_2 est la *constante des nombres premiers jumeaux* : $\varpi_2 = \prod_{p\geqslant 3}\Big(1-\frac{1}{(p-1)^2}\Big) = 0,66016\cdots$. Cette valeur asymptotique est bien confirmée jusqu'à $n \leqslant 10^{17}$. Les manuels ou digitaux confirment la présence du facteur $\prod_{p|n;\;p\geqslant 3}\frac{p-1}{p-2}$ découvert par Sylvester en 1871 et qui produit de petites oscillations dans la valeur expérimentale de $\pi_2(n)$ lorsque n varie. Nous y reviendrons.

Considérons maintenant quelques conjectures ou questions ouvertes en arithmétique des nombres premiers qui sont simples à comprendre et à énoncer.

Conjecture des nombres premiers jumeaux : *Il existe un nombre infini de paires de nombres premiers* $(p, p+2)$ *séparés seulement par un écart de* 2. Autrement dit :

$$\liminf_{n\to\infty}\; p_{n+1} - p_n = 2.$$

[22] Nous développerons cette thèse en temps voulu.

Conjecture de Polignac. *Pour tout écart pair $2k$, il existe une infinité de paires de nombres premiers $(p, p+2k)$ séparés par $2k$.*

Existe-t-il une infinité de nombres premiers de la forme n^2+1 ? On sait qu'il en existe une infinité de la forme n^2+m^2 ou n^2+m^2+1.

Existe-t-il toujours un nombre premier entre n^2 et $(n+1)^2$? En 1882, Opperman conjectura que $\pi(n^2+n) > \pi(n^1) > \pi(n^2-n)$, ce qui est aussi très probable.

Écarts entre nombres premiers consécutifs. En 1936, Cramér conjectura que

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{p_{n+1}-p_n}{\big(\log p_n\big)^2} = 1,$$

d'où en particulier : il existe des écarts arbitrairement grands entre nombres premiers qui se suivent.

Fréquence des écarts entre nombres premiers consécutifs. Wolf, Odlyzko et Rubinstein ont conjecturé que l'écart le plus fréquent entre deux nombres premiers est égal au produit des n premiers nombres premiers

$$\mathsf{E}(n) := 2\times 3\times 5\times 7\times\cdots\times p_n$$

pour tous les nombres compris entre

$$\mathsf{h}(n) := \exp\Big(\frac{2\times 3\times\cdots\times p_{n-1}(p_n-1)}{\log\big[(p_n-1)/(p_n-2)\big]}\Big)$$

et $\mathsf{h}(n+1)$. Ici, $\mathsf{h}(3)\simeq 10^{36}$ est déjà bien au-delà du domaine accessible à une expérimentation systématique[23], et *a fortiori* aussi $\mathsf{h}(4)\simeq 10^{428}$, $\mathsf{h}(5)\simeq 10^{8656}$, *etc.*

Métaphysique du « tout ce qui est possible se réalise ». Dans le domaine des nombres premiers, on peut formuler de très nombreuses conjectures simples au sujet d'ensembles de nombres astreints à satisfaire un certain nombre de propriétés définies. Tout le possible qui n'est pas exclu par des conditions nécessaires raisonnables et évidentes semble pouvoir prétendre à une plénitude d'être, à une infinitude, à une quantifiabilité explicite. Face à la réalité problématique irréductible des nombres entiers, et

[23] Contrairement aux conjectures précédentes, l'expérimentation numérique ne peut pas constituer ici la source principale d'alimentation prospective. Le dispositif initial du philosophe analytique wittgensteinien est donc spéculativement incomplet : il faut aussi tenir compte des conjectures qui hybrident un champ expérimental insuffisant à des raisonnements heuristiques semi-rigoureux.

bien qu'il semble ne pas y avoir de principe supérieur pour expliquer comment les réalisations mathématiques sont possibles, la posture métaphysique du conjectural engageme vers les potentialités du possible. Parce que l'expérience acquise par l'histoire des mathématiques témoigne de réussites passées, les actes conjecturaux sont généralisables, universalisables et reproductibles. Les formes du questionnement mathématique s'organisent en une algèbre libre, ouverte et non systématisable.

Mais d'un autre côté, la conjecture n'est qu'une forme d'accès préliminaire aux réalités problématiques des mathématiques. Les formes abstraites générales de l'interrogation exposent à de l'irréversible-synthétique qui exige une circulation permanente des questions dans les preuves.

> The achievement of the mathematicians who found the Prime Number Theorem was quite a small thing compared with that of those who found the proof. [...] The whole history of the Prime Number Theorem, and the other big theorems of the subject, shows that you cannot reach any real understanding of the structure and meaning of the theory, or have any sound instincts to guide you in further research, until you have mastered the proofs. It is comparably easy to make clever guesses ; indeed there are theorems, like the "Goldbach's theorem", which have never been proved and which any fool could haved guessed. G. H. HARDY.

Raisonnement absurde. Reprenons maintenant notre analyse critique des expressions qui sont employées par le philosophe analytique wittgensteinien. Voici un autre extrait.

> Cette idée qu'il existe une différence de nature, et non pas simplement de degré, entre la démonstration et l'expérience, qui fait que la démonstration ne peut pas démontrer exactement ce qui a été conjecturé (*sic*), est liée au fait que, dans la proposition mathématique, l'expression « nécessairement tous » constitue pour ainsi dire un mot unique (*cf.* PG, p. 429) et que l'on ne peut en détacher le « tous » pour le comparer à celui de l'expérience. Supposer que tous les nombres naturels ont une certaine propriété veut dire supposer que, si on les passait tous en revue successivement, on constaterait que chacun d'entre eux a cette propriété. Mais que peut vouloir dire supposer que tous les nombres naturels ont *nécessairement* une certaine propriété, si ce n'est précisément supposer l'existence d'une démonstration de la proposition universelle ? [1], p. 195.

Ici, la spéculation dérape : aveuglée par le même et unique dipôle conjectures/preuves, elle exagère les différences conceptuelles en extrapolant la signification de l'écart. Ici, *la tentation sophistique menace l'exégète*. Même en admettant que les énoncés visés se métamorphosent souvent au cours d'une recherche, et donc que les démonstrations ne démontrent pas toujours nécessairement ce qui a été initialement conjecturé ou visé, l'affirmation brutale « la démonstration ne peut pas démontrer exactement ce qui a été conjecturé » est inadmissible :

- Sans autre nuance restrictive que par insertion furtive de l'adverbe « exactement », cette affirmation péremptoire se présente comme valable pour *toute* proposition conjecturée et pour et *toute* démonstration ! Indignation chez les mathématiciens !
- Par une sorte d'argument d'autorité philosophique, cette affirmation semble suggérer que celui qui démontre est toujours naïf de croire que ce qu'il démontre est effectivement ce qu'il annonce comme ce qu'il va démontrer.
- De plus, cette affirmation élimine brutalement tout ce qui fait l'intention d'un projet déductif.
- Enfin, plus grave encore, par l'insertion du verbe modal « peut », cette affirmation catégorique se présente comme une vérité de fait qui limite *a priori* la portée de toute démonstration par rapport à un énoncé.

Et pour justifier cette absurde affirmation, en faisant un appel rhétorique distendu et indirect à la périphrase imprécise « est liée au fait que », on greffe un appel au quantificateur logique universel afin de convaincre définitivement son lectorat de philosophie analytique : en tant qu'il est porteur d'une nécessité logique, le quantificateur universel « $\forall$ » transcende le caractère inductif de la conjecture.

Ensuite, l'obsession portant sur le « fossé conceptuel » entre expériences et preuves conduit à écrire une phrase surprenante : « Supposer que tous les nombres naturels ont une certaine propriété veut dire supposer que, si on les passait tous en revue successivement, on constaterait que chacun d'entre eux a cette propriété » : éh bien justement non ! Sauf de manière accessoire et partielle, ce n'est vraiment pas d'une vérification indéfinie que parle une supposition mathématique ! Et ce, pour deux raisons.

Premièrement, à l'échelle humaine, l'infini n'existe pas ; on ne peut jamais supposer qu'une infinité de nombres entiers soient passée en revue : cela n'existe pas ; cela ne peut pas exister. La thèse lucide sur la physicalité du calcul que nous avons énoncée il y a quelques instants a pour conséquence immédiate de borner (disons par 10^{70}) le nombres d'opérations jamais effectuables dans l'univers.

Deuxièmement, qu'elles soient conjecturales-ouvertes, conjecturées-établies, ou simplement établies-admises, la plupart des propositions mathématiques s'expriment dans un langage logique, avec des quantificateurs existentiels ou universels. Il est lointain, le temps où le langage axiomatique balbutiait !

Le conjectural s'inscrit d'emblée dans le langage du démonstratif.

En mathématiques, l'universalité et l'existentialité du conjectural sont du même type métaphysique que l'universalité et l'existentialité du démonstratif. La différence entre les deux est toute modale : elle a trait au caractère d'*ouverture* des énoncés. Bien que la tradition classique de philosophie des mathématiques semble s'être résolument écartée de l'ouverture comme concept, de grands mathématiciens comme Riemann ou Hilbert nous ont légué quelques précieuses pensées à ce sujet. Nous y reviendrons ultérieurement.

Poursuivons la critique. En mathématiques, un raisonnement est absurde lorsqu'il est contradictoire. Jusqu'à nouvel ordre, le principe de non-contradiction doit être rigoureusement respecté. En philosophie spéculative, notamment dans la *Weltanschaaung* hégélienne, on admet que ce principe puisse être remis en cause. Mais en philosophie analytique, il est encore considéré à juste titre comme exigence minimale. Or dans cet extrait, la cohérence locale des raisonnements n'est pas respectée, parce que l'universalité et l'existentialité de la proposition mathématique conjecturale s'expriment la plupart du temps dans un langage formalisé qui attend une démonstration complète exprimée dans le même langage et qui est accompagnée de démonstrations partielles, d'idées initiales, d'arguments heuristiques.

Maintien du fossé conceptuel. Encore une citation témoignant de la circularité de la spéculation. Le commentaire critique est laissé en exercice.

> La tentation à laquelle il faut résister, en l'occurence, est celle qui consiste à considérer une série d'expériences de mesure susceptibles de conduire à l'idée du théorème de Pythagore et la démonstration du théorème comme deux symptômes différent du même état de chose, le deuxième ayant simplement sur le premier l'avantage d'être beaucoup plus sûr, et pour tout dire, infaillible. Wittgenstein réagit à ce genre de suggestion en remarquant que : « rien n'est plus funeste pour la compréhension philosophique que la conception de la démonstration et de l'expérience comme étant deux méthodes de vérification différentes, donc tout de même comparables » (PG, p. 361). [1], p. 195.

Retour sur le théorème des nombres premiers ; doxas anachroniques. La régularité $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ est surprenante : elle aurait tout aussi bien pu se révéler fausse, si l'on s'en était tenu à l'exercice spéculatif universel que nous offre la *doxa* pure et *a priori* du conjectural. À partir du moment où la suite des nombres premiers est considérée comme irréductible à toute saisie formelle totalisante parce qu'indéfiniment riche et complexe, comment cette suite pourrait-elle jouir de régularités aussi simples que $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$? Et si l'on doit admettre que de telles régularités simples existent effectivement, comment se constituer une intuition fiable des structures plausibles ?

Voilà encore un autre type de question qui demeure toujours en suspens et toujours disponible : *comment un résultat établi s'insère-t-il dans l'intuition provisoirement constituée qu'on a d'un champ rationnel* ?

Bien que l'irréversible-synthétique engendre ses raisonnements rigoureux, il est totalement faux que l'*a posteriori* démonstratif efface l'ouverture fondamentale qui est inhérente à la proposition non démontrée. L'imparfait demeure et l'ouverture latérale non écrite reste coprésente. La faculté d'interrogation est intacte : dès lors qu'on cherche à comprendre une démonstration en profondeur, on doit métamorphoser, retourner et dés-*a postérioriser* tous les raisonnements. On doit faire ressurgir les questions décisives qui ont orienté l'irréversible-synthétique vers la mise au point d'arguments spécifiques. La consignation des résultats mathématiques dans un langage formel élague des dialectiques qu'il faut reconstituer.

Le penseur wittgensteinien se trompe donc ici sur un point crucial : le temps de la pensée circule dans tous les sens et voyage de manière anachronique entre l'*a priori* et l'*a posteriori*, entre la démonstration actuelle et sa saisie comme horizon, même si l'irréversible biologique et la flèche du temps imposent que ces voyages s'effectuent au détriment du vieillissement corps, même si les répétitions, les hésitations, les reprises, les corrections se déploient linéairement dans un temps biologique irréversible. On ne fait jamais réellement abstraction du fait qu'un énoncé dit quelque chose que l'esprit embrasse aisément en un instant, alors que l'étude des démonstrations exige en général des heures de concentration et de réflexion.

De plus, la démonstration ne supplante jamais définitivement son champ expérimental originaire. Quiconque est intéressé par la répartition des nombres premiers aura avantage à reprendre les tests de Gauss, et il découvrira, comme Gauss, des oscillations locales presque chaotiques dans cette répartition, oscillations que le théorème $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ est visiblement incapable de quantifier et au sujet desquelles il ne dit rien. En extrayant les régularités essentielles, le conjectural se focalise sur les grandes structures. Mais l'expérimental latéralise, complexifie et ramifie les intuitions questionnantes. Les lois ne sont pas données d'emblée avec les listes expérimentales : tout ce que l'on peut dire, c'est qu'elles y transparaissent *peut-être*. L'expérience scientifique confirme toujours la déraisonnable efficacité du principe de raison. Formuler une loi conjecturale requiert toujours un acte synthétique de l'esprit.

Permanence du provisoire et de la problématicité. Aussi le schéma simplifié « conjectures versus preuves » que le philosophe analytique retient d'une lecture de Wittgenstein ne correspond-il vraiment pas à la complexité des situations de recherche que provoque l'interrogation expérimentale, toujours ouverte à des phénomènes subsidiaires. Dire que des questions nouvelles renaissent une fois les résultats acquis serait encore insuffisant, parce que :

Les questions intrinsèques perdurent au sein des architectures achevées.

Au sein même des démonstrations purifiées, l'ouverture se maintient dans les questions qui sont déjà tranchées.

Par ailleurs, et d'une manière générale, dans la pratique mathématique, il y a un certain nombre de questions universelles reproductibles. Ici par exemple, au sujet de la preuve de type Hadamard et de la Vallée-Poussin, quelques questions à caractère essentiellement universel peuvent être posées :

- comment les nombres premiers s'intègrent-ils dans l'analyse complexe ?
- quels sont les arguments décisifs ? comment les distinguer des arguments élémentaires ?
- quelles sont les intuitions globales survolantes de la preuve ?
- *la démonstration que je lis constitue-t-elle la « bonne » démonstration ?*

Rien de plus permanent et de plus ineffaçable que les questions de compréhension, notamment en mathématiques. C'est parce que le conjectural contient des traces indélébiles de problématicité qu'il est ineffaçable.

Considérons par exemple la quatrième question. À ce jour, essentiellement deux démonstrations de l'équivalence $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ sont connues. La première, due à Hadamard et de la Vallée Poussin, utilise la fonction $\zeta(s)$ de Riemann, la théorie des intégrales, les séries et produits infinis, l'intégration dans le champ complexe, l'étude des valeurs au bord de fonctions holomorphes, et des arguments de type taubérien : elle n'est décidément pas « élémentaire ». Hadamard et de la Vallée Poussin ont d'abord démontré que $\zeta(s)$ ne s'annule pas dans le demi-plan fermé $\{\mathrm{Re}\, s \geqslant 1\}$, et ensuite établi des estimées techniques de croissance $\zeta(s)$ en ∞, afin d'intégrer sur certains contours de Cauchy allant à l'infini pour obtenir les coefficients de séries de Dirichlet (comme $\zeta(s)$). L'étude préliminaire de $\zeta(s)$ a été simplifiée par Tchebychev, Titchmarsh et Mertens. Le recours aux séries de Fourier (Wiener, Ikehara, Heins) offre une alternatives aux arguments finaux de Hadamard et de la Vallée Poussin. Mais actuellement, la preuve la plus concise et la plus directe, qui n'utilise presque rien de plus que la formule de Cauchy, a été mise au point par D. J. Newman[24] en 1980, en modifiant astucieusement les contours d'intégration de Hadamard et de la Vallée Poussin. Par ailleurs, en 1949, Selberg et Erdös ont élaboré une deuxième preuve « épurée » qui évite le recours à l'analyse complexe, mais cette preuve est relativement longue (une trentaine de pages) et elle ne semble pas motiver ou offrir des développements ultérieurs.

Démultiplication artificielle des énoncés. Les démonstrations sont mobiles, transitoires, modifiables, améliorables. Wittgenstein dit que toute

[24] Dans un article dédié au centième anniversaire du théorème des nombres premiers qui est paru en 1997 à l'*American Mathematical Monthly*, vol. **10**, 705–708, Don ZAGIER restitue la preuve de Newman en trois pages d'une limpidité et d'une concision remarquables. La preuve procède en six moments. Pour $s \in \mathbb{C}$ et $x \in \mathbb{R}$, définissons :

$$\zeta(s) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \qquad \Phi(s) := \sum_{p} \frac{\log p}{p^s}, \qquad \vartheta(x) := \sum_{p \leqslant x} \log p,$$

où la lettre p est utilisée pour désigner les nombres premiers.
I : $\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}$ pour $\mathrm{Re}\, s > 1$.
II : $\zeta(s) - \frac{1}{s-1}$ se prolonge holomorphiquement à $\{\mathrm{Re}\, s > 0\}$.
III : $\vartheta(x) = \mathrm{O}(x)$.
IV : $\Phi(s) - \frac{1}{s-1}$ est holomorphe et $\zeta(s)$ ne s'annule pas dans $\{\mathrm{Re}\, s \geqslant 1\}$.
V : $\int_1^\infty \frac{\vartheta(x)-x}{x^2}\, dx$ est une intégrale convergente.
VI : $\vartheta(x) \sim x$.
Le théorème des nombres premiers découle alors aisément de **VI**, puisque, pour tout $\epsilon > 0$:

$$\begin{aligned}
\vartheta(x) &= \sum_{p \leqslant x} \log p \leqslant \sum_{p \leqslant x} \log x = \pi(x) \log x \\
\vartheta(x) &\geqslant \sum_{x^{1-\epsilon} \leqslant p \leqslant x} \geqslant \sum_{x^{1-\epsilon} \leqslant p \leqslant x} (1-\epsilon) \log x \\
&= (1-\epsilon) \log x \left[\pi(x) + \mathrm{O}(x^{1-\epsilon})\right].
\end{aligned}$$

nouvelle démonstration *fabrique* une nouvelle connexion. Rien de plus exact. Mais dans certains cas de figure tels que le théorème des nombres premiers, la position wittgensteinienne absolutiste s'expose à une difficulté spéculative qui lui sera immédiatement objectée par tout mathématicien en acte : comment maintenir l'irréductibilité de nature entre énoncé et démonstration, quand l'énoncé en question dont on cherche une démonstration nouvelle a déjà été démontré par plusieurs voies rigoureuses ? L'énoncé reste-t-il irréductiblement ouvert et conjectural ? Doit-on exiger de la philosophie des mathématiques qu'elle respecte le principe logique de non-contradiction ?

Parfois, deux démonstrations distinctes fournissent deux théorèmes essentiellement équivalents mais qui sont légèrement différents, leur différence pouvant être exprimée visiblement dans les énoncés : raison est alors donnée à Wittgenstein. C'est notamment le cas dans les mathématiques contemporaines, fortes d'un extrême raffinement, où des équipes en compétition internationales développent des approches concurrentes et bien distinctes pour étudier un même type de problèmes : la différence des techniques utilisées remonte alors jusqu'aux énoncés dans les publications. Est nouveau tout résultat dont la démonstration est nouvelle.

Mais pour maintenir la cohérence globale de sa posture philosophique, Wittgenstein semble prétendre que deux énoncés sont réellement distincts dès lors que leur démonstrations diffèrent. Mais que dire des énoncés tels que $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ qui sont exactement les mêmes parce qu'ils sont déjà atomiques et simples ? Faut-il chercher à faire transparaître à tout prix les différences argumentatives des preuves dans les énoncés ? Comment penser les degrés de la différence ? Faut-il supprimer les énoncés et ne mémoriser que les démonstrations spécifiques ?

On se trouve ainsi ramené à une vaste question : qu'est-ce qu'un énoncé (une proposition, un théorème) mathématique ? Tous les mathématiciens se posent la question suivante : quelle forme donner à un énoncé que l'on vient de démontrer ? Aucune réponse définitive ou dogmatique ne peut être proposée. Élasticité stylistique et souplesse du langage complexifient encore le jeu de la publication. Pensée et écriture mathématiques sont incapables de fixer définitivement leur rhétorique.

Par convention au moins, l'énoncé doit extraire une information synthétique essentielle. La règle usuelle veut que l'énoncé soit relativement court par rapport à la démonstration, ce qui est la plupart du temps le cas.

Mais en vérité, nous retrouvons ici un des caractères distinctifs fondamentaux de l'irréversible-synthétique : c'est bien parce que les mathématiques sont faites d'obstacles, c'est bien parce que les problèmes à résoudre exigent d'escalader ou de contourner lentement des montagnes que l'irréversible-synthétique existe et se divise en énoncés et démonstrations. Il y a là encore un problème crucial et très difficile que la philosophie des mathématiques ne doit pas avoir la tentation d'occulter : comment l'irréversible-synthétique est-il possible ?

Arguments heuristiques en théorie analytique des nombres. En suivant Hardy[25], restituons deux arguments heuristiques simples qui conduisent à l'équivalence $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ du théorème des nombres premiers, ou, ce qui revient au même, à la conclusion :

$$p_m \sim m \log m,$$

où p_m est le m-ième nombre premier.

Voici le premier argument. Partons de l'identité d'Euler, valable uniformément pour $\mathrm{Re}\, s > 1$:

$$\prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} = \frac{1}{(1-2^{-s})(1-3^{-s})(1-5^{-s})\cdots} = \frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots = \sum_{m\geqslant 1} \frac{1}{m^s},$$

où le produit porte sur l'ensemble des nombres premiers $\mathcal{P} = \{2,3,5,7,11,\ldots\}$. Il est naturel que le produit $\prod \frac{1}{1-p^{-s}}$ et la série $\sum \frac{1}{m^s}$ divergent de la même manière[26] lorsque s tend vers 1 en restant dans le demi-plan $\mathrm{Re} s > 1\}$. Clairement, la série tronquée $\sum_{m\leqslant n} \frac{1}{m}$ diverge comme $\log n$. Par ailleurs, si on développe le logarithme du produit :

$$\begin{aligned} \log \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} &= \sum_p \log \frac{1}{1-p^{-s}} \\ &= \sum_p \frac{1}{p^s} + \left(\sum_p \frac{1}{2\,p^{2s}} + \sum_p \frac{1}{3\,p^{3s}} + \cdots \right) \end{aligned}$$

---

[25] *Ramanujan. Twelve lectures on subjects suggested by his life and work*, Chelsea, New York, 1940.

[26] La manière dont ces deux quantités divergent est nécessairement la même, puisque l'identité d'Euler est valide quel que soit s satisfaisant $\mathrm{Re}\, s > 1$. Toutefois, c'est en estimant la contribution principale de divergence pour chacun des deux membres qu'on peut être amené soit à commettre une erreur, soit (si on ne s'est pas trompé sur le choix des termes divergents principaux, ce qui est le cas ici) à éprouver de réelles difficultés à transformer le raisonnement heuristique en démonstration rigoureuse.

en tenant compte du fait que tous les termes $\sum_p \frac{1}{k\,p^{ks}}$ pour $k \geqslant 2$ convergent, on s'attend à ce que, lorsque $s \to 1$, la première somme $\sum \frac{1}{p}$ diverge comme $\log\left(\sum \frac{1}{m}\right)$, ou plus précisément :

$$\sum_{p\leqslant n} \frac{1}{p} \sim \log\left(\sum_{m\leqslant n} \frac{1}{m}\right) \sim \log\log n.$$

Comme par ailleurs :

$$\sum_{m\leqslant n} \frac{1}{m\log m} \sim \log\log n,$$

cette dernière formule pourrait indiquer que p_m est asymptotiquement égal à $m\log m$, ce qu'on voulait obtenir.

Métaphysique des raisonnements heuristiques. Ici, pétition de principe : sachant que la série de Bertrand $\sum_{m\leqslant n} \frac{1}{m\log m}$ diverge comme $\log\log n$, on annonce que le comportement asymptotique *inconnu* de $\frac{1}{p_m}$ doit être le même que $\frac{1}{m\log m}$. Mais il se pourrait très bien qu'une infinité d'autres séries différentes $\sum_m \frac{1}{q_m}$ de termes généraux $\frac{1}{q_m}$ essentiellement distincts de $\frac{1}{m\log m}$ diverge aussi comme $\log\log n$. Dans l'absolu, ce raisonnement très périlleux devrait donc être considéré comme irrecevable, à cause de la diversité *a priori* du possible : les grandes catégories métaphysiques restent omniprésentes en mathématiques.

Mais à l'époque où écrit Hardy, la loi attendue $\pi(n) \sim \frac{n}{\log n}$ (ou, de manière équivalente, $p_m \sim m\log m$) avait été anticipée sur le plan expérimental depuis plus d'un siècle par Legendre, Gauss et d'autres — sans compter que les démonstrations rigoureuses de Hadamard et de la Vallée Poussin circulaient depuis plus d'une vingtaine d'années. On assiste donc ici à un phénomène intéressant de *cristallisation de la cohérence*. La spéculation mathématique est une machine à voyager dans le temps irréversible du démonstratif. Elle scrute librement l'embryogénèse du déductif.

Conclusion ouverte

Épilogue critique. Le philosophe analytique wittgensteinien n'a peut-être pas encore pris conscience du fait que la distinction capitale entre conjectures et démonstrations n'est guère qu'une pièce initiale dans un puzzle mathématique indéfini. Se crisper sur cette distinction expose aux circularités spéculatives, aux répétitions désorganisées. En mathématiques, parce que tout se ramifie au-delà des racine, on structure la pensée (c'est une règle d'or), on élimine l'extrinsèque, on désigne l'inconnu, et on travaille au front. Le mathématicien en acte joue en permanence avec les grands concepts de la métaphysique classique : *a priori*/*a posteriori* ; jugement analytique/jugement synthétique ; irréversible-synthétique ; dialectique ; heuristique. Et ses pensées jouent avec souplesse du technique comme du médidatif.

Penser le calcul. Depuis une décennie, les logiciels de calcul formel tels que Maple, Mathematica, Singular, Macaulay, Pari, *etc.* sont régulièrement enseignés dans les cursus de la Licence. Beaucoup de démonstrations sont maintenant assistées par ordinateur. La recherche s'hybride. En géométrie, la pensée du continu ramifie ses discrétisations conceptuelles. Tous ces éléments ne sont pas encore pensée par la philosophie comme ils devraient l'être.

Directions ouvertes de philosophie des mathématiques.

- Édifier une *pensée de l'ouverture mathématique technique*.
- Spéculer sur la nature des questions mathématiques.
- Ramifier la question kantienne : « comment les jugements synthétiques *a priori* sont-ils possibes ».
- Penser l'irréversible-synthétique.
- Actifier, reproduire, propager, mécaniser, automatiser et désacraliser le questionnement mathématique.
- Formuler expressément les ouvertures rémanentes.
- Constituer des catégories de pensée pour systématiser la nature de ce qui demeure dans le domaine du non-exploré.
- Désigner l'indécision.
- Typiser et hiérarchiser les questions spécifiques.
- Démasquer les ignorances paradoxales qui se présentent comme connaissances entrevues.
- Réhabiliter le philosophique des mathématiques.

Références

[1] Bouveresse, J. : *Le pays des possibles. Wittgenstein, les mathématiques et le monde réel*, Éditions de Minuit, Paris, 1988.

La capture de l'écriture pamphlétaire : Feu sur le nouvel ordre cyber-mercantile ! Place aux éruptions conceptuelles !

Gilles Châtelet ou

le choix aigu de l'universalité par l'amplification de la singularité

[Marseille–Besançon, 15 Juin–11 Juillet 2001. Version 1]

Table des matières :

> Ma manière de convaincre consiste à accumuler des éléments de chimie conceptuelle jusqu'à toucher la limite de l'explosion, je cherche une philosophie explosive.
>
> Gilles CHÂTELET. *Mettre la main à quelle pâte*, p. 22.

§1. PERSONALIA, MELANCHOLIA

> Cette royauté sensible qui s'étend sur tous les domaines de mon esprit
> et qui tient ainsi dans une *gerbe de rayons* à portée de la main.
>
> André BRETON, *L'Amour Fou*, Gallimard, collection Folio, 1984, p. 17.

1.1. Circonstances obscures. Au diable l'existence prédatrice ! Le décès charnel de Gilles Châtelet survint au printemps 1999 après une longue période de dépression mentale et de décrépitude physique à laquelle nul d'entre nous n'aura été assez sensible pour le secourir durablement. Détresse absolue par trop diaphane mais imperceptible ! Fragile biréfringence de la personnalité ! Maudits cerceaux d'épines empoisonnées qui vrillent sur nos têtes !

C'est par un jour imprécis du début du mois de juin, dans son appartement qui avait déjà été le théâtre du suicide – si lourd de conséquences sentimentales – de son ami

Béla-Andréas Hentsch, que Gilles Châtelet disparaît par mort violente[27]. Il n'avait pas (assez) exercé au préalable sur ses proches le chantage du désespoir. Pour lui, l'être dont on peut être le plus proche lorsque l'on est sentimental s'était lentement résorbé dans une définitive absence qui condamne à la solitude et prive des plaisirs du partage et du partage du plaisir. Ce n'est pas chez une "petite frappe" que l'on peut retrouver un sentiment amoureux qui a disparu, mais qui eût pu lui offrir *à cette époque-là* une affection salvatrice ?

Depuis six mois, il était puissamment envahi par une nouvelle dépression – c'était une insoutenable décélération spirituelle. Et quel contraste avec la période exaltante de la célébrité littéraire que *Vivre et penser comme des porcs* avait déclenchée ! Lassé, malheureusement pour nous, et sans se souvenir combien son entourage tenait à lui, il a donc tenu cette parole qu'il avait confiée de manière lointaine peu de temps avant son geste fatal à un ami : "*J'aurai une mort non triviale*". Et c'est par une vestale du septième cercle de l'Enfer de Dante (deuxième giron, *cf.* §1.4 *infra*) que j'appris la douloureuse nouvelle d'une manière qui m'apparut trop plate sur le coup : Charon, le passeur du Styx, avait fait son office et un colloque en l'honneur du penseur disparu – par deux fois reporté on ne sait pourquoi – allait, avant qu'il ne soit trop tard, prétendre prendre des relais.

Est-ce jeune de désespoir, trop jeune dans son âme, qu'on se suicide ? Pour sûr, Gilles Châtelet appartenait à cette élite foudroyante des penseurs toujours jeunes. Est-ce vaincu par l'absurde qui tournoie et qui fourmille, lassé de jeter un regard sur le monde de l'imposture, vaincu par épuisement à force de salves que canonne son $\lambda o \gamma o \varsigma\ \pi o \lambda \varepsilon \mu \iota \kappa o \varsigma$, dérouté

[27] Ce n'est pas la maladie qui l'a détruit. Il été détruit à la mort de Béla. Béla était très malade, il allait mourir, il le savait. Il s'est suicidé en Août 1993 devant Gilles. Gilles avait un profond amour pour Béla ; sa vie avec lui avait été la partie la mieux construite de sa vie. Après sa mort, il a réussi à se reconstruire. Très douloureusement. Edwige Bourstyn-Châtelet, *Commentaire de l'Écclésiaste*, Travioles, n^o 2, Hiver 1999-2000, pp. 100–102.

par la superfluididité carnavalesque du monde, horripilé par la superficialité des cyber-ectasiés, exaspéré par la moyennocratie politique des élites de l'audimat ? Pas de questions aussi dérisoires, *mylord*... S'il y a une seule chose qu'il est digne de croire le concernant, c'est qu'il ne s'est pas donné la mort par faiblesse devant l'adversité mais parce qu'il s'était forgé de la vie une idée très exigeante[28].

Pas de doute : la mort terrestre est trop sûre de la violence, de l'exactitude et de l'irréversibilité de son fait. Elle n'est haïssable que par cet éclat de saxifrage qui éventre l'“héroïsme du quelconque” et y substitue la niaise platitude de ceux qui demeurent et possèdent quelques rubis au trésor de la Pensée. Ceux-là se prévalent aisément de l'immortalité de l'œuvre orpheline. La mort du génie, sans universalité, sabote des dispositifs entiers d'amplification que la postérité laborieuse et de bonne volonté travaille ensuite à la herse.

Ah !, mais disons-le sincèrement : quelle tristesse d'apprendre que le mathématicien-métaphysicien-philosophe génial a décidé d'étouffer sa propre flamme ! Quand l'âme cruelle à son apogée se sépare du corps dont elle s'est elle-même arrachée, c'est une trahison nuptiale !

1.2. Interprétations paresseuses. En tout cas, refusons catégoriquement la thèse du geste ultime comme *stratagème énigmatique* offert à nos interprétations prédatrices. Qui ose cette incongruïté ? N'est-ce pas vous qui êtes aveugles sur la mer ? Ah !, la belle solution de facilité qui nous scotche encore à nos impuissances spontanées et à nos “gnangnanteries” de petit élève sempiternel et impénitent. Gilles Châtelet aurait-il stratégiquement calculé le destin de sa postérité avoisinante, sabrant son acmé et son enthousiasme dialogique ? Aurait-il mis fin à ses jours parce qu'il n'avait plus d'“idées” et qu'il se

[28] Dominique LECOURT, *In memoriam*, *L'Aventure Humaine*, n^o9, Le déclin de la philosophie analytique, 1999, p. 107 (je n'ai pas la référence complète).

sentait stérile ? Serait-ce donc précisément par une sorte d'ultime stratagème héroïque que Châtelet aurait anéanti *sa* mobilité spirituelle, celle qu'il avait le plus mise en jeu et par laquelle il fascinait ? Aurait-il agi comme toute célébrité académisante, capitalisant par avance les effets mythifiants de son chant du cygne ? Trop facile pour expédier les commentaires ! Ne donnons pas à cette rencontre[29] un goût amer de funérailles intellectuelles.

Un vendredi soir de novembre 1994, j'appris de même la mort d'un historien de la technique, homme qui avait conservé, semble-t-il le silence des ambitions nobles sur son visage. Disparu par crise cardiaque ou par suicide, je n'en sus jamais plus, et le reste m'est inconnu. Le résidu sulfurique du désespoir romantico-philosophique qui taraude a-t-il vraiment la peau de tant de philosophes d'âge mûr ?

1.3. Impulsions dialogiques. En tout cas, malgré sa maladie, avant sa disparition, Gilles Châtelet pétillait toujours de malice et d'intelligence. Chez lui, l'excitation était une respiration, un ahanement compulsif qui inventait des trémolos inattendus. Il avait l'art de mettre immédiatement ses interlocuteurs sur des charbons ardents. Et l'homme mûr aurait pu exaspérer encore longtemps toutes sortes d'émules, agacés de le voir caracoler en tête dans les disputes. Ce polémiste jubilatoire, qui savait passer d'un registre à l'autre avec virtuosité, qui s'intéressait aussi bien à l'art napoléonien de la guerre qu'aux finesses de l'argumentation maxwellienne, qui érigeait en principe la production de ses textes au compte-goutte, savait bander prestement les ressorts de ses méninges pour damer le pion immédiatement à tous ses interlocuteurs. Convaincu que la pensée se joue à l'instinct de chasse, l'homme montrait à qui ne l'avait

[29] `Libération du geste et parti pris du visible ; Colloque autour de Gilles Châtelet` (Collège International de Philosophie et École Normale Supérieure, Paris, 27, 28 & 29 Juin 2001).

pas compris comment bondir sur sa proie. *Toute sa personne magnifiait l'impulsion dans ce qu'elle a de plus désirable.*

Et quelle accélération dans son écriture foisonnante à l'approche de l'Hadès ! Et qu'il fut privilégié, celui à qui suffisait l'éloquence du quelconque pour détruire les connexions par lesquelles se transmet l'évidence de la résignation[30] !

1.4. La forêt des suicidés. On sait que La *Divine Comédie* de Dante[31] a joué le rôle de modèle, de pôle de référence pour la littérature poétique et romanesque du dix-neuvième siècle, depuis Balzac (*La comédie humaine*), à Baudelaire, Nerval, Maupassant, Lautréamont et jusqu'à Proust. La fascination pour le livre *L'Enfer* provient de ce qu'il réactive tout le questionnement sur le problème du Mal d'une manière inégalée grâce à l'allégorie. D'un regard neutre, on peut ouvrir ce livre comme un dictionnaire phosphorescent du mal dans l'univers : l'invention poétique du style y est d'une précision concrète et d'un raffinement métaphorique quasi-hallucinants.

Attardons-nous alors quelques instants dans le septième cercle (il y en a neuf), deuxième giron : celui des *suicidés*. Rappelons que le périple de Dante, commence au mileu du chemin de sa vie dans une forêt obscure car la voie droite était perdue. Au pied d'une haute colline, sur une plage déserte, Dante entrevoit une cime ensoleillée, les épaules vêtues déjà par les rayons de la planète qui mène chacun droit par tous sentiers[32]. Il désire s'y rendre. Hélas, trois bêtes féroces obstruent son chemin : une panthère légère et très agile que recouvrait un pelage moucheté, puis un lion plein de faim enragée et enfin une louve qui paraissait

[30]Expression de Gilles Châtelet, à propos de *Vivre et penser comme des porcs*, propos recueillis par Pascal Nouvel. L'Aventure humaine, *ibidem*, p. 113.

[31]Dante, *La divine comédie*, L'enfer, Chant I, *passim infra* en caractères sans sérif. Texte original ; *traduction, introduction et notes de* Jacqueline Risset, Flammarion, Paris, 1985.

dans sa maigreur chargée de toutes les envies et qui a plus faim qu'avant quand elle est repue.

Au moment où Dante, repoussé par ces carnassiers, saisi par la peur, s'apprête à glisser vers le bas lieu, là où le soleil se tait, le poète Virgile, grand sage, qui répand si grand fleuve de langage, lumière et honneur de tous les poètes, apparaît dans une ombre affaiblie. "Tu es mon maître et mon auteur, tu es le seul où j'ai puisé le beau style qui m'a fait honneur" s'exclame Dante qui sollicite de l'aide.

Virgile propose de le sortir de ce mauvais pas, mais il n'y a pas le choix, pour atteindre la colline, il leur faudra passer d'abord par le gigantesque entonnoir de l'Enfer, il leur faudra passer par tous les cercles, jusqu'au neuvième cercle, où règne l'empereur du règne de la douleur, Lucifer, géant à trois faces sortant à mi-poitrine de la glace, qui dévore les traîtres suprêmes dans un univers gelé. Alors commence le fameux périple de Dante et Virgile.

Après avoir visité le Vestibule de l'Enfer, le premier cercle des Limbes, les cercles des luxurieux, des avares et prodigues, des gourmands, des coléreux, des hérétiques, et aussi le septième cercle, premier giron, où sont rassemblés *ceux qui ont été violents contre leur prochain*, Dante et Virgile pénètrent alors dans le *deuxième giron* où sont châtiés *ceux qui ont été violents contre eux-mêmes*, les *dissipateurs*, d'une part, lacérés par des chiennes courantes, noires et faméliques comme lévriers qui sortent de leurs chaînes[33], et d'autre part *les suicidés*.

Les deux poètes pénètrent donc dans une forêt où les feuilles ne sont pas vertes, mais sombres comme l'humus, où les branches ne sont pas droites, mais nouées et tordues comme des vrilles, où des troncs déjetés se contorsionnent

[32]Le soleil était considéré comme une planète par les astronomes ptolémaïques.
[33]*L'Enfer*, Chant XIII, *passim et idem infra*.

comme ces chênes nains, ces alisiers blancs et ces aubépines fracassées que l'on aperçoit en haut de ces falaises efflanquées qui sont inlassablement giflées par le vent. Cà et là sont perchées les affreuses Harpies, sortes de femmes-oiseaux hybrides qui ont de larges ailes, cou et visage humains, pieds griffus et un grand ventre emplumé. Forêt singulière ! Étranges hôtes !

Tout éperdu, Dante observe aux alentours, il écoute. Il perçoit de mystérieuses lamentations en bruit de fond, comme si gémissaient des êtres cachés derrières des buissons, mais il ne voit rien. Virgile lui dit : "Casse une petite branche d'une de ces plantes et toutes tes pensées seront tronquées." Inocemment, Dante cueille alors un rameau d'une grande ronce.

Immédiatement, le tronc de la ronce devient alors tout noir de sang et de sève et s'écrie :

> Pourquoi me brises-tu ? [...] Pourquoi me déchires-tu ? [...]
> Nous fûmes hommes et nous sommes broussailles :
> ta main devrait nous être plus bienveillante,
> même si nous fûmes âmes de serpents.

C'est une âme qui s'exclame ! Comme un tison vert, brûlé à l'un des bouts, qui gémit par l'autre, et qui grince sous l'effet du vent qui s'échappe, ainsi du bois brisé sortaient à la fois des mots et du sang.

Mais qui sont ces buissons carnés et pourquoi parlent-ils ? Comment l'âme s'unit-elle à ces taillis, à ces épineux, à ces troncs noueux et vermoulus ? L'explication ne tarde pas à venir : c'est le vent soufflé par un grand arbre qui la donne :

> Quand l'âme cruelle se sépare
> du corps dont elle s'est elle-même arrachée,
> Minos l'envoie à la septième fosse.
> Elle tombe dans la forêt, sans choisir sa place,
> mais au lieu où la fortune la jette,
> là elle germe comme une graminée.
> Elle devient tige et plante silvestre.

Et les Harpies avec leur bec féroce n'ont de cesse de lacérer le ramage de ces végétaux dont elles se nourrissent, entretenant la souffrance et faisant des nids à la douleur !

1.5. La mort du mouvement. Ainsi dans l'imaginaire de Dante, le suicidé qui a rompu le contrat qui le liait à son corps en mouvement, quitte-t-il le règne animal, il déchoit du règne animé au règne inanimé, du vivant mobile au vivant immobile, de la mobilité pure à l'immobilité végétale. C'est une sorte de punition *ad hominem* que la justice divine inflige à tous ceux qui se sont eux-mêmes privés de la vie animée. Puisque c'est par ta propre faute que tu ne peux plus te *mouvoir* et que tu as congédié ta *mobilité pure*, jamais plus tu ne pourras laisser danser librement tes membres dans l'air[34] ! Et ton âme jamais, non jamais ne reprendra vie à travers tes gestes doués de pensée ! C'est comme si l'horizon mobile des sites virtuels du corps en germe de mouvement se trouvait d'un seul coup plaqué contre le glacis obscur du sol.

Voici donc ce que nous offre l'allégorie de la forêt des suicidés : le paradoxe de la cessation volontaire de toute mobilité, irrémédiable, irréversible. C'est la statique obligatoire, émasculant la dynamique du corps propre. Condamnée à une réincarnation dégradée, l'âme souffrira éternellement de ce manque à être du virtuel dont elle s'est rendue responsable. Nous reviendrons comme les autres vers nos dépouilles, mais nulle ne s'en revêtira, car il est injuste d'avoir ce que l'on jette. Dans cette forêt obscure, on traîne son corps figé, pendu à la ronce de son ombre hargneuse. Le mouvement du corps et de l'âme est bien le mystère sans recomposition sur lequel buttent la pensée et le concept.

Qu'il soit bien entendu que cet appel à l'allégorie n'est nullement motivé par un retour de la superstition ou par une

[34]Avec ses mains qui voltigeaient, il arrivait souvent que Gilles Châtelet se métamorphose en chef d'orchestre inspiré, maître de la métaphore impromptue et des suscitements intuitifs, *cf.* les photographies tirées de l'émission Métropolis d'Arte qui lui a été consacrée, et que l'on peut voir page 81 de *Travioles*, n^o2, Hiver 1999-2000.

moralisation quelconque avec des tendances mystiques inavouées[35]. L'allégorie est plus belle qu'une simple métaphore, aussi inouïe et difficile à construire que les métaphores scientifiques audacieuses de Maxwell, si chères à Gilles Châtelet ; stratagème poétique, l'allégorie aide le rêve à s'épanouir ; c'est un guide de bienveillance face aux énigmes, qui cependant ne se substitue jamais à une solution face à l'ouverture du questionnement philosophique et littéraire. Pour cela, laissons-la reposer en paix, maintenant.

1.6. La disparition scélérate. D'ailleurs, avouons que la disqualification silencieuse et larvée de la poésie par les vestales sévères de la rationalité scientifico-philosophique nous révulse. Sois poète, écrivain, philosophe, jette-toi à corps perdu dans la pensée, si tu l'oses ! Et continuons les aveux : égoïstement aussi, j'enrage de ne pas avoir pu profiter assez par *philia* de la *mæstria* de Gilles Châtelet *et je ne lui pardonnerai jamais d'avoir mis fin à ses jours* : telle est l'unique intention morale qui doit se dessiner ici : le suicide, comme l'orphelinage, instaure une situation profondément injuste vis-à-vis des filiations.

Je parle ici en mon nom. Vingt-cinq ans de différence d'âge nous séparaient, certes, mais tant d'instincts guerriers et de complétudes intérieures nous rapprochaient et auraient pu se féconder réciproquement pendant de longues années ! Même s'imaginant réduit à une stérilité qui l'épouvantait, Gilles Châtelet aurait pu consacrer sa maturité à armer généreusement de singularité et d'héroïsme du quelconque quelques rares élus enthousiastes parmi une jeunesse de Robinsons entrés en résistance. Il ne l'a pas fait, il n'a pas pu le faire[36]. Il ne croyait peut-être pas non plus en l'importance

[35]Dans *Les piètres penseurs* (Flammarion, Paris, 1999), Dominique LECOURT fustige toute les pseudo-philosophies médiatiques, faibles moralismes de circonstance qui font circuler une idéologie du bonheur familial agrémentée de sentimentalisme amoureux peu lyrique et carrément plat, et que prônent de fort séduisants chevaliers-philosophes télégéniques totalement incapables de problématiser la question du mal politique parce qu'ils émasculent le travail de la pensée avec les tenailles de l'apitoyement-spectacle.

de se constituer une descendance intellectuelle directe dans la nouvelle génération qui entre dans la force de l'âge et à laquelle j'appartiens.

1.7. Souvenirs d'imminence. Je me souviens néanmoins de lui avoir confié une fois dans une brasserie près de la rue d'Ulm, par un oxymore quasi-incongru qui m'était venu à l'improviste, que j'étais un "sanglier-poète". Cette nature de fonceur brutal, d'autodidacte sauvage, de technicien de la durée dans la force, de coureur de collines qui recherche les extrêmes et se plaît à économiser les contacts avec les humains (comme les sangliers qui ne vivent maintenant plus que de nuit[37]), est contrebalancée par une foi sans limite dans l'authenticité du lyrisme poétique. Être insaisissable !

À ce moment, c'était comme si une bifurcation de Hopf entre deux singularités dynamiques venait de se produire entre nous deux : un rapprochement littéraire inattendu entre deux mathématiciens-philosophes venait de se produire, entre un *bleu* du flair et un artificier confirmé. On était là en pleine individuation de l'exception et partant, très loin du parisianisme arrogant qui nous entourait[38] !

Auparavant, en Août 1997, lors d'une longue promenade où nous étions entre amis – je voudrais signaler que les conditions climatiques et la visibilité étaient réellement exceptionnelles, ce jour là, et que jamais je n'ai revu les Alpes avec

---

[36]Un temps pour enfanter : Gilles ne l'a pas fait. Mais il a créé – une pensée, une œuvre. C'est un enfantement. Edwige BOURSTYN-CHÂTELET, *Commentaire de l'Écclésiaste*, Travioles, n^o2, Hiver 1999-2000, 100–102.

[37]C'est bien pour cela qu'on en rencontre si rarement et qu'il faut s'aider de chiens de chasse pour les débusquer et les traquer de jour. Avec le renard et le chevreuil, le sanglier est la dernière bête sauvage à opposer une vraie résistance à l'extermination et au "contrôle écologique" des sociétés de chasse.

[38]Je souhaiterais à cette occasion me ressouvenir de Julien Bonhomme et d'Olivier Druet, anciens élèves de l'ENS Ulm (promotion 1995, spécialités philosophie et mathématiques, respectivement). Ils ont disparu de la circulation – on ne sait pas pourquoi – peu de temps après le décès de Gilles Châtelet, alors que quelque chose d'amorcé aurait pu se continuer, comme si aucune structure ne pouvait supplanter le génie qu'il avait de rendre importants les concepts et les relations humaines. Il est clair que nous nous réjouissions de participer aux rencontres *Pensée des sciences* `parce qu'il y avait Gilles Châtelet`.

une telle transparence aérienne depuis les cimes jurassiennes ; immobile, au sommet, couché sur la pelouse, Gilles Châtelet avait longtemps contemplé seul la chaîne des Alpes – nous sommes redescendus depuis les hautes crêtes du Jura, par ce qu'on appelle le *balcon du Léman* puisque c'est de là-haut que l'on peut observer le plus vaste des panoramas sur le lac et sur les Alpes, quelque part entre Genève et Bâle dans le Jura Suisse au-dessus de la Vallée de Joux, quelque part sur les hautes pelouses de celui qu'on appelle *Mont Tendre,* parce que son relief est le plus doux des hautes cimes, quelque part entre le col de Saint Cergue et le Col du Mollendruz au milieu des gentianes jaunes, c'est à ce moment-là, je m'en souviens, qu'il nous avait confié qu'il se sentait *littéraire* depuis l'adolescence et que l'orientation vers les mathématiques avait peut-être occulté sa vocation authentique.

1.8. Contiguïtés littéraires. Le même jour, il nous a communiqué une première version provisoire de son “manuscrit” de son *Vivre et penser comme des porcs* – qui n'avait pas encore de titre précis à cette époque, si je me souviens bien, et qu'il appelait simplement “mon pamphlet”. Il avait bien insisté sur la confiance et l'honneur qu'il nous témoignait en faisant comprendre que seules trois ou quatre personnes pourraient jeter un œil sur sa pensée avant qu'elle ne fût éditée et nous avait invités à faire des remarques.

Faire des remarques ! J'étais loin d'être en mesure de dire quoi que ce soit sur ce numéro de soliste ! Le manuscrit commençait par *La soirée Rouge et Or du Palace*. Je lui ai conseillé d'écire une introduction comme déclaration d'intention – ce qui lui a peut-être donné l'idée d'incorporer l'*Avertissement* qui n'existait pas auparavant – et d'étoffer le tout, rien de plus.

Alors lui, le mathématicien-philosophe diplômé d'économie et de physique, il était obsédé par le `travail de l'écriture` *qui n'est pas un travail technique de mise à* *l'épreuve présentationnelle*. Il a peu, très peu écrit et on pourrait faire un rapprochement approximatif de la syntaxe de son style avec celle de la phrase baudelairienne : rythme, mouvement, exactitude, originalité, certitude, plénitude. Dans une réunion de physiciens-mathématiciens-philosophes, il pourrait apparaître paradoxal de privilégier ce quatrième panneau dérobé du triptyque de son œuvre : la littérature. Mais nous y reviendrons par la suite.

1.9. Le don de solitude. Dans les annés qui ont précédé sa mort, Gilles Châtelet était obsédé avant tout par la dégradation inexorable de son corps, de sa force musculaire, de son apparence physique. Au printemps 1999, une opération à la lèvre programmée pour mi-juin l'effrayait tant qu'il en parlait à tout le monde, alors qu'elle semblait anodine. Bien sûr, il ne s'agissait pas du sida : Il est mort le lendemain du jour où on lui a dit qu'en dix ans le virus n'avait pas fait de progrès en lui. Bien sûr, tout en lui luttait coriacement et avec acharnement contre la désespérance et la désillusion. Mais les tyrannies et les risques de la jouissance, les risques de l'affection et du romantisme, et surtout les affres de la solitude, tout cela pesait trop lourd dans sa vie.

Les fées qui se sont penchées sur le berceau de l'enfant Gilles Châtelet lui ont sûrement octroyé ce très fameux et très dangereux `don de solitude` – comme le proclamait avec ferveur et le décrivait avec tant de conviction Alexandre Grothendieck à la fin du fasicule O_1 du *Prélude en quatre mouvements* des *Récoltes et Semailles*, ce testament mathématique inattendu qui fut écrit avec fougue plus de dix ans après son suicide mathématique :

> [Cette naïveté ou cette innocence] s'exprime par une propension (souvent peu appréciée par l'entourage) à regarder les choses par ses propres yeux, plutôt qu'à travers des lunettes brevetées, gracieusement offertes par quelque groupe humain plus ou moins vaste, investi d'autorité pour une raison ou une autre.

> Cette “propension”, ou cette solitude intérieure, n’est pas le privilège d’une maturité, mais bien celui de l’enfance. C’est un don reçu en naissant, en même temps que la vie – un don humble et redoutable. Un don souvent enfoui profond, que certains ont su conserver tant soit peu, ou retrouver peut-être...
>
> On peut l’appeler aussi **le don de solitude**.

Il est impossible d’évoquer pleinement ici les dimensions métaphysiques impliquées par ce souci de répondre absolument à l’injonction de `tout penser par soi-même`. La solitude dangereuse de la pensée créatrice entraîne presque automatiquement un destin douloureux et fatal. C’est une solitude mûrement réfléchie, préservée puis éblouissante et incandescente qui malheureusement se corrompt et devient délétère parce que les communautés intellectuelles prédatrices du génie se nourrissent des fragilités de la personne humaine et prétendent cerner l’universel là où le singulier l’a complètement dépassé.

Gilles Châtelet a-t-il été usé par une solitude intellectuelle, par la peur de la stérilité ou par le désarroi sentimental ? Mystère... En tout cas, on pense à des morts brutales par maladie, par duel – voici que ressurgissent les fantômes de Galois et d’Abel – sans compter le trop fameux *suicide mathématique annoncé* de Grothendieck en 1970.

À la lecture des *Récoltes et Semailles* ou de *Vivre et penser comme des porcs*, on constate que ceux qui *demeurent*, monstres de stabilité malgré eux-mêmes, ne sont pas les plus puissants, ô syndrome incoercible de la bouteille à la mer. Comment ne pas s’empêcher d’éprouver le sentiment confus de s’éloigner de l’absolu alors même que ceux-là s’en rapprochaient ? À ceux d’entre nous qui sont encore en conquête !

La solitude assassine, c’est aussi celle de “Gros Dégueulasse”, fameux personnage du dessinateur Jean-Marc Reiser, un provocateur grossier, célibataire, cynique, “crado” comme son nom l’indique, mais habité par une poésie du farfelu qui fait rire, c’est aussi ce personnage de bande dessinée universel par certains côtés qui d'un geste caractériel et imprévu, se saisit du tranchant d'une boîte de cassoulet ouverte et se saigne à mort à l'avant-bras. C'est l'explosion d'une singularité, laissant au sol seulement quelques taches coagulées de lactaires sanguins. Le suicide est bien le témoignage d'une défaite locale qui a résonné faiblement dans la topologie confuse de la société.

1.10. Pontifications colloquialles. Or donc, ce geste courageux a été perpétré. Reste l'œuvre, fourmillière de virtualités. Reste à en prendre possession. Tiens ! On se souviendra de ce mot d'auteur aphoristique écrit par Sartre et qui ouvre l'*Idiot de la famille* : `On entre dans un mort comme dans un moulin`.

Alors, suivons allègrement ces *tour operators* philosophes qui nous convient à ces colloques "entre amis" sur la pensée des "célébrités". Par ici la visite ! Voyez, c'est ici qu'on apprend comment on se donne l'impression de jouer *aussi* dans la cour des grands !

Et puisqu'il est tellement évident que la provocation spontanée par quolibets et feux follets d'écriture n'est pas le fait des pontifications colloquiales[39], tu me pardonneras, très cher défunt Gilles Châtelet, je l'espère, de participer moi aussi à une prédation minutieusement orchestrée par l'académisme paradoxal de certains qui se prétendent les plus provocateurs et les plus résistants.

1.11. Alliances et invocations. Ô, cher ami Gilles Châtelet, hôte quasiment virtuel et prématurément disparu, ce texte est consacré *à ta mémoire* et au peu de souvenirs dont je suis riche te concernant. À toi qui sus secréter tout un arsenal d'impulsions conceptuelles ; à toi qui te préparais méthodiquement à te métamorphoser en bombe vivante pour exploser dans les assemblées, dans les colloques et dans les séminaires ! À toi,

[39]Il fallait bien créer l'adjectif, puisqu'il n'existait pas !

maître rigoureux *ès* provocation, accélérateur de mouvement conceptuel et artificier de la pensée, je dédie ces modestes analyses de lecteur sauvage.

Soyons dorénavant ton émule fugitif, puisque c'est le seul contact que ton œuvre tolère ! Et que reviennent sur l'arène les jeunes loups carnassiers pourfendeurs solitaires des sottisiers miteux d'une certaine épistémologie impuissante !

1.12. Utinam. J'ai peu connu Gilles Châtelet. Après une nomination au CNRS à Marseille, je l'ai peut-être rencontré en privé six ou sept fois, toujours après avoir convenu par téléphone d'un rendez-vous, pour tenter d'approfondir notre attirance intellectuelle réciproque qui en demeurait, par l'emprise d'une froideur qui me dépasse, et par une certaine retenue qui entretenait une distance élégante, à d'agréables échanges liminaires qui attendaient avec douceur de s'approfondir.

Il n'y eut, hélas, aucune rencontre entre nous durant la dramatique première moitié de l'année 1999. Je le croyais toujours euphorique de sa célébrité. Et pourtant certains appels téléphoniques, parfois alarmants, préparaient, difficilement, un éventuel séjour de reconstitution en Franche-Comté en Mai-Juin 1999.

La connivence entrevue n'a donc pas pu se déployer dans de puissantes incitations à œuvrer, comme je me l'imaginais à long terme. Je savais que Gilles Châtelet avait fréquenté Deleuze, qui l'avait tant éclairé sur le dépassement de soi-même par la pensée.

Au moins, avions-nous en commun cette double formation de mathématicien-philosophe, cette sensibilité métaphysique, cet instinct impulsif, cette liberté de ton, cette haine de la niaiserie, mais aussi le sens de l'aristocratie intellectuelle, la violence rhétorique, l'impériosité des certitudes éclairées, la violence infralinguistique, l'impulsivité, bref tous ces signes distinctifs qui font qu'un homme "quelconque" est racé – qu'importent ses origines sociales et son institution de rattachement !

1.13. Avertissement. L'impulsion liminaire de cette intervention en a d'ores et déjà montré la couleur : c'est la *parole pamphlétaire* qui est à l'honneur ici et qu'il faudra réaffirmer. Le plus grand hommage que l'on puisse faire à Gilles Châtelet décédé, c'est de rehausser en soi-même la fierté du spéculatif et de cultiver intérieurement le goût de la rhétorique. Dans son pamphlet extravagant, Gilles Châtelet avait inventé un nouveau genre d'orchestration éclectique du scientifico-satirico-burlesque qu'il charpente par une fantastique syntaxe du pilonnement. À nous de déchiffrer maintenant (*voir* §4, §5, §6 et §7 ci-dessous).

1.14. Remerciements. Je remercie vivement Françoise de m'avoir secondé activement dans l'élaboration de cette contribution. C'est un plaisir pour moi de remercier les organisateurs du colloque d'avoir mis tant de soin à réaliser cette rencontre symbolique. J'espère que la volonté de poursuivre le geste spéculatif et politique de l'œuvre de Gilles Châtelet aura une large audience parmi les nouvelles générations d'anti-cyber-Gédéons. J'espère aussi provoquer l'individuation de nouvelles *orchidées de résistance* dans notre si douillet et si stable Jurassic Park intellectuel.

§2. Le pouvoir d'évocation péremptoire de la mobilité et des motricités

> Il y a bien une `expérience diagrammatique`, une `provocation à l'intuition` engendrant toute une imagerie que les mathématiques viendront valider ensuite : savoir esquisser la `solution en pointillés`, c'est toute la force du diagramme.
>
> Gilles Châtelet, *À propos de Penrose et de Shadows of the mind*, p. 1.

2.1. Philosophie de la Nature. Pour nous mettre en selle, commençons simplement par quelques rappels standard. L'œuvre épistémologique de Gilles Châtelet réhabilite avec force l'idée de *mariage* entre la Philosophie et la Science, c'est-à-dire entre l'idéalisme allemand de la première moitié du XIX^e siècle et l'invention de la physique et de la mathématique modernes. Le philosophe-mathématicien revendique donc la fraternité de principe entre les reconstructions spéculatives de concepts mathématico-physiques dues à Schelling, Hegel, et les grandes créations physico-géométriques dues à Faraday, Grassmann, Riemann, Maxwell, Helmoltz et d'autres.

Il ne faut pas oublier, affirme-t-il, qu'en Occident, depuis plus de deux mille ans, philosophie, science, métaphysique, physique et mathématique marchent ensemble et sont liées par une commuauté de questions originelles : Qu'est-ce que l'espace ? Qu'est-ce que l'infini ? Qu'est-ce que le temps ? Qu'est-ce que le mouvement ? Qu'est-ce que le devenir ? Qu'est-ce que la matière ? Qu'est-ce que la lumière ? Qu'est-ce que la vibration ? Qu'est-ce qu'une propriété physique ? *etc.*

Fidèle à l'enseignement des Lumières, la philosophie de la Nature doit donc *s'embusquer offensivement aux avant-postes de l'obscur*, selon Gilles Châtelet. Elle doit penser les dimensions neuves et les mystères qui adviennent dans l'interrogation perpétuelle sur les natures physico-mathématiques.

2.2. L'unité Mathématique – Métaphysique – Physique. Ainsi, ce n'est pas tant l'existence d'une *communauté de questions* envisagées séparément suivant l'autonomie d'un champ qui compte, mais c'est l'existence de *rapports d'inspiration réciproque* entre les champs qui peut et qui doit *réaffirmer constamment l'unité profonde du questionnement sur le réel* : *l'unité Mathématique – Métaphysique – Philosophie*. Surtout, il faut éviter à tout prix d'écarter comme diabolique et réfractaire à l'articulation ce qui est caractéristique du spéculatif, du mystérieux, du métaphysique et de l'irrationnel. Toutes les sciences physico-mathématiques en sont encore gorgées, à la fois dans les modes d'accès à l'inconnu par la recherche et dans toutes sortes de réactivations historiques plénières.

2.3. Le mystère du mouvement. Être de mouvement, l'homme qui pense s'égare en cherchant à déterminer des essences et des substances. Car le mouvement ne découpe pas d'abstractions amplifiantes, il ne théorise pas, il ne démontre pas, il ne fixe pas, il n'est que le passage entre la puissance et l'acte, l'"acte en puissance, en tant qu'il est en puissance", selon la célèbre définition qu'en donne Aristote dans sa *Physique*. Il transite en silence, furtivement, dans le sensible. C'est un marionnettiste insaisissable, surprenant. Il est trop riche, donc incompréhensible. Le faisceau de paradoxes zénoniens en interdit l'accès à la pensée qui toujours s'illusionne quand elle croit le saisir. Il est cette transcendance royale qui s'étend à portée de nos mains. Il nargue.

Donc, ce n'est pas le Sensible, ou l'Opératoire, ou le Formel, ou le Constructif, ou l'Herméneutique, ou l'Objectivité, ou l'Histoire, ou encore les Contenus Formels qui constituent à eux seuls la valeur capitale autour de laquelle doit s'articuler une épistémologie qui soit à la fois percutante et profondément neuve, c'est le *Mouvement*, transversal à toutes ces catégories-phares, qui seul peut leur insuffler de la vie.

Mais le Mouvement est d'autant plus difficile à articuler qu'il est plus immanent à l'activité et qu'il est presque intraduisible par solidification symbolique. C'est une immanence trop immanente, une respiration inconsciente, un mystère tué dans l'œuf par l'évidence de nos gestes. Le Mouvement est résolument mystérieux pour la pensée, sans pour autant être inassumable par la médiation d'une re-mise en scène *animée par nos gestes*. Et ses tensions internes écartèlent la pensée dans son immobilité paresseuse. Pour le dogme cristallin, le Mouvement est indécence. Il s'obstine et entrave la volonté de puissance du concept.

En tout cas, le Mouvement est universel, il s'impose et le désir de fixation se débat lui aussi contre des forces voraces et prédatrices. C'est aux procès d'actualisation du physico-mathématique que l'épistémologie, avide création, d'invention et de révolutions scientifiques, doit s'attaquer, ce sont ces procès qu'elle doit s'efforcer de reconstituer. La philosophie des sciences élaborée par Gilles Châtelet est l'une des premières à assumer pleinement la nécessité de dire le mouvement, et rien que le mouvement, en magnifiant résolument son immanence.

2.4. Exemple : invention mathématique de l'électromagnétisme. La mise en œuvre complète du physico-mathématique exige d'importantes infrastructures métaphysiques que le sens commun, la dictature des formalisations et les paradigmes ne rendent pas obsolètes. C'est l'enjeu majeur des enjeux du mobile, son *experimentum crucis*. Crucialement en effet, Gilles Châtelet insiste sur les expériences de pensée qui précédent toute démonstration et toute saisie formalisante. Rappelons deux exemples qui lui étaient très chers.

• Avec ses lignes de forces et ses diagrammes expérimentaux, Faraday voyait *palpiter l'espace électrogéométrique*, fait d'une toile où *grouillent les pressions du longitudinal et les strictions du latéral*. L'*expérience manipulatoire* du champ électrogéométrique provoque aussitôt la mise en situation variée des appareillages. Cette pédagogie inventive de la manutention débouche sur un glacis d'expériences inédites que stimule la puissance allusive de la mise en mouvement par le corps.

• Avec une élégance spéculative devant laquelle on devrait se pâmer d'admiration, Maxwell avait parfaitement bien saisi l'importance de la nouvelle découverte de Faraday et de Hamilton : l'offensive du latéral, c'est-à-dire la découverte de *ce qui tourne* comme une nouvelle *nature géométrale*. *L'espace électrogéométrique s'accomplit par l'articulation de la dualité translation-rotation avec celle des champs électrique* *et magnétique*. Maxwell considérait qu'il fallait d'abord s'initier aux rituels de l'intuition physique *avant même* de s'approprier ce savoir par un formalisme adéquat. C'est une imagerie mentale entièrement nouvelle qu'il faut méditer en propulsant la sensibilité même de l'expérimentateur au cœur du champ électromagnétique. *Le mode de contemplation des quantités géométriques et physiques [sans introduction explicite des coordonnées cartésiennes] est plus primitif et plus naturel* [40].

2.5. La dignité ontologique du pré-formel, la mobilisation constante de l'informel et son surlangage effectif. Heureusement, la vocation expérimentale de la métaphore sauve le préformel vanté par Maxwell des griffes haineuses du positivisme logique. Si tel était seulement le cas, on admettrait aisément que le préformel ait sa quote-part, son maigre droit de cité au panthéon positiviste. On pourrait fort bien alors le réserver seulement comme glanure aux centaines de tâcherons désœuvrés de l'histoire des sciences, si avides d'un peu de supplément d'âme.

Mais bien au-delà de la nécessaire réactivation du préformel en tant qu'il est indispensable à la bonne compréhension intuitive des objets et des structures, il y a un *immense règne construit* de pensée informelle que les chercheurs excitent tacitement en eux, parce que c'est leur plus précieux kérosène. Seule l'intuition funambule sur la corde formelle sait faire basculer l'esprit d'un seul coup par dessus les viscosités du langage. C'est en faisant l'économie du connu et des intentions évidentes que ces surlangages atypiques et presque idiosyncrasiques produisent des déplacements producteurs de pensée scientifique formelle.

Mais il ne faut pas se cacher que la libération de la pensée par le non-verbal demande des années de travail méditatif. L'informel domestiqué au niveau subjectif exige de l'instinct

[40]Voir *Les enjeux du mobile*, Chapitre 5.

dans la discipline de recherche solitaire. Comme au Minautore, il faut avoir sacrifié à l'intuition féroce des journées entières de réflexions impuissantes, il faut avoir fait violence à des murs intellectuels jusqu'à saigner. Nul ne sera puni d'abuser de sur-langages qu'il aura laisser mijoter en secret, dans le silence de la recherche et de la méditation, s'il en sort de l'effectivité, s'il en sort de la pensée, s'il en sort *du nouveau*. Mais peu sont ceux qui pénètrent dans ce type de secrets-là avec la pleine lumière de la conscience. Fort d'y avoir eu accès par son expérience de mathématicien et par son caractère, Gilles Châtelet les retrouve alors dans tous les grands témoignages historiques de spéculation scientifique pure.

Mais qu'est-ce que le préformel, qu'est-ce que l'informel ? Je répondrai innocemment que la définition importe peu pourvu que par là soit désignée une réalité de la pensée scientifique où circule l'intuition avec son carburant mystérieux. Mais l'informel, ce n'est pas seulement la métaphysique interne aux mathématique sommeillant dans la nacelle confortable des appétits conquérants du formel. L'informel sait aussi flairer les mutilations métaphysiques qu'infligent des réponses trop rapides.

2.6. Attraper le geste et pouvoir continuer. Dans la conclusion de *Méthode axiomatique et formalisme*, Cavaillès exige que soit retrouvée

> l'intuition centrale [...] qui constitue l'unité profonde – mais cette fois insaisissable dans l'action – d'une théorie ; comprendre, c'est en attraper le geste et pouvoir continuer [41].

On sait que chez Gilles Châtelet, ce concept de *geste* est crucial pour analyser le mouvement de compréhension amplifiante des mathématiques. Mais qu'en est-il réellement chez Cavaillès ?

[41] Jean CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique et formalisme*, dans *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p 178.

Comme l'écrivait Julien Bonhomme dans son beau mémoire de maîtrise[42], Cavaillès s'avance *masqué* dans ses deux remarquables thèses de doctorat. Préoccupé surtout des implications philosophiques de la solution *négative* au problème des fondements qui se dessinait clairement à la fin des années 1930, aprés l'échec collatéral du programme fort de Hilbert et de l'intuitionnisme réducteur de Brouwer, Cavaillès étudie l'œuvre mathématico-logique dans l'*a posteriori* de son histoire. C'est une dialectique achevée qui s'offre à l'historien-philosophe des mathématiques. La thèse de Cavaillès n'est conclusive dans ses grandes lignes que parce que la *tension et l'ouverture du sujet qu'il a étudié étaient déjà mortes à son époque*. En effet, le problème du fondement des mathématiques n'a pas connu un destin particulièrement novateur après le coup de grâce apporté par Gödel.

Il en résulte que l'optique de Cavaillès souffre d'un astigmatisme réel quant à l'ouverture intrinsèque et indélébile des mathématiques, comme je n'ai jamais cessé de l'affirmer, en jouant habilement de la provocation[43]. Le potentiel, le provisoire, l'espéré, l'inachevé, l'erreur qui éclaire, la nécessité de l'heuristique, le langage informel, le géométrico-physique, et aussi le geste, tout cela ne peut trouver de place dans le système cavaillésien. Ce qu'il appelle le geste n'est donc qu'une dénomination inventée à la sauvette pour signaler puis fermer tout un univers de questions délicates et subtiles. Au fond, puisqu'on n'y comprend rien à ce que font les mathématiciens, il suffit de se dire qu'ils attrapent le geste et qu'ils continuent le mouvement, exactement comme s'ils étaient de simples artisans. Voilà qui est rassurant : il n'y a rien de très mystérieux dans le monde de la pensée pure, Dieu soit loué !

Par cette référence au geste chez Cavaillès, Gilles Châtelet s'engouffre donc dans une des dolines dérobées du système

[42]Julien BONHOMME, *Intuition et geste mathématiques chez Jean Cavaillès*, Mémoire de Maîtrise, Université Paris XII (Nanterre) et ENS Ulm, 1995, 204 p., disponible à la bibliothèque de l'ENS.

cavaillésien. Il met le doigt sur la papille optique d'une rétine. Et la référence à Cavaillès est quasiment superflue.

2.7. La vulgate du geste. Mais que vient faire le geste, ce parler-avec-les mains qui nous rapproche du primate ou du physicien si peu rigoureux, la bête noire de tous les bourbakistes purs ? À travers l'équation stéréotypée Gilles Châtelet = le geste (qui le suivait comme son ombre de son vivant), c'est une vulgate de la théorie du geste qui s'est enracinée dans les esprits et qui n'éprouve aucune honte à émasculer une pensée de ses attributs les plus essentiels.

Par exemple, on remarquera d'abord que faire des mathématiques, c'est effectivement gesticuler, au tableau ou devant une feuille, c'est faire des figures avec de la craie, c'est tracer quelques croquis avec un brin de flou artistique. Par un peu de réflexion, on se convaincra que l'on est effectivement *investi* dans son corps, que l'on est concerné, au cœur du visible et au centre du sensible, par le mouvement des membres. Le corps propre est en effet germe de mouvement pour la représentation de soi-même parmi les objets mathématiques. Comme le bonhomme d'Ampère, je m'imagine en train de m'enrouler dans un certain sens le long d'une boucle pour déterminer une orientation dans l'espace. Comme le physicien expérimental, je formerai avec le pouce, l'index et le majeur ce trièdre orienté qui me permettra de retrouver l'orientation conventionnelle de l'espace électromagnétique. Mon intuition de l'infini s'ébauchera grâce à un zoom de mon esprit dans un milieu matériel intuitif que je parcourrai du regard jusqu'aux différentielles infinitésimales. Ah, oui, il y a bien un cortège de corps fantômes qui marque ses lieux d'occupation possible dans le substrat mathématico-physique.

---

[43] Joël MERKER, *Contre Cavaillès*, notes d'exposé.

De plus, la vulgate du geste métaphorisera facilement toutes ces données intuitives. On parlera d'un *geste* pour désigner une découverte abstraite, une vision théorique, un faisceau d'engagements dans la pensée. On parlera d'un *geste* pour désigner le déclenchement d'un nouvel horizon paradigmatique : le *geste* kantien, le *geste* hilbertien, *etc*. On s'éprendra de l'inventivité des gestes inattendus qui brisent les habitudes reçues et annoncent les révolutions scientifiques.

C'est donc vers une phénoménologie du geste que débouchera naturellement ce type de réflexions, vers une réhabilitation du sensible. Voilà ce que serait la théorie du geste pour le vulgaire : séduisante et pas si redoutable que cela.

2.8. L'authentique théorie du geste : dynamique de mobilisation et importance de la motricité. Éh bien non, pas du tout : ce n'est pas du tout cela que vise Gilles Châtelet. Il y a trop de mièvrerie et pas assez d'action dans cette phénoménologie décolorée du geste, cela manque de punch !

Tout d'abord, le geste chez Gilles Châtelet est essentiellement une *propulsion* ; il ne se laisse pas enfermer dans la perception du mouvement sensible, il ne se laisse pas attraper devant nous, comme un spectre, comme un filigrane éclairant. Ce n'est pas un geste qui se déclenche tout seul. C'est justement la manière dont il se provoque qui est en question. Contrairement à l'image phénoménale passive qu'il pourrait donner, le geste a de la motricité, il suscite le mouvement, il n'est pas seulement *mobilisation* mais il est aussi *provocation de mouvement*. C'est une *propulsion qui se referme en impulsion*. Il est inertie surprise par des accélérations toujours prêtes à perturber la rectitude galiléenne par une déviation volontaire. Le geste irrigue de la force. Le geste est force, il est énergie.

Rappelons brièvement les cinq thèses que Gilles Châtelet formule minutieusement dans son *Introduction*[44] et que nous ne commenterons pas en détail :

• Le geste n'est pas substantiel : il gagne de l'amplitude en se déterminant.

• Le geste n'est pas un simple déplacement spatial : il décide, libère et propose une nouvelle modalité du “se mouvoir”.

• Le geste est élastique : il peut se ramasser sur lui-même, sauter au-delà de lui-même et retentir.

• Le geste enveloppe avant de saisir et esquisse son déploiement bien avant de dénoter ou d'exemplifier.

• Un geste réveille d'autres gestes : il sait mettre en réserve toutes les virtualités provocatrices de l'allusion.

Le geste est comme une grappe de glycine en inflorescence susceptible d'enchanter le virtuel. Il crée, sans s'y subordonner, les mobilités que le monde exige pour la participation de l'homme pensant au règne moteur du sensible. Chaque geste investi de pensée agit par feux d'artifices de possibilités inattendues et de projets résorbés. Toute la richesse intuitive que les scientifiques déploient hors du langage et des réalisations concrètes, tous les rêves dans lesquels ils se projettent en extrapolant au-delà de leur maigre action concrète, tous ces mondes d'intentions virtuelles, tous ces projets grandioses avortés, c'est la participation générale de la pensée au Mouvement qui le rend possible. En définitive, la théorie du geste nous rappelle donc à l'immanence qui nous est la plus essentielle, l'immanence du Mouvement.

§3. Ambiguïtés et impuissances de la philosophie des sciences

La philosophie des sciences déprécie [l'intuition] comme naïveté pré-formelle, comme `chrysalide encombrante` d'une structure maintenant détectée par les lunettes parfaites du mathématicien contemporain.

---

[44] *Les Enjeux du mobile*, pp 32–33.

Gilles CHÂTELET, *Les enjeux du mobile*, Le Seuil, collection “Des Travaux”, 1993, p. 269.

3.1. Attaques frontales. Je ne céderai jamais là-dessus : Tant sur le plan institutionnel que sur le plan de la production textuelle, la philosophie des sciences est aujourd’hui dans une position que je trouve purement frustrante. Pourquoi ? parce qu’à mon avis, seuls les scientifiques qui sont réellement en activité et que pénètre de manière vivante un véritable souci philosophique, parviennent à faire avancer les interrogations que suscite la pensée scientifique actuelle *en mouvement*. Évidemment, la philosophie des sciences que je fustige – comme d’habitude – n’est pas celle qui est représentée par les intervenants de cette rencontre, c’est celle de l’épistémologie institutionnelle “scotchée” à des problématiques vieilles de près d’un siècle. Je vais donc m’amuser à répéter quelques diatribes et à déballer mon cabas de don quichotteries coutumières.

Il y a bien sûr toutes ces questions métaphysiques indélébiles et inassumables : l’infini existe-t-il ? Les mathématiques ont-elles une fin ? Que reste-t-il à découvrir[45] ? Toute question mathématique est-elle susceptible à long terme de recevoir une réponse complète et définitive (Hilbert) ? Y a-t-il une objectivité des mathématiques ? Le Continu est-il un concept voué à demeurer inépuisablement en question ? Comment caractériser, voir, analyser et comprendre l’*ouverture* des mathématiques ? Y a-t-il du réel à explorer ou seulement de l’acte avec ses traces et ses constructions réactivables ?

Il y a bien sûr aussi les questions terribles concernant le rapport des mathématiques au réel physique, la très célèbre question de l’efficacité déraisonnable des mathématiques, la question dualiste sans cesse renouvelée de l’adéquation entre

[45] C’est la seule des questions de cette liste qui soit ironique : il s’agit d’une question de sens commun que la revue *Sciences et Avenir* n’a pas hésité à apposer en couverture d’un numéro Hors-Série consacré aux *Grandes découvertes* et aux *Coups de génie*, et que les étudiants de Licence me posent régulièrement. Qu’il est profond le fossé qui sépare le chercheur du commun des mortels !

“modèle” et “réalité”, la question de l’entrelacement entre découvertes physiques et découvertes mathématiques et leurs effets d’inspiration réciproque, ces effets ping-pong à l’infini de miroirs parallèles, ou encore la question du retard des théories mathématiques par rapport aux découvertes physiques : intégrales de Feynmann, travaux de Witten, formule de Verlinde, existence de p-*branes* – par exemple, des surfaces de Riemann à bord – attachées à des variétés lagrangiennes, et maintes autres formules appétissantes que les physiciens découvrent facilement et sur lesquelles les mathématiciens se cassent les dents.

Ce n’est pas vers ces dernières questions neuves et très alléchantes que l’épistémologie institutionnelle dirige les jeunes historiens-philosophes des sciences. Trop difficile pour eux, trop proche de nous et le recul temporel serait insuffisant pour la certitude dans l’analyse[46] : voilà les alibis. C’est surtout vers les questions balisées, qui font partie maintenant du corpus et du paradigme, que l’on dirige les jeunes énergies. Le directeur guide son élève dans la forêt qu’il a déjà explorée, lui montrant quelques voies dérobées qu’il n’a pas eu le temps, le désir ou le courage de poursuivre. Forte d’une tradition et d’un corpus assez ample, l’épistémologie peut se ravitailler en eau auprès des citernes classiques de spéculatif, tournant en rond autour d’elle-même sans se mortifier, prenant plaisir à retravailler seulement des exemples rebattus et suranalysés, *exempli gratia* : les errances du programme de Hilbert, la fameuse gödélite (expression de J.-Y. Girard) autour des théorèmes d’incomplétude, l’héritage des Bachelards, Cavaillès, Lautmans, Canguilhems et autres, les mathématiques chinoises, l’histoire de l’algèbre et de la géométrie jusqu’au début du vingtième siècle, l'histoire des géométries non euclidiennes, *etc.*

3.2. Ambiguïté et impuissance. L'*ambiguïté* de la philosophie des sciences, c'est de vouloir s'inscrire dans un site sans parvenir à comprendre véritablement ce qui le *pousse de l'intérieur à des dépassements imprévisibles*. C'est de se vouloir pensée des protensions, mais *uniquement dans l'a posteriori de l'histoire réalisée*. Elle travaille sur un produit fini d'où sont gommées toutes les interrogations provisoires qui circulent dans l'inaccompli, *en tant qu'elles sont réellement provisoires et incertaines*. Dans ces conditions, peut-elle y être vraiment sensible ? Il ne faut pas se cacher qu'au sein même de ce produit fini, le mathématicien acteur, enseignant, ou chercheur, a bien l'habitude de deviner, de reconstruire et de réévaluer les tensions informelles du discours pour les faire revivre, les prolonger, les dépasser, en assumant bien sûr le devoir de faire progresser la compréhension des choses et d'approfondir la perception du réel. Pour le scientifique qui cherche, ce n'est pas l'épistémologue qui est le meilleur guide pour la reconstitution de l'ouverture des questions dans l'histoire réalisée. L'ambiguïté débouche donc sur l'inutilité pure et simple : pour sonder les profondeurs de l'inconnu dans l'histoire et en tirer de nouveaux secrets, le scientifique n'a donc pas besoin du discours épistémologique. Poursuivons le raisonnement : le discours épistémologique a au moins le mérite d'expliquer des choses à un niveau accessible et de donner l'illusion aux élèves des "petites classes" de rentrer dans la "cour des grands".

---

[46] L'argument fatal contre une certaine épistémologie, c'est qu'elle refuse avec une fausse sagesse qui est de la sotte pruderie de travailler là où rien n'est certain, dans l'ouverture réelle et dans l'inaccompli concret. Au contraire, les sociétés payent cher des bataillons de scientifiques chercheurs et autres kyrielles de laboratoires qui tous s'escriment courageusement sur le front de l'inconnu.

L'*impuissance* – faut-il le préciser – c'est l'incapacité à assumer pleinement, philosophiquement, la complexité et l'ouverture du réel scientifique. Évidemment, une épistémologie non-impuissante serait possible, à condition qu'elle soit conduite par des chercheurs qui sont au faîte de l'actualité scientifique.

3.3. Assumer pleinement la technicité des sciences contemporaines : seul geste spéculatif qui pourrait sauver la philosophie des sciences de la mort par inanition. Non, la philosophie classique des sciences ne peut plus être aujourd'hui qu'une *propédeutique à la philosophie des sciences actuelles*. Par le retour à l'épistémologie du début du XX^e siècle, il doit s'agir seulement d'apprendre ses classiques, comme on apprend la grammaire et l'orthographe en classe de cinquième, comme on apprend les langues anciennes ou l'histoire de la philosophie, comme on fait des gammes au piano, comme on cotoie la littérature et l'actualité par la lecture régulière de romans ou de journaux.

Même soigneusement enveloppées et écrasées sous des strates innombrables, les questions métaphysiques les plus profondes continuent à s'exprimer *dans* les questions les plus techniques. C'est aux franges de la connaissance qu'elles vivent et s'agitent avec le plus de puissance. Eût-il atteint un degré de perfection inégalé, le corpus d'histoire et de philosophie des sciences de la première moitié du XX^e siècle n'est pas une fin en soi, et il faut bien y prendre garde, car l'on risque d'y dilapider toute son énergie, définitivement.

C'est à des tâches entièrement nouvelles et à de nouveaux impératifs qu'il faut se confronter car *ce sont les seuls qui soient susceptibles de provoquer des accélérations de la vision épistémologique*. Il s'agit de :

• Comprendre les pratiques, les mouvements, les différentiels, les protensions, dans la science contemporaine ultra-technique, en assumant pleinement la complexité et la diversité des tendances et en acceptant les difficultés, sans se réfugier frileusement dans une histoire historienne de l'histoire des sciences.

• Comprendre *seul et par soi-même* la résonance des questions centrales que les textes hésitent à faire circuler, par manque de courage, par manque d'engagement, ou tout simplement par paresse spéculative.

• Comprendre, évaluer et apprendre à *voir l' inconnu dans le connunu* par une fréquentation régulière des champs spécialisés.

• Travailler régulièrement à suivre l'actualité mathématique.

• Pénétrer plusieurs domaines en méditant leurs protensions, leurs dépendances mutuelles et leurs applications. Suivre leur évolution pendant quelques décennies.

• Apprendre à assimiler les innombrables simplifications de démonstration qui sont régulièrement apportées aux théorèmes marquants, comme on lit plusieurs romans policiers en parallèle.

• Ne fréquenter le conceptuel qu'à travers le problématique. Féconder vigoureusement le problématique par ses réalisations conceptuelles. Exhumer les questions souterraines qui ont été progressivement mutilées par la pratique du plagiat scientifique. Apprendre à voir l'ouverture. Privilégier l'inconnu sur le connu.

• Se poster en *guetteur philosophique* dans un domaine des mathématiques que l'on aura choisi pour sa *densité* dans les mathématiques tout entières. Grâce à ce choix, susciter des visions nouvelles concernant l'*unité* des mathématiques.

• Accéder à une formation à l'esprit de survol en la nourrissant par une pratique régulière, *journalière* du **calcul**, de la **recherche** et de l'**enseignement**.

• Cultiver une nouvelle forme d'*encyclopédisme mathématique* qui soit transversal aux compartimentations en domaines de recherche et renforcer l'exigence de pénétrer dans l'univers de ce qui est en train de se faire.

• En définitive, *vivre avec son époque*, c'est-à-dire accepter que le *souci du spéculatif* s'identifie à un devoir de *faire face* à la complexité et à l'ouverture du réel et de la pensée scientifique.

3.4. La nostalgie du spéculatif pur. On a beau jeu de croire que les mathématiques professionnelles sont inaccessibles et qu'il ne s'y joue de toute façon plus de ces questions authentiques qui plaisent à la philosophie. Au contraire, c'est dans les mathématiques *techniques* que le questionnement est le plus vivace et qu'il s'échange le plus de spéculations spontanées, ce sont les mathématiques *techniques* qui ont assimilé le questionnement sur l'infini, sur la continuité, sur le nombre, *etc.*, ce sont les mathématiques *techniques* qui ont vaincu la crise des irrationnelles, les paradoxes des différentielles, les questions que posaient l'axiomatisation des mathématiques, *etc.*, bref, ce sont les mathématiques *techniques* qui ont un sens et qui sont en mouvement.

Et paradoxalement, il y a beaucoup plus de philosophie et d'histoire des sciences *actuelles* dans les textes de *vulgarisation scientifique de haut niveau* écrits par des spécialistes dans des revues destinées au grand public, ou encore dans d'excellentes encyclopédies spécialisées remises à jour récemment, que dans tous les ouvrages de seconde main de l'épistémologie.

La philosophie est trop souvent synonyme de blocage, de crispation, de méfiance vis-à-vis de l'effectif, de méfiance vis-à-vis de l'actif et du concret, qui se déploieraient dans la sphère de l'opérativité de manière quasi-automatique et sans réfléchir. Au contraire, la philosophie devrait fortement s'inspirer de la capacité à naviguer à toute allure dans des architectures scientifiques colossales et prendre exemple sur l'incroyable *musculation du spéculatif que les mathématiques s'offrent devant les problèmes ouverts*. Elle croit à tort pouvoir tenir un discours général sur la science en se dispensant des contenus techniques que bien souvent elle ne maîtrise pas et qu'elle serait d'ailleurs bien en peine de réactiver ou d'expliquer, même informellement, avec pertinence.

3.5. De la motricité du corps en mouvement pour mobiliser la pensée. L'épreuve de l'informel est parfois disqualifiante. En mathématiques, la mise en mouvement d'une démonstration technique appartient à une toute autre sphère que celle de l'écriture minutieuse. On le voit en maîtrise de mathématiques lorsqu'on doit apprendre aux étudiants *comment faire vivre le mémoire qu'ils ont rédigé*. C'est parce que seul l'informel peut faire vivre le formel pour l'intuition, c'est parce que le `geste au tableau` s'interpose comme une magie d'un autre ordre que la simple déclamation, c'est parce que le corps procure un intermédiaire inouï de potentialisation et de mise en mouvement de la pensée, c'est parce que *le mouvement autonome des objets algébriques, géométriques et topologiques, qui ne possède jamais en lui-même de principe actif de mise en branle, peut s'aider, pour exister, de la puissance qu'a le corps de créer de la motricité au sens propre du terme* : *seul le corps en mouvement peut servir la pensée en action*.

Dans un cours de philosophie, l'écart entre le texte écrit et le cours magistral n'est pas si grand qu'en mathématiques. À l'accoutumée, le philosophe récite assis sur sa chaise au bureau. Dans une discipline littéraire, la différence de potentiel entre la pensée grise et sa mise en scène magistrale n'est jamais considérable. Mais c'est tout le contraire qui se joue en mathématiques. Évidemment, le mouvement des lèvres, le timbre de la voix et le style déclamatoire ont encore une importance capitale. Certes, il est bien entendu qu'un exposé très vivant que l'on récite assis sur une chaise avec la seule force parole, sans usage du tableau, peut mobiliser les foules. Tout est question tonalité. Mais le geste actif, le mouvement, le mime mobile, la dynamique d'écriture au tableau, tout cela a le pouvoir de propulser une tonalité bien au-delà de sa trame.

3.5. La technique d'allusion du diagramme. À la suite de Gilles Châtelet, on a beaucoup parlé de la puissance d'évocation péremptoire des diagrammes, de leur *vivdness* qui ne se réduit pas à un illustratif subsidiaire, on a insisté sur le fait qu'ils forgent une nouvelle discipline de l'attention, et incitent à de nouvelles expériences, on sait qu'ils bourgeonnent de pointillés, et qu'ils téléportent la pensée dans de nouvelles dimensions spéculatives, on sait qu'il y a une épaisseur, une *acuité* du matériel et du figural qui provoque l'allusion à d'autres gestes, à d'autres mouvements de la pensée.

3.6. Le langage mathématique de la figure-mouvement. Au sens consacré, le diagramme se contemple : il participe de l'ordre du mouvement en tant que germe d'inspiration figurale. Voici maintenant un exemple qui développe, complète et enrichit cet ordre d'idées : il s'agit des *démonstrations mathématiques accompagnées symboliquement par les dessins*. Dans ce domaine, le diagramme cherche à se faire mouvement, en se démultipliant comme un film.

Rappelons tout d'abord que dans les mathématiques contemporaines, certaines *démonstrations géométriques complètes* de longs théorèmes ne se réduisent pas seulement à un calcul symbolique littéral, à la formalisation, à la combinatoire ou à la recherche de l'élégance rédactionnelle. C'est la *publication* des textes mathématiques sous une forme ultra compacte et *scripturale* qui pourrait faire croire que l'activité mathématique consiste en 90% d'écriture et de souffrance contre 10% d'intuition et de découverte. Cela est faux, c'est complètement faux ! En vérité, le texte et ses théorèmes cachent toute la *dynamique de la mise en mouvement des démonstrations à la main par un mathématicien en chair et en os, lequel peut utiliser sa puissance de motricité là où la simple lecture se révèlerait impuissante à délivrer les secrets les plus importants*. Ainsi, l'exposition au tableau transcende la littéralité du texte.

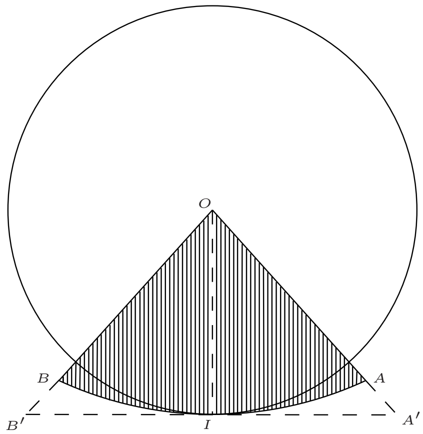
Je voudrais poursuivre cette intuition du geste en évoquant ce que j'appelle les *démonstrations accompagnées par les dessins*. En géométrie contemporaine, il y a des démonstrations relativement longues qui accumulent un grand nombre de constructions échafaudées les unes sur les autres et que l'on retranscrit sous la forme d'un texte formel. Il est vrai qu'en géométrie différentielle, en topologie générale, en géométrie algébrique, le concept travaille par lui-même en s'aidant de formes idéalisées du figural et de quelques diagrammes symboliques standard que l'on rappelle pour les besoins de l'illustration. Le diagramme n'y est pas central. Mais dans certains domaines qui sont beaucoup plus au contact de l'espace physico-géométrique, comme la théorie des nœuds, l'étude des surfaces, la théorie des variétés compactes de dimension trois, la théorie des pavages, l'analyse et la géométrie complexes en dimension complexe deux, le seixième problème de Hilbert, l'étude topologique des singularités de champs de vecteurs en dimension deux ou trois, ou les problèmes de disques holomorphes attachés à des variétés totalement réelles, dans tous ces domaines *il y a un langage géométrique totalement parallèle au langage formel, beaucoup plus subtil que lui, et qui déploie en figures successives tous les gestes du corps et de la pensée dans l'explication.*

Bien entendu, il y a l'explication informelle au tableau qui permet de déployer ces gestes figuraux devant un collaborateur ou devant un collègue, en utilisant des craies de couleur, par exemple. Cette pratique permet d'en dire plus que le texte sec. Son importance dans la recherche est telle que les chercheurs savent pertinemment qu'il faut voyager pour se rencontrer : l'échange de manuscrits par courrier électronique ne remplacera jamais le dialogue. Même le téléphone laisse passer plus de mouvement. Tout cela prouve déjà clairement que le texte n'arrache que peu de mobilité à la pensée en acte.

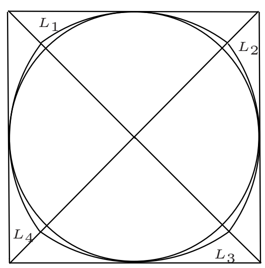
Mais ce n'est pas tout. Les nouveaux outils de traitement de texte mariés aux *logiciels de dessin mathématique* suggèrent un nouveau type de pratique d'accompagnement figural intratextuel et rigoureux, que l'on entremêle avec le texte formalisé. Grâce à la mise en figures, le mouvement entre d'un seul coup avec beaucoup plus de puissance dans le texte. Presque chaque geste enrichissant une figure, presque chaque nouvel angle de vue sur une ancienne figure, presque chaque introduction d'un nouvel objet sur le plan littéral, doit s'accompagner d'un dessin qui marie l'aspect représentationnel avec l'aspect symbolique.

Alors d'un seul coup, tout le théâtre d'intuitions géométriques mobiles que l'on a en tête quand se déploie une démonstration formelle peut prendre corps, il peut s'insérer dans la tension de la trame scripturale et doper la compréhension du lectorat. De telles figures enchaînées comme le mouvement ne se réduiront jamais à un illustratif épisodique, elles pourront s'assimiler à une sorte de micro-cinéma mathématique réalisant la mise en image de tous les gestes de la démonstration. Voici une illustration détaillée de ce discours général que l'on peut sauter en première lecture.

3.7. Exemple complet : polygones paraboliques et meilleure approximation des aires ; une variation sur les méthodes de quadrature de Viète et d'Archimède. Décrivons géométriquement la méthode. Viète et Archimède inscrivent et circonscrivent des *triangles* à un cercle unité pour en calculer l'aire et le périmètre, c'est-à-dire le nombre $\pi = 3,141592653589\ldots$. Sans augmenter la complexité des calculs, on peut doubler la rapidité de convergence de ces algorithmes en circonscrivant au cercle unité dont on veut approximer l'aire non pas des triangles, mais des *segments de parabole*. Quelques figures suffiront à expliquer clairement l'objectif. Les quatre premières sont symboliques, elles aident l'intuition à plonger rapidement dans le contenu.

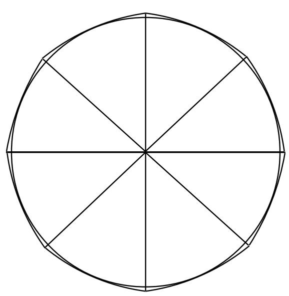


L'idée est la suivante : plutôt que d'approximer l'aire d'un disque de rayon 1 par l'aire de 4.2^n triangles $OA'B'$, il est préférable de l'approximer par 4.2^n morceaux de secteurs *à base parabolique* OAB. Il existe en effet une unique parabole qui passe par les trois points A, I, B et qui est tangente au cercle à l'ordre 2 au point I.

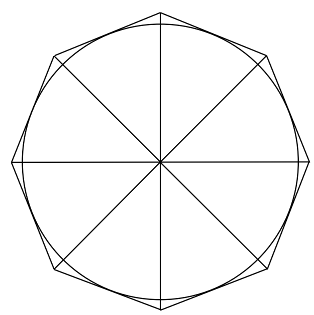


Lorsque l'on approxime le disque par le carré de côté 1, on perd les quatre lunules L_1, L_2, L_3 et L_4.

Il semble que l'approximation par quatre secteurs paraboliques externes donne une bien meilleure approximation de l'aire du cercle.



Comparaison de l'aire de l'octogone parabolique et de l'octogone droit : les excès d'aire par rapport au disque unité semblent être très différents, comme une approximation d'ordre un l'est par rapport à une approximation d'ordre deux



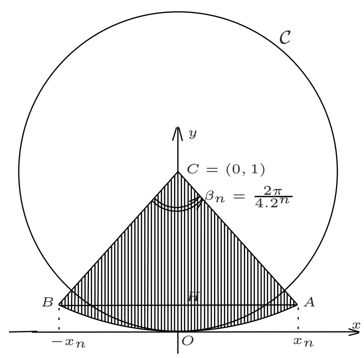
Passons maintenant aux calculs. On divise le cercle en 4.2^n secteurs d'angle égal à $2\pi/(4.2^n)$, où n est un entier naturel positif ou nul. On doit calculer l'aire d'un secteur parabolique tel que $OAIB$ représenté dans le premier dessin. Dans le plan euclien $\mathbb{R}^2$ muni des coordonnées (x, y), on suppose que le cercle de rayon 1 est centré au point de coordonnées $(0, 1)$. Son équation cartésienne est alors donnée par $x^2 + (y - 1)^2 = 1$. Au voisinage de l'origine, le cercle peut être représenté comme un graphe $y = y(x)$ tout simplement donné par

$$y = 1 - \sqrt{1 - x^2},$$

équation qui est en fait valable pour $-1 < x < 1$, et qui correspond au demi cercle situé en dessous de la droite d'équation $y = 1$. Lorsque l'on utilise le développement limité de la fonction racine carré, qui est égal à $\sqrt{1-X} = 1 - \frac{X}{2} + \frac{X^2}{8} + O(X^3)$ pour développer y en fonction de x dans la formule précédente, on obtient

$$y = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \cdots .$$

Ainsi, l'unique parabole tangente au cercle à l'ordre 2 en 0 est donnée par l'équation $y = \frac{x^2}{2}$; on néglige les termes d'ordre supérieur dans le développement limité ci-dessus. Considérons maintenant le secteur parabolique que délimite cette parabole et deux droites OA et OB qui font un angle au centre égal à $\beta_n := \frac{2\pi}{4.2^n}$, comme dans la méthode de Viète. Les deux figures encadrées qui suivent détaillent les calculs nécessaires.

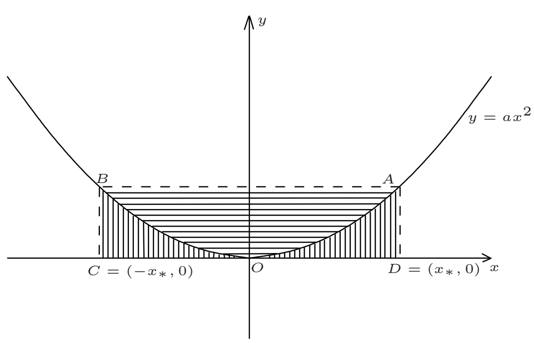


O est l'origine, $\mathcal{C}$ est le cercle de rayon 1 et de centre $C = (0, 1)$.

L'arc BOA est un arc de parabole tangente au cercle en O et d'équation $y = x^2/2$.
L'axe y bissecte l'angle $\widehat{ACB}$ égal à $\frac{2\pi}{4.2^n}$.

Soient les points $A = (x_n, y_n)$, $B = (-x_n, y_n)$ et $H = (0, y_n)$.
On calculera x_n et y_n ci-dessous.
L'aire du triangle ACB vaut :
$b_n = \frac{BA.HC}{2} = HA.HC = x_n(1-y_n) = x_n(1 - \frac{x_n^2}{2})$.
L'aire de la cuvette parabolique $BHOA$ vaut
(voir la figure suivante) :
$c_n = \frac{4}{3}\frac{1}{2}x_n^3 = \frac{2}{3}x_n^3$.

Ainsi, l'aire du triangle à base parabolique $BOAC$ vaut
$a_n = b_n + c_n = x_n + \frac{1}{6}x_n^3$.



La parabole est d'équation $y = ax^2$, $a > 0$ fixé.
Soit $x_* > 0$ fixé. Soient $D = (x_*, 0)$, $C = (-x_*, 0)$, $B = (-x_*, ax_*^2)$ et $A = (x_*, ax_*^2)$.

L'aire du rectangle $ABCD$ vaut $2x_*.ax_*^2$.

L'aire du secteur sous-parabolique ODA vaut
$\int_0^{x_*} ax^2\, dx = \frac{a}{3}x_*^3$.

Donc l'aire de la bassine parabolique vaut :
(hachures horizontales)
$2ax_*^3 - \frac{2}{3}ax_*^3 = \frac{4}{3}x_*^3$.

Il ne nous reste plus qu'à calculer les coordonnées (x_n, y_n) du point d'intersection de la droite OA avec la parabole d'équation $y = \frac{1}{2}x^2$, autrement dit, à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = x^2/2 \\ 1 - y = x/(\tan(\beta_n/2)) = x/(\tan(\dfrac{\pi}{4.2^n})), \end{cases}$$

ce qui nous donne :

$$\begin{cases} x_n = -\dfrac{1}{\tan(\frac{\pi}{4.2^n})} + \sqrt{2 + \left(\dfrac{1}{\tan(\frac{\pi}{4.2^n})}\right)^2} \\ y_n = 1 + \left(\dfrac{1}{\tan(\frac{\pi}{4.2^n})}\right)^2 - \left(\dfrac{1}{\tan(\frac{\pi}{4.2^n})}\right)\sqrt{2 + \left(\dfrac{1}{\tan(\frac{\pi}{4.2^n})}\right)^2} \end{cases}$$

et l'on trouve $x_0 = \sqrt{3} - 1$. Le calcul de la valeur de x_n se réduit au calcul de la valeur de $z_n := \tan \frac{\pi}{4.2^n}$ que l'on doit aussi calculer dans la méthode d'Archimède en utilisant la formule $\tan(2x) = \frac{2\tan^2 x}{1-\tan^2 x}$, ce qui correspond à partir de $z_0 = 1$ et à itérer la formule de récurrence $z_{n+1} = \frac{-4+\sqrt{16+4z_n^2}}{z_n}$.

En vérité, si l'on travaillait véritablement à la main comme les calculateurs de π qu'étaient Archimède, Ptolémée, Al Kashi et d'autres, pour éviter d'avoir à inverser z_n et à le multiplier par $-4 + \sqrt{16 + 4z_n^2}$ à chaque étape, il serait plus judicieux d'utiliser la formule pour les *cotangentes*, à savoir cotan $x =$ cotan $(2x) + \sqrt{1 + (\text{cotan } (2x))^2}$ pour calculer $u_n := \frac{1}{z_n}$ qui vérifie $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \sqrt{1 + u_n^2}$. Dans la méthode des polygones droits d'Archimède, il resterait à *inverser* u_n à la fin pour récupérer z_n, puis le périmètre $4.2^n z_n$ qui donne une valeur approchée de 2π, mais dans la méthode des polygones paraboliques, plutôt que d'inverser u_n, il faut calculer $x_n = -u_n + \sqrt{2 + u_n^2}$ (une dernière extraction de racine carrée), puis l'aire finale

$$\mathcal{A}_n = 4.2^n\,(x_n + \frac{1}{6}x_n^3).$$

Pour une estimation des valeurs numériques, c'est le gentil esclave Maple qui vient à la rescousse. Voici les valeurs que l'on obtient pour l'aire $\mathcal{A}_n$:

n	Nombre de côtés	Aire du polygone parabolique circonscrit
0	4	**3.1**89…
1	8	**3.14**50…
2	16	**3.141**82…
3	32	**3.141**60…
4	64	**3.14159**35…
5	128	**3.1415927**1…
6	256	**3.14159265**71…
7	512	**3.141592653**81…
8	1024	**3.141592653**60…
9	2048	**3.1415926535**90…
10	4096	**3.14159265358 9**84…
20	4194304	**3.14159265358979323846264 3**43…
30	4294967296	**3.141592653589793238462643383279502884**24…
100	3.2^{100}	**3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944 5923078164062862089986280348253421170679821480865132823066 47**11…

Ainsi, la seule différence avec la méthode d'Archimède pour le périmètre des polygones droits est que l'on doit calculer à la fin la valeur de x_n donnée par la formule ci-dessus. Mais le coût principal en calcul revient à évaluer les n racines carrés successives pour obtenir z_n avant de faire les deux calculs finaux. *Ainsi, le calcul de l'aire des polygones paraboliques présente presqu'exactement le même coût que le calcul de la circonférence ou de l'aire des polygones droits circonscrits au cercle unité*. On pourrait imaginer que Al Kashi, Romanus, Viète, Ludolph Van Ceulen et d'autres, en bons lecteurs des œuvres complètes d'Archimède, aient pu penser à utiliser les méthodes du traité sur la parabole pour inventer les polygones paraboliques. Ils se seraient ainsi épargné une peine immense (ou auraient calculé deux fois plus de décimales de π), car la convergence de $\mathcal{A}_n$ vers π est exactement *deux fois plus rapide que dans la méthode des triangles droits pour un coût quasiment égal en calcul*. En effet, on gagne approximativement 12 décimales en 10 étapes, au lieu de 3 décimales en 5 étapes pour la méthode d'Archimède. Ce rapport se confirme pour les valeurs plus élevées de n. Avec le polygone à 4.2^{100} côtés, on obtient 121 décimales exactes ; avec le polygone à 4.2^{1000} côtés, on obtient 1205 décimales exactes, soit *exactement deux fois plus qu'avec les méthodes (équivalentes) de Viète ou d'Archimède*.

Question. L'esclave Maple est gentil, et il semble exécuter toutes ses corvées comme s'il connaissait déjà la solution. Or ceux qui l'ont conçu sont aussi des petits malins. Le programme d'une ligne : `evalf(Pi,10 000);` provoque instantanément l'affichage des 10 000 décimales désirées de π (balaise !). Mais chose étrange, le programme `evalf(Pi,10 001);` donne 10 001 décimales de π, mais au bout d'un temps incomparablement plus long. *Pourquoi ?*

3.8. Résumé. D'autres exemples de *démonstration accompagnée par les dessins* sont disponibles dans la littérature mathématique publiée ou non publiée[47]. En guise de conclusion transitoire, nous retiendrons que *les gestes recherchent tant la fixation textuelle que le fait de se soustraire à la mutilation qu'elle implique*. Après cette digression géométrique, revenons maintenant à l'écriture de Gilles Châtelet.

3.9. La parole épistémologique pamphlétaire. Quel que soit le texte, il y a de la satire, de la caricature, de l'énervement, il y a du combat chez Gilles Châtelet. Sa nature belliqueuse

[47] Voir aussi par exemple le texte J. MERKER and E. PORTEN, *On local removability of codimension one singularities in CR manifolds of CR dimension one*, téléchargeable sous format .pdf ou .ps à l'adresse internet `http ://www.cmi.univ-mrs.fr/~merker/Mathematique/preparation.html`.

touvait mille prétextes pour éclater au grand jour. S'imposait à lui la nécessité puissante de lancer des attaques conceptuelles. C'était le seul moyen pour lui d'exprimer pleinement ses crises de conscience et ses colères intellectuelles.

Dans le dialogue et dans l'échange, ses interventions prenaient parfois la forme d'énergiques soliloques. L'auditoire l'écoutait alors, parfois sans parler, effarouché, médusé, mais avide aussi de ces gerbes de dynamisme imprévisible. Il y a tant d'imbécillités qui circulent en philosophie et en épistémologie, si peu d'élégance, de spontanéité et d'authenticité dans l'aristocratie universitaire !

Ainsi, cette nature profonde s'exprimait déjà dans ses textes épistémologiques. Chez lui, la langue est une position d'attaque, un geste de capture de la pensée, une arbalète qui se bande, et tout est permis, pourvu que l'expression soit adéquate à l'intuition et qu'elle la réalise pleinement.

On sait que Gilles Châtelet éprouvait une grande exaspération pour la situation absurde dans laquelle se trouve la philosophie des sciences depuis une bonne cinquantaine d'années (*cf.* §3.2 ci-dessus). On lui doit des formules décapantes et superbes d'invention visant à atomiser toutes les épistémologies qui s'amputent sans le savoir, ou du moins sans le reconnaître. C'est un génie pamphlétaire qui apparaît dans ses prémices (*cf.* §4, §5, §6 et §7 ci-dessous). Voici quelques exemples.

● Dans les premières pages de l'introduction aux *Enjeux du mobile*, le ton est lancé : pour beaucoup de soutiers des sciences exactes, le philosophe est soupçonné d'être la mouche du coche, lequel peut s'abandonner aux grasses matinées du problématique et succomber aux séductions des herméneutes.

Grinçant, Gilles Châtelet poursuit sur l'absurdité du sort qui s'offre au philosophe : s'abandonner au survol panoramique sans acquitter le prix de la patience du concept ou, ce qui est plus fréquent ou bien pire, se faire l'humble majordome des savants, censés détenir les seules vérités vraiment "sérieuses" et se cantonner "modestement" dans une tâche de police formelle. Le positivisme logique et ses avatars, confinés à la paraphrase d'arrière garde, se trouvent désormais réduits au rôle de Cendrillon commise au "vérificatoire" et à ses palpitants problèmes de mise en bouteille !

L'ange du bizarre se réconcilie enfin avec l'homme de la rue, ce Monsieur Prudhomme qui récite des banalités, sur un ton magistral, et se sent concerné par le bon sens des Grands Problèmes, qui en vérité le dépassent. Tout est bien qui finit bien et tout le monde peut dormir tranquille ; au fond, ceci n'est que cela. L'ironie de Gilles Châtelet est mordante et on verra ce sens de la chute à son acmé dans *Vivre et penser comme des porcs*.

• Dans la conférence faite au Grand Amphithéâtre de la Sorbonne le Samedi 10 décembre 1994 et intitulée *La philosophie aux avant-postes de l'obscur*, Gilles Châtelet commence très fort : Il serait probablement très exagéré d'associer l'intuition et l'École de Satan pour enchaîner tout de suite sur un stéréotype de l'après-bourbakisme d'après lequel toutes les sciences qui ont franchi le seuil de formalisation se sont libérées depuis longtemps de cette chrysalide encombrante qu'est l'intuition pré-formelle. Dès qu'on parle d'intuition, *Vade retro satanas* ! Cela fait belle lurette qu'intuition et geste ont été mis à l'Index !

Il s'en prend encore à une épistémologie formelle qui confond la `vérité` scientifique et la `vérification` en réduisant la pensée à une *grammaire correcte des énoncés censée établir une communication transparente*. Non à une philosophie réduite à s'agenouiller devant l'opérationnel et la "faisabilité" !

• Dans le compte rendu d'un ouvrage de Penrose, *À propos de Penrose et du second livre de Penrose : – Shadows of the Mind*, Gilles Châtelet s'en prend encore à la forme contemporaine de l'"esprit de sérieux" : l'obsession de "faisabilité" et de calcul. Heureusement, pour Penrose, un grand mathématicien ne débite pas ses théorèmes comme une machine à fabriquer des saussices ! (machine qui, comme par hasard, apparaît plusieurs fois dans *Vivre et penser comme des porcs*.)

• Enfin, je ne résiste pas à la tentation de citer un dernier trait mordant contre les sciences cognitives : [...] une certaine barbarie neuronale qui s'épuise à débusquer le récipient de la pensée et à confondre l'apprendre avec une razzia sur un butin informatif.

3.10. Métaphoriser la métaphore scientifique. Philosophe de la métaphore scientifique, Gilles Châtelet n'excelle pas seulement dans la restitution de nouvelles visions scientifiques audacieuses à la Maxwell. Paradoxalement, Gilles Châtelet fait aussi choix de la *métaphore littéraire* pour retranscrire fidèlement la puissance des métaphores physico-mathématiques : il ne se concentre donc pas exclusivement sur l'aspect constructif de la métaphore pour la science. Il extrapole souvent avec un très grand bonheur là où le rigorisme frileux des formalistes jouait du sécateur.

Cà et là dans les *Enjeux du mobile*, compilons quelques syntagmes ou membres de phrase pour illuster cette idée : Dès que l'espace commence à palpiter (p. 247), Hamilton a donc donné une espèce d'autonomie locomotrice au trièdre de Descartes (p. 253), Deux ondes de champ enchevêtrées comme deux hélices de l'espace-temps

(p. 257), “annexion d’empire” par la métaphore et “invasion” de domaines d’extension (p. 262), ascèse diagrammatique (p. 263), technologie d’installation de la similitude (p. 263), La métaphore audacieuse doit être associée à un travail d’homogénéisation et de décapage d’articulation pour être scientifique (p. 265), discipliner les allusions et le pressentiment des formes (p. 269). Ici, de manière patente, l’invention du langage imagé est au service de la métaphorisation *littéraire* de la métaphore *scientifique*.

§4. Le puisatier de la crispation et de l’exaspération.

Je te hais, Océan ! tes bonds et tes tumultes,
Mon esprit les retrouve en lui ; ce rire amer
De l’homme vaincu, plein de sanglots et d’insultes,
Je l’entends dans le rire énorme de la mer.

Baudelaire, *Les Fleurs du mal*, LXXIX, Obsession, Gallimard, collection *La pléiade*, 1975, p. 75.

4.1. Préfiguration de la symphonie pamphlétaire : Gilles Châtelet exprimant enfin toute sa puissance littéraire. Ainsi dans son œuvre épistémologique, Gilles Châtelet n’hésitait pas à être mordant. Il excellait dans l’art d’être critique caustique, philosophe-pamphlétaire. Mais l’exigence d’adhérer aux concepts physico-mathématiques devait contenir sévèrement en lui la puissance d’invention littéraire. Adéquation au contenu oblige !

Au contraire, dans *Vivre et penser comme des porcs*, Gilles Châtelet en éruption va pouvoir exprimer enfin toute sa puissance allusive et convoquer toutes les forces du néologisme, de l’alliance verbale et du style symphonique. Dans ce livre ouvert sur l’humain et sur la société qui est le fruit de trentre années de réflexion et d’exaspération politiques, Gilles Châtelet s’attaque enfin à l’économie, aux idéologies consensuelles et à cette conséquence abjecte, la défaite admise des idéaux – qu’il n’a jamais acceptée. Le rêve d’une *philosophie de combat* peut enfin se réaliser complètement. Hors du champ proprement scientifique, la rhétorique est un affrontement militaire où rien n'est laissé au hasard, de la tactique de la lettre au choix des missiles dans la syntaxe. Il faut dresser ses batteries, préparer canons, obusiers et projectiles, tout cela pour canonner, pilonner, mitrailler, faire feu sur le nouvel ordre cyber-mercantile. Pas de quartier !

Son fantasme de *métaphores-orchestre*, Gilles Châtelet va enfin pouvoir le réaliser, avec bien plus de saveur et de musique qu'il n'aurait jamais pu le réaliser, même en continuant d'approfondir les visions maxwelliennes qui sont un sommet du genre. Dans *Vivre et penser comme des porcs*, il ne serait pas exagéré de dire que Gilles Châtelet s'est livré à travail de construction symphonique polarisé principalement sur l'agressivité de l'*écriture*. Le lecteur est dépassé par la polyphonie meurtrière d'un seul homme. Chez Clint Eastwood, c'est le rêve de cow-boy invincible qui troue la peau de vingt hommes armés jusqu'aux dents. Chez Gilles Châtelet, c'est un magnétisme calculé de la langue qui tord le cou à toutes les âneries molles de l'opinion consensuelle. Ce magnétisme est infiniment supérieur à ce qu'on a l'habitude de lire dans des disciplines non authentiquement littéraires et il est aussi bien supérieur à ce qui se donne parfois pour de la production authentiquement littéraire. Sûr de la positivité des attaques décapitantes et de la positivité de l'énergie pamphlétaire, Gilles Châtelet a inventé un genre où se bousculent les hybridations percutantes, il a créé une technique d'écriture orchestrale, proche par la forme et par la rigueur de la très haute poésie.

4.2. Agacement, crispation exaspération et autres mouvements d'humeur qui sont pierre philosophale du sensible.

L'hypersensibilité est un mal qui a du bon parce qu'elle stimule de manière inégalable mes capacités oratoires : tel pourrait être en résumé le *credo* de celui qui puise compulsionnellement en lui ses exaspérations dynamisantes. Bien sûr, par sentimentalisme prudemment dominé, Gilles Châtelet se plaisait, mais rarement, à insérer parfois dans ses textes des phrases comme celle de Novalis qui le séduisant tant : “À qui ne plairait pas une philosophie dont le germe est un premier baiser”. Ce n'est pourtant pas le côté fleur bleue qui l'emportait chez lui.

Il faut avoir un rapport à la fois naïf et professionnel à la philosophie pour apprécier le frisson et l'audace du spéculatif, disaitt-il[48]. Il est clair que Gilles Châtelet avait parfaitement flairé combien *savoir pressentir* est capital dans toute activité de pensée, et on peut même ajouter qu'il était capable, bien mieux que bon nombre de scientifiques éminents, d'*exprimer la force du pressentiment*. Il cultivait aussi l'art de se mettre en situation de bascule devant les grandes idées qui ont bouleversé la philosophie.

Et surtout, caractéristique primordiale de sa personnalité, il cultivait infatigablement la chimie des agacements, des spasmes intellectuels, des crises de tétanie et autres convulsions ou crispations qui seules peuvent porter l'idée de mouvement bien au-delà du simple compte rendu métaphysique neutre que la philosophie veut bien s'autoriser à produire. Le mouvement, c'est aussi la guerre avec soi-même. En parlant de ces mouvements d'humeur qui faisaient l'homme tel que nous le connaissons, ne laissons pas dire que cette hypersensibilité était de l'ordre de la folie. Cette disqualification serait une diversion. Chez lui, cette nature paroxystique était un engagement authentique du corps *et de l'esprit*. On pourra dire platement qu'il était né comme cela. Il se crispait, inlassablement.

---

[48]*Mettre la main à quelle pâte*, p. 20.

La crispation intellectuelle est voie d'accès à l'inconnu : on se crispe sur des questions négligées par la tradition, jusqu'à aboutir. La pensée du nouveau est crispation.

Au sens premier, concret, du terme, la crispation est un mouvement de contraction, de plissement et de ride dans l'embrasement qui diminue la surface d'un objet, la plisse, la ride. On le dit par exemple d'un parchemin ou d'une feuille de papier jetée dans un brasier. Au sens figuré, le terme désigne un signe de nervosité, d'émotion, qui renvoie à la contraction musculaire, à la convulsion, au frisson, au spasme, à la tétanie.

Les réactions de Gilles en séminaire étaient légendaires, ses explosions imprévisibles, ses prises de parole monopolisaient l'attention de tout l'auditoire. Il parlait parfois longuement à la place de l'exposant. C'est son hypersensibilité aux contenus, son sens critique acéré, qui le torturaient. Sa capacité de crispation dépassait celle des autres. J'ai toujours eu le sentiment de me trouver en face d'un vrai, d'un authentique esprit philosophique, d'une force argumentative qui dépasse.

4.3. Puiser du fiel pour exacerber sa verve. Agacement, impatience, irritation, et énervement étaient donc pour lui d'une force spéculative et d'une motricité inégalables. D'où l'électrisation de son écriture. Sa culture de la rage philosophique et de l'exaspération épistémologique n'était jamais livrée au hasard. C'est à partir de cette caractérisation de l'homme musclant sa sensibilité que nous pouvons introduire son œuvre de pamphlétaire. Commençons donc par des “rappels de cours” sur l'écriture pamphlétaire en général.

§5. Topologie rhétorique du discours pamphlétaire

> L'homme indigné, celui qui se lacère la chair de ses propres dents (ou, à défaut de lui-même, Dieu, l'univers, la société), celui-là peut être placé plus haut au niveau moral que le satyre riant et content de lui-même.
>
> Nietzsche, *Par delà Bien et Mal*, §57.

5.1. Étymologie. Les diverses sources[49] ne s'accordent pas sur l'origine du mot "pamphlet" : de "palme-feuillet" pour désigner un "feuillet" qui tient dans la paume ("palme") de la main, attesté par le Larousse illustré, au rapprochement opéré par le Bescherelle pour qui le mot viendrait de $\pi\alpha\nu$, tout, et $\phi\lambda\varepsilon\gamma\omega$, je brûle (le pamphlet est un *brûlot*) en passant par une possible origine espagnole "papelete" ou latine "Pamphila", l'étymologie semble à première vue difficile à établir. Mais le Littré, suivi en cela par le Grand Robert, qui définissent tous deux le pamphlet comme un petit livre de peu de page, court écrit satirique qui attaque avec violence le pouvoir établi ou l'opinion prévalente, s'accordent pour faire remonter le terme anglais "pamphillet" au nom de `Pamphilus`, auteur supposé d'un poème dialogué en latin du début du $XIII^e$ siècle. Cette dérivation est confirmée par l'édition en 1917 par J. de Morawski de la version vulgaire du *Phamphilus*, intitulée *Pamphile et Galatée*.

Dès le $XVII^e$ siècle, le pamphlet désignait un texte de quelques pages seulement traitant de questions d'actualité, sur le mode de l'attaque, à la limite de l'injure et de l'invective directe, bref une sorte de tract, de feuille volante ou brochure d'une vingtaine de pages, un écrit de circonstance et d'humeur, qui traite d'une controverse éphémère et qui est destiné à être écrit, imprimé, lu, déchiré prestement puis jeté et détruit sans attendre comme on se débarrasse d'une lettre d'insultes stigmatisantes ou d'une pièce à conviction compromettante.

[49] Les informations critiques qui apparaissent ici (étymologie, typologie, thèmes discursifs, champs notionnels, *télos* global du genre, formes doxologiques, structures enthymématiques, *etc.*) sont librement empruntées à Marc ANGENOT, *La parole pamphlétaire. Contribution à la typologie des discours modernes*. Payot, Collection "Langages et sociétés", Paris, 1982. Cet ouvrage offre de très précieuses pistes d'analyse quant à la fraternité souterraine de Gillet Châtelet avec la littérature de combat. En l'absence de références littéraires explicites au genre pamphlétaire dans *Vivre et penser comme des porcs*, on peut se demander si Gilles Châtelet ne s'est pas nourri secrètement de ces blandices typiquement françaises de la subversion textuelles. En tout cas, à partir d'un plagiat butiné de manière plus ou moins chaotique, j'ai brodé quelques métaphores visant à m'éclairer sur le mystérieux combat spectral de *Vivre et penser comme des porcs*.

À partir du milieu XIX^e siècle, peu après la naissance de la grande presse quotidienne qui supplantait la circulation de toute une série de feuilles occasionnelles ("où le livre ne pénètre pas, le journal arrive. Où le journal n'arrive pas, le pamphlet circule"), l'organisation sémantique du terme se modifie de manière à recouvrir des ouvrages hétérogènes de plus d'une centaine de pages, comme *Les grands Cimetières sous la Lune* de Bernanos, et d'autres écrits polémiques, satiriques plus élaborés ou libelles[50] diffamatoires. Si le pamphlet est l'arme de la liberté d'opinion, il est aussi tenu en haute suspicion : c'est un *petit livre de sarcasmes dictés par un esprit violent et spirituel*.

5.2. Voisinages typologiques. D'autres genres s'en rapprochent ou se confondent en partie avec lui : la *polémique*, terme emprunté au grec $\pi o\lambda\varepsilon\mu\iota\kappa o\varsigma$, "relatif à la guerre". Le mot suppose en effet une conception *guerrière* de la parole qui va bien au-delà de la simple argumentation. Apparu pendant les guerres de Religion, ce terme signale la poursuite d'une bataille "avec d'autres armes", celles d'une praxis argumentative condensée qui s'oppose à la "praxis longue" de la dialectique classique. C'est de littérature de *combat* qu'il s'agit, voire de *combat* tout court, à coup de bec, à coup de plume.

Il y a aussi la *controverse*, du latin *controversia*, "tourné contre", mot qui ne se distingue guère de *polémique*. Ce peut être de la dispute sur des principes absolus, sur des dogmes théologiques. Il y a aussi le terme "brûlot" ($XVII^e$ siècle), synonyme expressif de *pamphlet*, "œuvre qui a pour objet de tout brûler", qui au sens étymologique désignait un flotteur enflammé que l'on lâchait au milieu de navires ennemis pour les incendier.

[50] Latin *libellus* (*diffamatorius*), diminutif de *liber* : comme *pamphlet*, *libelle* ne désigne pas d'abord un type discursif mais un objet matériel, un "petit livre". L'adjectif *diffamatorius* disparaissant par brachylogie, le terme vaut pour "petit livre d'injure", voire "œuvre misérablement injurieuse et ordurière" prenant le sens d'un doublet péjoratif de *pamphlet*.

Il y a aussi la *lettre d'injures personnalisées*, sorte de règlement de compte "par correspondance" truffé d'invectives que l'on irradie sans s'exposer aux risques de la confrontation directe. Elle appartient à ce genre littéraire souterrain auquel les surréalistes, notamment sous l'impulsion d'André Breton, avaient ménagé une place non négligeable.

5.3. Cruauté scripturale. En tout état de cause, le pamphlet, c'est de la polémique écrite, construite et calculée pour être particulièrement violente. Son auteur recherche à atteindre la limite de l'explosion verbale dans chaque phrase. Son seul but est de frapper l'hydre du scandale en plein cœur. C'est une bombe littéraire élaborée méticuleusement pour provoquer un attentat subversif mais salvateur qui seul pourra crever des bulles graisseuses d'hypocrisie et de mensonge malfaisants. Il s'agit de provoquer une détonation du subjectif et de la singularité dans l'universel. Seule cette violence canonnière que l'on propulse à coup de plume pourra redonner vie à quelques vérités écartelées et bafouées. Il s'agit de provoquer une blessure du monde par l'écriture et par la pensée.

Si la simple `invective`, qui cherche à atteindre l'adversaire par l'agression verbale injurieuse est fondamentalement subordonnée à la persuasion, si la simple `polémique` est contrainte d'établir des divergences en marquant un terrain dialectique où doit se déployer une argumentation rationnelle, si la simple `satire` se contente de jeter un regard amusé et cynique sur un monde de pitres où la conscience a cessé de se reconnaître, le *pamphlétaire*, lui, au contraire, *réagit convulsivement devant un faisceau d'impostures scandaleuses*. Il est quant à lui emporté par une tempête de la pensée dans laquelle l'intuition est aspirée vertigineusement vers de nouvelles *visions du monde*.

5.4. On naît pamphlétaire. Un vrai pamphlétaire naît pamphlétaire, il *est* pamphlétaire. Inutile d'insister sur le fait que son développement personnel ultérieur consistera à accentuer ce faisceau de traits tendanciels qui bouillonnent en lui. Il devra consacrer toute son énergie à canaliser de redoutables forces d'agressivité impétueuse pour les diriger vers la dénonciation cinglante des impostures. Mais quelle que soit l'impersonnalité du texte, sa visée politique ou son universalité, il y surnagera une part d'autobiographie qui s'enracine dans un destin paradoxal, les malentendus d'une vie anti-conformiste et la solitude intellectuelle de l'auteur. Ainsi donc, on naît pamphlétaire : on est fleur rare par exigence d'absolu, par exigence de révolte, par ce qu'on ne cède jamais. Polémistes, pamphlétaires, ce sont des mots. Il y a des gens qui acceptent et des gens qui n'acceptent pas (G. Bernanos).

5.5. Caractères d'ensemble. Mais ce n'est pas tout. Tel un Prométhée malheureux, le pamphlétaire résonne au moindre déchirement de la conscience. C'est surtout parce qu'il a le sentiment de tenir une évidence et de ne pouvoir la faire partager, parce qu'il a le *sentiment d'apercevoir le vrai qui est réduit au silence par une erreur dominante*, que le pamphétaire cabre sa pensée dans un style traversé par des torsions du langage. Qu'il soit animé ou par une idéologie clandestine ou par le refus d'une transcendance de pacotille, le pamphlétaire brandit sa cuirasse belliqueuse au moment où tout un système de valeurs “craque”. Il n'est donc pas étonnant que cette tactique d'état de guerre provoque l'accentuation des problèmes. Il n'est pas étonnant non plus que cette tactique débouche aussi sur une *vision crépusculaire et catastrophiste du monde*. Dans un monde hanté par le ressentiment et par la déréliction, le pamphlétaire secrète ses propres états de transe qu'il s'efforce de rendre contagieux.

Ce sentiment du scandale explique la fréquence de figures de style comme l'oxymoron, le paradoxe, l'exacerbation des oppositions, l'ironie antiphrastique, ou le paradoxisme. Ces figures ne sont pas tant un ornement qu'un arsenal d'armes centrifuges destinées à blesser l'adversaire.

Discours doxologique, le pamphlet se développe contre la $\delta o \xi \alpha$, l'opinion courante, moyenne et insidieuse. C'est d'ailleurs parce que le pamphlétaire doit puiser dans la même topique que la partie adverse pour élaborer ses réfutations et ses rétorsions qu'il fait appel à une *dialectique extrêmement tendue où les figures du renversement abondent*[51].

Le pamphlétaire, enfin, est très partial, très concerné et surtout, il est *maximaliste*. Son propos est d'anéantir tout un pan d'une idéologie consacrée. Comme à la guerre, il n'exclurait pas d'y laisser sa peau. Ne faut-il pas une psychologie de tête brûlée voire de kamikaze pour s'engager si loin dans le discours agonique ? Réaction viscérale, condamnation argumentée et états de transe s'entrelacent dans un faisceau de certitudes violentes. Il faut porter l'horripilation à son paroxysme. Si je ne parle pas, si je n'éclate pas, je vais mourir.

5.6. Absence du destinataire. Il est bien sûr évident que la question de l'allocutaire est secondaire du point de vue du pamphlétaire au travail. Au point où il en est, il peut faire fi du destinataire et de la psychologie des foules : il parle pour l'universel, pour la dignité, pour le respect de soi-même, pour les sphères de valeur absolue qui vibrent en lui, il parle peut-être bien pour ceux qui l'écouteront, ou bien il ne parle pour personne, peu importe, mais en tout cas, il abhorre la sottise, la gangue de l'apathie et l'effet d'accélération auto-persuasive de la parole grégaire.

Cela fait belle lurette qu'il a pulvérisé le souci du “qu'en dira-t-on”. Au diable la psychologie inhibée du paraître ! Sus à la coquetterie de ces psychologies frileuses pour lesquelles tout se joue sur la réputation et qui se répètent sans cesse “et si je dis cela, et si j'écris cela, que va-t-on penser de moi ? vais-je marquer des points dans le petit cercle d'intellectuels

---

[51]Marc Angenot, *opus cit.*, pp. 27–45.

qui se battent entre eux pour la gloire et pour briller dans la constellation de l'aristocratie de l'esprit ?" C'est aussi par de telles interrogations frileuses que l'on mutile le devoir d'être absolu dans la pensée.

Non, le pamphlétaire se met justement à écrire lorsqu'il est bien établi qu'il ne veut plus entendre parler du destinataire à qui il faut plaire pour être porté au pinacle. L'image fréquemment employée pour caractériser le pamphlet est bien entendu celle de la bouteille à la mer : le message n'est plus que celui d'une *vox clamans in deserto*. De toute façon, le pamphlétaire défend des valeurs trop sourdes pour qu'elles puissent circuler avec fluidité dans la foule manipulée et apathique.

Enfin, *le pamphlet est le lieu d'une parole impossible*. Sans mandat divin, étatique, politique ou moral, sans statut défini, on pourra seulement dire que ce type de discours est propulsé par un impératif de for intérieur. Par conséquent, la vérité que le pamphlétaire va défendre apparaît comme un paradoxe et *la stratégie qu'il doit employer pour la défendre est elle-même paradoxale et frustrante*.

Ah !, c'est aussi parfois une symphonie que l'on écoute médusé, et que l'on relit plusieurs fois, un an, deux ans, trois ans après que le livre est paru, et qu'on ne peut jamais s'empêcher d'interpréter comme un terrible et tragique chant du cygne. Car c'est parfois un ultime message qui annonce un geste désespéré enfoui dans l'inconscient de son auteur.

En résumé, dans le pamphlet, l'énonciateur est présent dans son énoncé, mais il est dans une position délicate. En effet, il est comme dépourvu de statut ou de mandat, ou plutôt, il est *auto-mandaté* par une conviction interne, par une nécessité très exigeante qui sourd de son for intérieur. Son discours s'appuie sur des principes assumés en droit par l'adversaire, mais trahis par lui. La parole pamphlétaire n'a d'autre légitimité que celle qu'elle tire d'une vérité absente.

5.7. Discours agoniques. Mais revenons encore un instant aux structures générales du discours pamphlétaire[52]. Signalons que polémique, satire et pamphlet s'inscrivent dans ce qu'on appelle le *mode agonique*, qui est un type de disours qui suppose un contre-discours antagoniste fortement impliqué dans la trame actuelle. Son locutaire vise alors une double stratégie : démonstration de sa thèse et réfutation de la thèse adverse, ou ridiculisation ou disqualification, ou tout à la fois.

Dans ces formes de discours, l'enchaînement des raisonnements est fortement perturbé par la présence de la parole adverse qui s'y s'entremêle. L'auteur entretient savamment et brillamment les ambiguïtés, cultive l'antiphrase et l'ironie cinglante, visant par là à pulvériser l'adversaire en jouant sur la *connivence* qui s'établit par là avec le lecteur. L'appel au comique, au burlesque, à la comédie sont encouragés. De là une présence vibrante du *pathos* dans la dialectique, d'intensités affectives, mais aussi de dérision minutieusement orchestrée, d'invective latente ou carrément explicites, de profonds éléments d'indignation, de prophéties désespérées, de dénégations, *etc.*

La présence *virtuelle* du contre-discours et la navette qui s'établit entre l'adversaire et l'auditeur ou le lecteur neutre produit dans le texte des symptômes spécifiques, figures dialogiques recensées par les rhétoriques anciennes : sermocination, concession, propoppée, communication, subjection, auxquelles on pourra ajouter les métaphores péjoratives et les métaphores-orchestres que Gilles Châtelet fomente constamment avec virtuosité.

En résumé, le mode agonique suppose un vaudeville à trois personnages : la *vérité* (censée correspondre à la sphère des valeurs authentiques), l'*énonciateur* et l'*adversaire*.

---

[52] À nouveau, je voudrais mentionner que ces résultats rigoureux sont empruntés librement à Marc ANGENOT, *La parole pamphlétaire*, Chapitre II, *passim*.

5.8. Typologie comparative. Venons-en maintenant aux différences typologiques entre la polémique, la satire et le pamphlet.

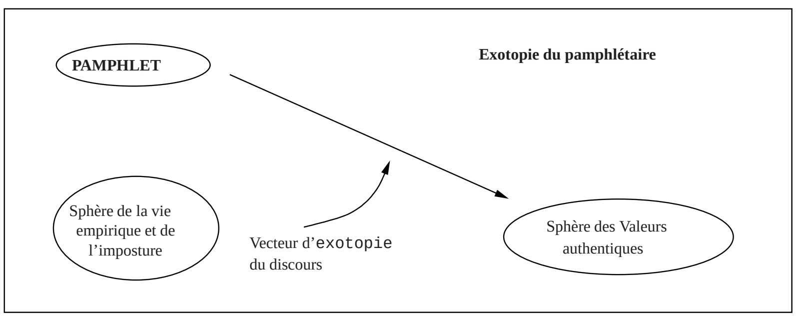
a. Le *discours polémique* suppose un milieu topique sous-jacent. L'énonciateur suppose quand même que le discours adverse – incorrect, lacunaire, mal déduit – est justiciable de prémisses communes à partir desquelles il peut être réfuté, avec des arguments rationnels.

b. Le *genre satirique* développe quant à lui une rhétorique du mépris. Il se borne à jeter un regard entomologique, apitoyé ou indigné sur un monde carnavalesque de simulacres qu'il maintient à distance et dont il dresse un tableau grotesque sous forme narrative visant à déclencher le rire. Ce monde qu'il tourne en dérision n'a pas de valeur authentique.

c. La position du pamphlétaire est beaucoup plus complexe et beaucoup plus malaisée. Il prétend affronter *seul* l'univers de l'imposture en totalité. C'est une ambition colossale : il veut s'attaquer au faux qui a pris la place du vrai en l'excluant complètement, lui et sa vérité, du monde empirique où il règne. Le pamphlétaire est transpercé par une volonté de puissance colérique. Il est porteur d'une vérité à ses yeux aveuglante, et pourtant il se trouve seul à défendre les valeurs authentiques, refoulées ou laissées en marge à cause d'un inexplicable scandale.

5.9. Vivre et penser comme des porcs. Ainsi, on pourra conclure provisoirement de cette typologie générale que *Vivre et penser comme des porcs* se situe à cheval entre la satire et le pamphlet, en demeurant toutefois plus pamphlétaire que satirique. Par cette mise en bouche, il va s'agir bien sûr de montrer que cette mise en boîte typologique en dit encore trop peu sur la portée politico-économique et sur la richesse spéculative de cette bombe terriblement compressée.

5.10. Vecteur d'exotopie du pamphlet. Terminons sur une caractérisation importante de la *dynamique* du pamphlet. On peut parler d'une *exotopie* de la parole pamphlétaire, c'est-à-dire d'une *divergence exacerbée entre l'être et le devoir-être*. Un acte de vection exotopique vise à compenser ce hiatus. Le vecteur d'isotopie, agit comme visée et tension de déplacement. S'extirper de la sphère de la vie empirique et de l'imposture, cette topique condamnable, tel est l'objectif. La dynamique de la marginalité produit un discours subversif mais non transgresssif. Le pamphlétaire est porteur non pas d'une conviction modérée, mais d'une *évidence* et l'évidence est de l'ordre du tout ou rien.



5.11. Métaphores. Dans le pamphlet, il y a une double visée stratégique : il faut occuper *deux* terrains à la fois : il faut construire sa propre citadelle et il faut aussi *battre l'adversaire sur son propre terrain*. Le tout rappelle souvent des images militaires : attaque à découvert, attaque par surprise, travail de sape, combat, fausse retraite, feu roulant, machicoulis, "cheval-de-Troie", ... Bref, le pamphlétaire part en campagne, seul, absolument seul.

D'autres métaphores commmunes peuvent servir à caractériser le pamphlet : c'est un ferment ou une soupape ; le pamphlétaire manie le bistouri, la fronde et même le vitriol. C'est un lutteur dans l'arène des textes, un soldat de la plume, cette plume qu'il manie comme un lance-flamme, comme un javelot, comme un tison ardent, comme une flèche, tout cela pour incendier, transpercer, occir l'adversaire.

5.12. Écrire pour son époque. *Vivre et penser comme des porcs* est un pamphlet global contre la niaiserie contemporaine distillée par le nouvel ordre cyber-mercantile : il n'est pas de peu d'envergure. Il est assez singulier parmi cette pléiade de livres plus ou moins déliquescents qui propagent la bonne parole du nouvel ordre mondial, ces Attalis, ces Mincs, ces Lévys, ces Touraines, ces Fukuyamas, *etc*.

Mais *Vivre et penser comme des porcs* n'est pas seulement un règlement de comptes spéculatif, comme si le bon concept partait en guerre contre les blandices du Grand Marché de l'Envie. Ce n'est pas non plus seulement le fruit maniéré et ringard d'un post-soixante-huitard libéré des crises de puberté des années soixante-dix. Ce n'est pas seulement un pamphlet contre les extrapolations de la modélisation en micro-économie. Ce n'est pas seulement une démonstration ludique de la circulation de notre ridicule. Ce n'est pas seulement une œuvre de sape orchestrée par une intention théorique. C'est surtout une admirable bombe rhétorique destinée à *exploser contre notre époque* pour pulvériser avec virtuosité tous les sous-entendus malsains, les paralogismes subtils et les excitations puériles du consensus qui circulent parmi nous avec la bénédiction du boa qui digère et des pieuvres qui se goinfrent.

Un livre a sa vérité absolue dans l'époque, écrit Jean-Paul Sartre[53]. Il est d'abord panique ou évasion ou affirmation courageuse. La vérité de ce livre – toutes les farces de la bêtise fluidifiées qui nous font rire – n'a sûrement de sens, en effet, que dans *notre* époque. Il est à lire maintenant. Il faut suivre le conseil de Sartre : On m'a souvent dit des dattes et des bananes : "Vous ne pouvez rien en dire : pour savoir ce que c'est, il faut les manger sur place, quand on vient de les cueillir." Et j'ai toujours considéré les bananes comme des fruits morts dont le goût vivant m'échappait. Les livres qui passent d'une époque à l'autre sont des fruits morts. Trois ans après sa publication, *Vivre et penser comme des porcs* n'est pas un fruit mort. Il a toujours aujourd'hui, en 2001, un goût âpre et vif.

Écrit dans l'époque et palpitant au rythme de ses contrastes et de ses absurdités, le livre semble pourtant totalement insituable par rapport aux cartographies politiques, associatives ou syndicalistes standard : le risque majeur, c'est que l'invention et le génie rhétorique qui s'y déploient, disqualifient le message du point de vue des lobbies politiques, y compris parmis les ultra-gauchistes qui ont pourtant rigolé de bon cœur. Il y a d'ailleurs toute une clique associative de professionnels et de journalistes qui sont payés à faire circuler une contre-idéologie et toutes sortes d'associations de résistance ultra-institutionnalisées. Par rapport à ces groupes, Gilles Châtelet est très singulier, il est insituable, c'est un guetteur spéculatif qui ne recherche ni le pouvoir ni l'élargissement de son audience. Il fait partie de ses gens qui sont "dans leur coin[54]." Mais j'entends déjà aussi ceux qui reprocheront à son rigoureux style symphonique d'être enchaîné dans un maniérisme inefficient sur le plan de la praxis.

---

[53]*Écrire pour son époque*, par Jean-Paul Sartre. Extrait d'un texte réédité par le journal *Le Monde*, dimanche 16 – lundi 17 avril 2000 ; texte paru dans la revue *Die Umschau* en septembre 1946. Qu'est-ce que l'époque ? Tous ces choix vivants et passionnés que nous sommes et que nous faisons perpétuellement avec ou contre autrui, toutes ces entreprises en commun où nous nous jetons, de la naissance à la mort, tous ces liens d'amour ou de haine qui nous unissent les uns aux autres et qui n'existent que dans la mesure où nous les ressentons, ces immenses combinaisons de mouvements qui s'ajoutent ou s'annulent et qui sont tous vécus, toute cette vie discordante et harmonieuse concourt à produire un nouvel absolu que je nommerai l'*époque*. [...] Elle *vit à l'aveuglette*, dans la rage, la peur, l'enthousiasme...

[54]Entretien inédit avec Gilles Châtelet, propos recueillis par Dominique Rabourdin et tournage destiné au magazine de 12 minutes *Metropolis* d'Arte, publié *in extenso* dans Travioles, art littérature philosophie, n^o 2, Hiver 1999-2000, p. 89.

5.13. Les intellectuels assagis. Au fait, quelle est la place de l'intellectuel dans tout ce tohu-bohu de confusion, dans ce capharnaüm creux qu'est notre époque ? C'est classique comme question : ceux qui se sentent le plus concernés jouent joyeusement entre eux à colin-maillard. Cela fait longtemps qu'ils se sont embarqués pour Cythère et qu'on n'entend plus parler d'eux.

On baigne aujourd'hui dans une eau tiédasse où s'épanche la mollesse d'une *middle-class* intellectuelle plus préocuppée par les jouissances qu'apporte l'entretien du petit jardin secret de sa réputation, que travaillée par le devoir de construire quelque chose de grand pour la pensée. Ces petits cercles d'élites consensuelles sont si préoccupés de huiler leurs petits réseaux d'influence et d'étendre leurs petits empires de responsabilité institutionnelle et si soucieux d'être au cœur des micro-décisions ! Vive le Capital ! D'ailleurs, cela fait belle lurette que l'on tient pour

> suspect, potentiellement dangereux ou virtuellement délirant, tout intellectuel qui prétend lier sa pensée à un projet qui viserait à changer la société[55].

Mais l'époque et la modernité actuelles n'incitent pas forcément à ce pessimisme cynique et désabusé qui s'impose aux intellectuels vulgaires qui sont impuissants face à l'appel et à l'exigence du concept. Comme le dit Gilles Châtelet à la fin de l'entretien avec Dominique Rabourdin[56] :

> Ce qui me semble daté, du coup, c'est la désespérance et la résignation. Qu'il y ait des gestes qui déclenchent une émancipation et un enthousiasme, je ne vois pas en quoi c'est daté[57].

Par nature, le pamphlet est lancé comme un pavé dans la mare de son temps. Le foisonnement du divers, la jungle économique, et ses diverses hybridations, voilà la confusion intellectuelle atroce de notre époque. D'ailleurs, avec son

[55]Dominique LECOURT, *Les piètres penseurs*, p. 12.
[57]Travioles, n^o 2, Hiver 1999-2000, p. 89.

style très raffiné, *Vivre et penser comme des porcs*, accumule des références à la culture économique, au savoir physico-mathématique, au corpus philosophique et même de manière implicite à la littérature pamphlétaire. Le tout est en rapport homologique évident avec la profusion-confusion de notre époque. Cette unification des champs pourrait passer pour de l'ultra-confusion. Mais c'est comme si Gilles Châtelet avait été assailli de toutes parts par les absurdités de cette nouvelle époque sournoisement décadente, comme s'il ne trouvait pas d'autre défense que de faire feu de tous côtés. Gilles Châtelet fait partie de ces intellectuels qui ne se sont jamais assagis. En tout cas, on peut parler platement et didactiquement du style pamphlétaire comme un naturaliste du langage, mais c'est chose bien risquée que de s'engager dans cette voie.

5.14. Un pamphlet écrit contre l'époque tout entière. En tout cas, *Vivre et penser comme des porcs* est une *épreuve* de vérité sur les discordances de la post-modernité. Ce livre enragé s'engage à corps perdu dans une description satirico-colérique de la nouvelle physique sociale du temps-marché actuel qui s'impose insidieusement comme la nouvelle norme mondiale. Ce livre est comme une grenade éclatée, particulièrement originale et cinglante, c'est le fruit vératoïde d'une époque gangrenée par les pestilences du mercantilisme et la puanteur de la compétition internationale, c'est une `orchidée rare de résistance`.

§6. Vivre et penser comme des porcs : brûlots et dispositifs de perforation

Sans doute appartient-il à cet homme, de fond en comble aux prises avec le Mal dont il connaît le visage vorace et médullaire, de transformer le fait fabuleux en fait rhétorique.

René Char, *Seuls demeurent*, Gallimard, *La pléiade*, 1983, p. 169.

6.1. Les porcs ne sont pas sympathiques. Certes ! l'odorat du porc est subtil, mais il oublie, l'animal, le cul au lisier et le groin au panier, de lever le nez au ciel. C'est donc bien gentil de trouver que la goinfrerie sucrée du cochon a de quoi amuser et séduire les nouvelles classes super-performantes et autres bourgeoisies bohêmes, avides de barbarie orgiaque et de fêtes dyonisiaques junkies, ou d'annoncer que l'on n'a rien contre le cochon, mais quand même ! Gilles Châtelet éprouve-t-il vraiment une réelle sympathie pour les cochons ? Jusqu'où joue son ironie ? Et d'ailleurs, *quid* du cochon ?

> [...] le pourceau, paraît-il est le seul animal qui jamais ne regarde le ciel. Il est, affirmait mon drogman égyptien, impossible de le maîtriser tant qu'il a le nez en terre, dans l'ordure. Il résiste à tout, se débat comme un démon, pousse des hurlements qui ameutent le village. Relevez-lui brusquement le groin, il s'arrête stupéfait, sidéré, épouvanté ou attendri à l'aspect de l'admirable voûte bleue qu'il n'avait jamais entrevue[58].

Et voici une autre histoire vraie insolite : en Corse, on se trouve souvent nez à nez avec un troupeau de cochons qui déambulent librement, obstruent la circulation, et lèchent avidement le macadam, même quand il ne pleut pas. Allez savoir pourquoi ! Heureusement qu'il y a des décharges proches dans les fossés pour se remplir vraiment l'estomac !

6.2. Titre et sous-titre : résonances fréquentatives. *Vivre et penser comme des porcs* est un livre au titre-choc[59] destiné à percuter le lectorat dans ses tripes, à l'interpeller dans sa bestialité originelle, tellement excitante et flatteuse ! Et c'est chic : depuis la parution de *Truismes*, le langage de l'animalité et de la barbarie est à la mode dans les cercles de mondains professionnels et de prédateurs de succès littéraires. En quelques secondes, la bête à fleur de peau en l'homme se cambre et ressurgit, prête à s'adonner à toutes les voluptés de la cochonnerie. Et puis, c'est tellement agréable de siroter quelques gouttes de Coca-Cola dans le TGV Marseille-Paris en reluquant la lofteuse et strip-teaseuse Loana enfin interviewée dans *Entrevue* et en se réservant pour plus tard le nouveau magazine *Têtu* qui

[58] D'un écrivain que Proust admirait beaucoup : Maurice MAETERLINCK, *L'araignée de verre*, Fasquelle, Paris, 1932, p. 207.

titre pour les bestiaux désœuvrés dans les gares : “Le goût du sexe : ouvrez le guide des autres” ! *Voilà l’appétissante promiscuité sociale que l’on déguste lorsque l’on prend régulièrement le train !*

De l’incitation à l’envie et à l’ennui dans les démocraties-marchés ! Les mécanismes de la *préconisation médiatico-publicitaire*[60] sont maintenant bien huilés, cette subtile *incitation à être* que nous serinent les nouveaux clercs médiatico-publicitaires : “voilà ce que vous pouvez faire ou être, voilà ce que vous devriez faire, qui n’est nullement obligatoire, mais qu’il serait bien d’essayer” ; “drague sur la plage : faut-il faire les premiers pas ?” ; “customisez votre couple” ; “comment garder un bon mec ?” ; “trois semaines pour retrouver un corps d’enfer” ; “dix trucs pour la faire jouir”. Nous voilà condamnés à une nouvelle manière de vivre qui implique une vacuité de *middle-class* festive et qui exacerbe l’envie par l’offre affriolante des plaisirs. Vive la putréfaction de l’esprit ! Les nouveaux maîtres et essaimeurs de jalousie et d’envie sont collectionneurs d’objets nomades produits à Hong-Kong et à Taïwan, changent de voiture tous les ans, ont une villa sur la Costa Brava, achètent par correspondance le *top-recent* du multimédia dans les supermarchés électroniques de la *Silicon Valley*, ce sont les nouveaux centurions de l’ère technico-télécommunicationnelle. Au volant de sa voiture-bille, résistant ou pas, le bétail sur roues se presse avidement vers les nouvelles basiliques des centres commerciaux périurbains, comme centaines de milliers de paroissiens-marché gogos. Je suis, tu es, il est, nous sommes, vous êtes, ils sont des millions de pucerons-consommateurs dont les chevaliers anonymes de la Surclasse économique sucent le lait avec rapacité. Et pour beaucoup de ces protozoaires sociaux, la jouissance d’acheter surpasse les plaisirs de l’amour et de la gastronomie ! Et l’ennui informe,

[59]A-t-il été choisi en collaboration avec l’éditeur à des fins commerciales ?

secrété par les élites pestilentes et activistes du multimédia-spectacle triomphe sournoisement de la pensée-patience. *Voilà la société que nous fréquentons tous et qui nous envahit en secrétant suffisamment d'apathie pour que plus de quatre-vingt dix neuf pour cent d'entre nous ne trouve rien d'anormal en cela. Et depuis la parution de* Vivre et penser comme des porcs *il y a eu telle une accélération dans le gavage de jars qu'on ne sait plus où fourrer son groin.*

6.3. La stature de l'intention politique. Pour le meilleur ou pour le pire, la visée politique de Gilles Châtelet est plus que d'envergure : changer la société ou infléchir à temps cette course de vitesse vers une nouvelle décadence irréversible. Bien sûr, ce geste politique appartient à une constellation d'entreprises de résistance active *politisées*. Il appartient apparemment au même club que toutes ces puissantes associations anti-cyber-commercialo-mondialisation : ATTAC, Confédération Paysanne, Politis, Le Monde Diplomatique, *etc.* – lesquelles attendent d'ailleurs que l'opinion révolutionnaire ne se satisfasse plus seulement de ce qu'on ait enfin ouvert des magasins *bio* en plein centre de Paris. Mais la stratégie que Gilles Châtelet a choisie est *théorique*. Son livre est un livre de pensée, c'est un livre de philosophie. Les dénonciations ne sont pas à y prendre au premier degré avec la vision parfois manichéenne de telles structures politisées, puisque Gilles Châtelet dissèque les mécanismes larvés, ausculte les *intentions sourdes* qui faseyent dans le corps social, discerne dans l'indistinct les phénomènes insaisissables de la mode, de l'excitation frissonnante et du mimétisme éphémère galvaudé par l'envie. Par certains côtés, *Vivre et penser comme des porcs* cherche aussi à dépuceler spéculativement l'alarmisme confortable dont les associations sus-mentionnées se font productrices et éditrices à leur rythme de croisière.

---

[60]*L'honnête homme est un clandestin*, par François TAILLANDIER, Le Monde du 28 Juin 2001, supplément *Savoirs d'été*, p XVI.

Gilles Châtelet a écrit un pamphlet universel contre la circulation mondiale de la crétinisation de la masse et contre l'invisibilité du complot économique distribué dans des centaines de milliers de mains dominantes organisées en réseaux économico-médiatico-maffieux. C'est aussi contre un autre ennemi invisible et colossal, *l'hydre rampante du consensus*, qu'il s'est débattu âprement. Il a cumulé et dynamisé tous les moyens rhétoriques pour dénoncer fermement l'horreur dans un style ultra-véhément. Le feu d'artifice rhétorique était nécessaire.

6.4. Le travail d'écriture pamphlétaire. Découvrons maintenant le travail d'écriture littéraire qui vise à atomiser ce nouvel ordre mondialisé de l'imposture, analysons maintenant le style symphonique et guerrier de quelques passages de *Vivre et penser comme des porcs*. Qu'il soit bien entendu que par ce travail d'analyse stylistique, nous chercherons surtout à magnifier le contenu politique de l'œuvre. La facture du texte en fait de surcroît une pièce de haute orfèvrerie, immédiatement reconnaissable à l'œil du spécialiste, disons de celui qui a développé le raffinement du goût littéraire, guidé non pas par le seul souci de lire les livres contemporains qui sortent en librairie, mais par la fréquentation régulière de la haute poésie et de la littérature immortelle. Le pamphlet *Vivre et penser comme des porcs* ne tombe que partiellement sous la typologie générale du pamphlet (*voir* §5 ci-dessus). D'autres dimensions plus profondes le traversent. Dans l'esprit universel de Gilles Châtelet se sont téléscopés des intuitions de mathématicien, le goût du physicien pour les expériences de pensée éclairantes, le culte de l'impulsion dialogique, la spontanéité rhétorique de l'écrivain et le savoir-penser d'un philosophe authentique. Cette immense culture a pu propulser l'intention pamphlétaire bien au-delà de la simple exotopie axiologique. Certains lecteurs avouent être déconcertés par cette profusion de densités. Le livre est sûrement inclassable.

6.5. Lire pour deviner le monde. L'art de ciseler la phrase et de façonner le contenu échappent au commentaire, c'est un mystère qui dure. On n'accède jamais à l'épaisseur de la personnalité qui écrit ni au geste qui sculpte. Lire n'est jamais produire, percevoir n'est jamais créer. Mais le génie est parmi nous, avec ses œuvres de pensée qui brillent. C'est bien parce que les secrets de penseur et d'écrivain ne se transmettent pas facilement d'un esprit à un autre par la simple lecture que le commentaire est une pratique nécessaire. Aussi, les analyses qui vont suivre ne sont que quelques modestes pistes d'accès dans les cathédrales stylistiques miniaturisées de Gilles Châtelet. Lire un livre, on le sait bien, c'est le récrire[61]. Plus humblement pour nous, ce sera tenter de participer à son geste intellectuel inaugural.

6.6. Satires filigranées ou cinglantes. Dans *Vivre et penser comme des porcs*, la satire est constante, finement démultipliée par une cuisine savoureuse des ambiguïtés. L'ironie se manifeste fréquemment par des alliances de mots associées à des métaphores filées détonantes. Elles sont unifiées notamment par l'appartenance à un même champ lexical : par exemple celui du théâtre (signalons que l'on trouve une référénce récurrente à la dramaturgie chez Gilles Châtelet) dans le passage suivant :

> [...] les farces mathématiques et les vaudevilles cybernétiques [...] mettant en scène des subjectivités mutilées de “joueurs” farcis de roublardise et de bon sens, et censées introduire l'homme moyen aux bonnes manières : celles de l'*envie* et du *contrat*[62]. [p. 60]

Ici, le jeu de mot (farces-farcis) vient renforcer la mise en relief de la superficialité de la théorie économique des jeux, le tout se terminant par une antiphrase sur les *bonnes* manières que le jeu souhaite imposer aux citoyens-thermostats.

[61]Jean-Paul SARTRE, *Écrire pour son époque*, *op. cit.*
[62]Nous nous référons pour les citations à la première édition, Paris, Exils, 1998, 148 pp.

Mais de fait, cet humour est très noir, il est immédiatement annulé par le vertige que l'on éprouve en prenant conscience que cet ordre est cyniquement dépeint et imposé sournoisement par des comportements ludiques, par ces "*innocents*" jeux de société. La finale cruelle du mouvement châtie toute hilarité folklorique.

Tirons un deuxième exemple du chapitre 7. Par glissement sémantique acerbe, Gilles Châtelet s'en prend au *Robinson à roulettes*, cet homme qui est le fruit d'une société entièrement tournée vers la bagnole, à ce qu'il faudrait appeler le "*pétro-nomadisme*" qui tourne souvent, ajoute-t-il, au "*pétainisme à roulettes*". La vision utopique d'automobilistes occidentaux hyper-fluides circulant dans des tunnels transcontinentaux libres de tout embouteillage (la fameuse *social-fiction* du révérend Moon ; d'autres ont imaginé des autoroutes suspendues dans l'atmosphère ou un Japon à sept étages, projets irréalisables sauf à une échelle financière astronomique et qui témoignent de toute façon d'une très grande naïveté quant à la nécessaire gestion des pestilences et des viscosités socio-économiques), cette architecture à la Piranèse est chassée par une expérience de pensée évidente, par une vision plate et laide, qu'inspire la connaissance concrète du boulevard périphérique parisien :

> On pourrait craindre le pire : imaginez nos millions de petits rhinocéros coincés dans un des grands boyaux de M. Moon ! Ils beuglent fort leur "liberté" et, de près, ont l'air un peu hargneux dans leurs carosseries, mais vus du sommet du "grand alambic", forment une masse fluide parfaitement docile, qui ne demande qu'une chose : *rouler sans problème*. [p. 78]

Le lexique de l'animalité (référence évidente à Ionesco) et l'accumulation de métaphores dégradantes accentuent la causticité satirique. L'autoroute fantastique souterraine et ne polluant pas se transfigure. Elle devient un boyau pollué qu'engorgent des millions de citoyens liquéfiés, ramollis, empâtés, à qui il ne reste plus que le plaisir de ne pas ralentir au volant de leur petit bolide. Et quelle ironie satirique dans la structure de la deuxième phrase : de près seulement, ces rhinocéros (l'image est très péjorative) qui klaxonnnent comme des bœufs, sont un peu rugueux certes, prennent des colères ridicules et parlent comme des charretiers, mais ces viscosités-là, ce frottement social dans les métros, cette promiscuité du pétro-nomadisme, tout cela ne les concerne qu'eux ; ils peuvent bien en souffrir, cela ne concernera jamais la Main invisible et le Grand Alambic distillant l'ennui qui les contempleront toujours comme une masse fluide parfaitement docile et bien dominée, comme une pâte à vomir dans les tuyaux.

6.7. L'ironie colérique ou l'intransigeance austère du pamphlétaire. Avec ce type de descriptions théatrales qui abondent dans *Vivre et penser comme des porcs*, on est très loin de la critique politique professionnalisée des journaux satiriques. Ces derniers finissent fatalement par s'installer dans une rhétorique inefficiente et limitée qui tourne parfois à l'art d'attiser le feu juste pour faire croire qu'une action peut être provoquée par l'acharnement des médias à faire éclater la vérité. Et puis, à force d'éditer par exemple toutes les semaines huit pages satiriques à la structure invariable, on se limite vite à n'être que la mouche du coche de la République, insecte impertinent qui parfois, reconnaissons-le, parvient à la faire éternuer. Il faut duper l'opinion en lui faisant miroiter des *affaires* de corruption, de vente d'armes en Angola, de Frégates à Taïwan et autres. Rares sont les politiques ou hommes célèbres qui sont sévèrement punis. Fréquents sont ceux à qui l'on pardonne à moitié : soyons humains entre membres élus de la Surclasse. Il y a une culture intensive de l'art du non-lieu dans une société où l'on s'amuse à faire circuler des calomnies véridiques sur des ennemis dont on souhaite orchestrer la disgrâce par la loi du marché de l'opinion. Par conséquent, puisque ce sont la sournoiserie et la délation qui mobilisent le satirique, on comprend que la classe dominante entretienne tant de structures de sauvegarde de son corps social coopté. On comprend aussi que le journalisme satirique professionnalisé maintienne une subtile censure hygiénique qui passe très inaperçue.

La parole pamphlétaire de Gilles Châtelet est à mille lieues de telles satires professionnelles et consensuelles. En vérité, il est difficile de discerner, de découvrir par soi-même le lieu d'où il parle, de mesurer le magnétisme de ses gerbes explosives. En tout cas, la satire est cruelle, elle profile des visions implacables et nullement répétitives. C'est de dérives inexorables qu'il est le plus difficile de prendre conscience. Aussi, la parole, comme le style, manifeste de l'inflexibilité. La pensée se fait acharnée dans la dénonciation de l'absurde. Ce qui est crucial ici, c'est l'engagement absolu dans la guerre politique et rhétorique. En témoigne ce passage anti-automobile très appuyé qui s'entame dans la fureur et fait usage – chose rare dans l'ouvrage – d'un terme grossier :

> Qu'importe si la bagnole *tue, pollue et rend souvent parfaitement con*, sa prolifération détruit tout *espace urbain* digne de ce nom, puisque l'enjeu est d'assurer la domestication de gigantesques masses humaines [...]. [p. 79]

6.8. Renversements sophistiques, circulation de paralogismes socio-économiques et accumulation de raccourcis fallacieux. *Vivre et penser comme des porcs* abonde giboyeusement en figures de l'interversion. Intéressons-nous au chapitre 7. Tout l'enjeu y est d'exhiber, cartes sur tables, le consensus post-industriel qui produit cette série d'équations captieuses qui fait admettre n'importe quoi sur la divinité de la bagnole : *démocratie* = *pétrole* = *circulation* = *automobile*. Gilles Châtelet ne conduisait pas, mais dans notre société, l'expérience du pétro-nomadisme est tellement universelle – on pense à la submersion publicitaire sans quoi le “plaisir” de racheter un nouveau “4×4 de ville” tous les deux ans n'aurait aucune chance d'exciter les surclasses aisées –, que l'on peut très bien voir de quoi il s’agit en traversant les rues et en regardant la télévision – pas besoin d’être pris en sandwich tous les ans dans le chassé-croisé entre les juillettistes et les aoûtiens !

> Tu bouges ou tu crèves ! Les plus audacieux des socio-politistes ont même osé comparer le Grand Alambic de la société tertiaire de services à une immense autoroute. Mais c’est surtout l’inverse qui est vrai : pas d’autoroute, pas de Grand Alambic ! [p. 77]

Deux formules brusques et courtes qui sont en relation d’homologie encadrent ce passage. Ici, Gilles Châtelet semble renverser facilement et gratuitement la relation de dépendance entre une démocratie-marché et les nébuleuses d’*hommes moyens* au volant de leur voiture, mais il n’en est rien : l’autoroute et sa symbolique de circulation sont indispensables au bon fonctionnement de la thermocratie. Tout le chapitre 7 va d’ailleurs broder autour de ce renversement en accentuant progressivement l’effet d’absurde. Une nouvelle formule fait écho au paragraphe d’ouverture :

> Pas de bagnoles, pas de démocratie-marché ! [p. 79]

La manipulation passe d’abord par le martèlement. Donc Gilles Châtelet martèle pour parodier. C’est alors une véritable accélération des paralogismes qui nous est livrée lorsqu’apparaissent des citations du socio-politiste Paul Yonnet. Et tout s’éclaire d’un seul coup : ce n’est pas Gilles Châtelet qui caricature le nouvel ordre turbo-mercantile, c’est toute une “littérature” capable de fabriquer une panoplie de “mentalités autoroutes”. La lubrification doxique est nécessaire. C’est même un art du sophisme particulièrement indécent qui abuse de l’adverbial “bref”, ce mot de liaison sophistique omnipotent :

> Dès que l’on ouvre le ventre des critiques de l’automobile, on découvre – au nom de l’Être suprême – une mise en cause de l’*autonomobilité*, une apologie des *contraintes collectives*, bref une *attaque frontale* (et pas si implicite que cela) *contre la démocratie*[63]. [p. 80]

Les raccourcis toxiques sont une arme à double tranchant ! Ce talentueux chien de garde de l'ordre cyber-mercantile persiste et signe. Répéter un même argument fallacieux bien enregistré par le lecteur a plus d'impact que n'importe quoi d'autre :

> Une société obligeant les voitures à ne pas dépasser les 20 km/h, comme en rêve Ivan Illich, supprimerait à peu près sûrement les risques de mort. *Mais elle ne serait plus à coup sûr une démocratie*[64]. [p. 81]

Et l'on peut poursuivre joyeusement les extrapolations en enfilade sur le même sacro-saint principe de la démocratie-marché :

> [...] toute atteinte [aux décisions individuelles] étant comprise comme l'indice possible d'autres atteintes, *le signe possiblement avant-coureur d'un enchaînement antidémocratique à l'échelle de la société tout entière*[65]. [p. 81]

Le lecteur est littéralement assomé de conviction par tant de vigueur démonstrative. Les sophismes affectionnent l'invincibilité et savent se donner des airs d'auto-persuasion à répétition !

6.9. Cet homme de fond en comble aux prises avec l'horreur économique dont il n'accepte pas l'absurdité. Transversalement dans son pamphlet, Gilles Châtelet s'enrage contre toute une littérature économique ultra-cynique, dont les ancêtres sont Hobbes, Machiavel, Quételet, Pareto, Maurras et d'autres, contre ces "auteurs" contemporains en vogue et qui font quelques clapotis sur la Vague du Grand Marché – dans le désordre : Rorty, Sorman, Hayek, Buchanan, Tullock, Macpherson, Minc, Touraine, Attali, Yonnet, Vatin, Wittfogel, Walras, Polanyi, Lyotard, Guerrien, Sassen, Becker, *etc.* Le pamphlet circule dans cette "littérature" dont quelques bribes

---

[63] Cité et souligné par Gilles CHÂTELET : Paul YONNET, *Jeux, Modes et Masses*, Gallimard, 1985, p. 279.

[64] Paul YONNET, *ibidem*

[65] Paul YONNET, *ibidem*

sont citées. Le reste est affaire de reconstitution minutieuse, de sculpture intentionnelle, d'induction vibratoire. Cette indignation pamphlétaire en érection confère au livre une saveur mystérieuse, insaisissable, pour qui ne fréquente pas cette "littérature" économique. Le livre est finement construit sur des bases critiques qui entrelacent l'expérience individuelle et la fréquentation de la propagande "intellectuelle". Le Mal est radical.

La pratique de la mise en exergue dans les débuts de chapitre offre de précieux témoignages quant à la circulation de raccourcis sophistiques. Ces longues citations avec auteur que l'on découvre dans le corps du texte sont aussi très intentionnellement choisies pour leur caractère captieux et passe-partout dans l'opinion. On remarquera que Gilles Châtelet éprouve de l'attirance pour les passages qui dégagent violence auto-persuasive et syntaxe explosive. Ce sont les passages de type "Eurêka" économique qui attirent son attention. Ce sont aussi des raccourcis dangereux qui bafouent toute la rigueur de pensée mais qui plaisent suffisamment à l'homme moyen qui cherche à éclairer son opinion spontanée par le recours à l'autorité des oracles du nouvel ordre cyber-mercantile. En tant que mathématicien, Gilles Châtelet éprouve une exaspération infinie pour ces raisonnements fallacieux. Il enrage contre la circulation benoîte de la niaiserie. Ce qui est encore plus exaspérant, c'est de voir les nouveaux pseudo-intellectuels médiatiques accélérer les erreurs et distiller gaiement tous l'alchimie subtile de la décadence spirituelle.

6.10. Concepts mathématico-physiques en filigrane. L'ironie générale souligne parfois les paradoxes du nouvel ordre économique, en se projetant dans le prétendu rationalisme inhérent à l'analyse mathématique des "grands équilibres" :

> Un *point* fixe peut émerger du Chaos des volontés des Robinsons, à condition, bien sûr, qu'elles ne débordent pas les *férocités rationnelles* admises pour l'"homme moyen". [p. 60]

Férocités rationnelles, l’oxymore est percutant : cet instinct de fauve par lequel on s’entre-dévore joyeusement cède aux rééquilibrages miraculeux de la moyennisation. Les excentricités sont permises, car savamment jugulées par la domination des différentielles et du principe des optimas sociaux. Le marché libre saisit enfin à la gorge l’anarchisme romantique pour le noyer dans sa Mer des Sargasses économique.

En fait, pour Gilles Châtelet, il y a ici un deuxième niveau d’ironie plus aigu, plus cinglant, et plus douloureux. Pour le mathématicien-philosophe qui a été le penseur des *points de charnière et de pivotement*, penseur de l’ambiguïté créatrice de concepts, penseur qui a débusqué ce qui jaillit ensemble dans un roulement sans glissement, toute cette pseudo-science dégradée des maxima et des minima nous fait prendre des vessies pour des lanternes ! Et – comble de l’horreur spéculative ! – elle nous propose une représentation absolument naïve et trompeuse de ce qui se joue au centre des points fixes : l’articulation, multiplicateur de virtualités. Et le voilà ainsi qui se récrie comme pour brandir sa connaissance philosophique à l’encontre des recettes toutes faites de la microéconomie :

> Comprendre un levier ou une balance, ce n’est pas se laisser piéger par l’opposition des forces mais *saisir le point de pivotement qui organise l’espace* où elles peuvent virtuellement travailler. [p. 60]

6.11. L’humour et la dérision cumulative. L’humour soustend l’accumulation jubilatoire des néologismes scientificotechnique, voire de type technocrate branché maladroit, mais l’avalanche de termes aux hybridations impromptues accentue l’effet d’absurde :

> Pourquoi ne pas rendre encore plus acérée l’offensive de la *thermocratie* en inventant une *microphysique de l’obéissance*, une *neurocratie* qui permettrait de frôler le zéro absolu du politique et ferait passer d’une *paix thermocivile* à une *paix cyber-civile* [p. 66]

On joue encore ici sur l'existence de termes collatéraux (microéconomie, paix armée, neurophysiologie et la riche famille des -*craties*) qu'il s'agit de ridiculiser par des hybridations inhabituelles et de plus en plus loufoques, quoique le contenu de réalité qui se profile soit réellement alarmant. Encore une fois, le rire est bien jaune et l'humour est bien noir. Quel sado-masochisme lexical !

6.12. Couplages notionnels. Un concept ne va jamais seul[66]. L'ordonnance interne des familles de concepts obéit à des graphes virtuels dans l'univers de la langue, et ces graphes sont de nature quasi-géométrique : on y trouve échelles, spectres, figures bipolaires, accolades, arbres, étoiles, rosaces, *etc.*, le tout formant ce qu'on pourrait appeler la "*toile d'araignée des concepts*". Dans ce tissu global, on peut au moins voir se dessiner un *mode d'organisation des concepts par associations gémellaires*, qui paraît bien être une forme originelle et permanente de la pensée. On peut y voir une forme *a priori* de notre esprit, une manière d'être qui lui est congénitale.

Le pamphlet est un genre quasiment manichéen : il y a dans le monde une imposture travestie en authenticité, le scandale pullule dans la confusion des valeurs. De là la propension du pamplétaire à fomenter des couplages notionnels hybrides manifestant subtilement les paradoxes axiologiques auxquels conduit la confusion des "vraies" valeurs.

On trouve par exemple des amalgames volontaires qui aboutissent à des oxymora idéologiques comme par exemple l'*anarchie rationnelle* qui répond à la *férocité rationnelle* :

> la férocité rationnelle des Robinsons panélistes ouvait enfin céder la place à une captivante "*anarchie rationnelle*". [p. 67]

Les couplages notionnels sont très fréquents dans le pamphlet de Gilles Châtelet. Comme des superballes, ils rebondissent lestement au-dessus d'eux-mêmes. Ce sont des fugues

[66] *Cf.* Marc ANGENOT, *La parole pamphlétaire*, Chapitre IV.

qui interprètent autant de contrepoints magnétisant tout le texte. Ce sont des structures ouvertes comme les branches d'une hyperbole.

Par exemple, dans le chapitre 6 consacré à la fluidification de l'économie mondiale, la *démocratie-marché* se transforme à juste titre en *démocratie hydraulique*, image qui se métamorphose encore par référence aux *despotismes hydrauliques* de Karl Wittfogel.

Les effets de glissements notionnels s'accompagnent de la démultiplication des greffons lexicaux locaux, conduisant à des expressions telles que l'*Ordre cyber-mercantile contemporain*, le *droit de cuissage moderne*, ou encore les *gogos-nomadables symétrisables à merci*.

Mentionnons aussi un couplage philosophique particulièrement cinglant :

> Bref, lui faire miroiter *une immanence de pacotille – celle de l'"homme moyen" – pour mieux asseoir la transcendance de l'équilibre*. [p. 64]

C'est encore un procédé-symptôme de la parole pamphlétaire : l'imposture est scandaleusement mêlée à l'authenticité, le mensonge entrelacé au vrai. Quelle pollution mentale ! Chez Gilles Châtelet, le discours entretient les ambiguïtés. Sans prévenir, la parole passe de la critique directe au discours prêté à l'adversaire. La dissociation des registres demande donc un effort constant au lecteur.

6.13. Allitérations. Dans le paragraphe suivant, où se conjuguent l'interrogation oratoire et l'anaphore sophistiquée, on est charmé par la mélodie allitérative des consonnes fricatives [ch], [f], [s] et [v] qui renforcent l'ambiguïté et suscitent les connotations du plaisir. On dirait presque que Gilles Châtelet a eu un passé de publiciste professionnel sur France 2, mais en vérité, il démonte avec génie les pièges musicaux des messages publicitaires. N'oublions pas qu'ils infestent toutes les sphères de la vie privée jusqu'à nos plus profonds comportements d'ânes de Buridan consommateurs ! C'est là toute l'idéologie silencieuse que nous serine le nouveau capitalisme d'hypermarchés. Susciter l'enthousiasme du "gogo", voilà le nouveau vice invisible qui circule dans l'impudeur publicitaire. Les intuitions de Gilles Châtelet s'exacerbaient par une sensibilité forte à l'exhibitionnisme bienveillant des voluptés.

> Les points d'équilibre sont une sinécure pour le Robinson consommateur : il peut y savourer toute la volupté du choix, sans subir les évidentes pressions du "trop" et du "pas assez". Qui ne saurait envier à l'"homme moyen" – "que nous sommes vous et moi", dirait l'empiriste mercantile – ce statut d'âne de Buridan euphorique *dont la seule contrainte est de choisir le choix*. Qui n'aimerait pas, ne fût-ce que pour quelques secondes, jouer à choisir, goûter à ces frissons de la mise en balance, aux délices de ces dispositifs qui vous hissent et vous font flotter hors des rapports de force et des affrontements ? Qui ne serait pas friand de ces flottements hors de la gravité ? [p. 58]

Quel travail de coquetterie littéraire ! Celle-ci n'est pas gratuite : elle est suscitement ironique d'intuitions nouvelles quant au cocon des caprices indécis de la consommation !

6.14. La parodie, l'injonction et l'art de la chute. Dans le début du chapitre 6, Gilles Châtelet parodie sans l'annoncer quelques "prophéties visionnaires" de Jacques Attali (*Lignes d'horizon*, Paris, Fayard, 1990, *passim*) et sa sympathie bonhomme pour ces "jeunes nomades vêtus de jeans, chaussés de baskets, un baladeur aux oreille, libres dans leur tête", que l'on voit maintenant déambuler, portable à la ceinture, sur une planche à roulette, sur une trottinette ou sur des rollers. Ceux de Jacques Attali (1990) ont sûrement déjà engraissé les contingents de la Surclasse bohême à qui l'industrie automobile fait les yeux doux. En tout cas, Gilles Châtelet imite et s'amuse :

> Jeunes nomades, nous vous aimons ! Soyez encore plus modernes, plus mobiles, plus fluides, si vous ne voulez pas finir comme vos ancêtres dans les champs de boue de Verdun. Le Grand Marché est votre conseil de révision ! Soyez légers, anonymes et précaires comme des gouttes d'eau ou des bulles de savon : c'est l'égalité vraie, celle du Grand Casino de la vie ! Si vous n'êtes pas fluides, vous deviendrez très vite des ringards. Vous ne serez pas admis dans la Grande Surboum mondiale du Grand Marché... Soyez absolument modernes – comme Rimbaud – soyez nomades et fluides ou crevez comme des ringards visqueux ! [p. 71]

Le discours injonctif au mode impératif qui s'ouvre par une apostrophe se structure ensuite sur un mouvement anaphorique marquant trois temps forts : Soyez encore plus modernes, Soyez légers, Soyez absolument modernes ! Le tout préparant l'horrible chute : le sort impitoyable réservé à ceux qui ne seront pas aptes : crevez comme des ringards visqueux. Refusez ce mode de vie, ou vous serez aussi inexistants que les jeunes martyrs de la Grande Guerre ! Cette fin brutale montre combien la déclaration est lourde de menaces ! D'un seul coup, la tonalité précédente est perçue comme tragique : sont mis en exergue le cynisme et l'hypocrisie de la déclaration initiale : “[...] Nous vous aimons !”, émanant de ce penseur paternaliste, pilier de cabinets ministériels qui veut flatter les instincts ludiques d'une jeunesse jugée disponible, malléable et ivre de fluidité. Entretenir subtilement l'illusion de liberté qui permet de mieux assouvir l'instinct de dominer les masses, voilà les coulisses !

On observe aussi un parallélisme dans la figuration paradoxalement allégorique du Grand Marché qui devient le Grand Casino de la vie, le tout agrémenté d'un effet hyperbolique qui s'achève encore sur une éclosion comique : Grande Surboum mondiale du Grand Marché.

6.15. Résumés de parcours et thèses sobrement présentées. De rares passages sont consacrés à une démonstration ou à un résumé de la situation *au premier degré de la critique*, sans surcharge ironique.

> Le Dieu caché, comme générateur de symétrie visant à pulvériser et à réguler est désormais un diptyque : il possède désormais un volet politique, l'*envie* – qui secrète la Boîte noire –, réplique du volet économique, le *besoin* – qui secrète le Point fixe. [p. 64]

Voici un autre passage qui est consacré, sans aucune antiphrase, avec une certaine solennité propre à l'écriture classique, à la défense convaincue de l'excellence intellectuelle.

> Une connaissance même sommaire de pays comme l'Allemagne, l'Angleterre ou la France montre pourtant que les périodes les plus brillantes de leur histoire ont toujours résulté d'une capacité à aménager des espaces à l'abri des pressions de la demande sociale immédiate, des hiérarchies en place, et donc aptes à accueillir de nouveaux talents sans distinction de classe, bref à abriter une aristocratie culturelle qui ne soit pas cooptée par la naissance ou l'argent. [p. 16]

6.16. De l'art de choisir la citation comme arc-boutant argumentatif. Chez Gilles Châtelet, il y a toujours un très grand raffinement dans le choix de la citation. On songera à la longue citation d'un tout petit texte d'André Weil (un des créateurs du groupe Bourbaki qui n'était pas du tout versé dans le lyrisme de l'intuition), *De la métaphysique aux mathématiques*, au début des *Enjeux du mobile*, André Weil qui évoque les obscures analogies, ces troubles reflets d'une théorie à une autre, ces furtives caresses, ces brouilleries inexplicables.

Deuxième exemple : dans *Vivre et penser comme des porcs*, Gilles Châtelet cite très longuement un texte du sociogéographe Jacques Lévy, qu'il présente comme ce qui est devenu un manifeste des Néos-Bécassines et des Néos-Gédéons du monde tout entier [pp. 94–96], en s'excusant habilement d'ennuyer le lecteur qui est au contraire ravi de découvrir ce morceau d'anthologie.

Troisième exemple, le texte suivant, tiré du Chapitre 6. Après avoir exacerbé le paradoxe de l'*horizon de la fluidité absolue* et avoir ironisé (Être un *aristocrate du volatil* !) Gilles Châtelet prend appui sur une construction orchestrée par un crescendo pour convaincre puissamment le lecteur et rappeler qu'il y a des chaînes industrielles et économiques sordides qui produisent du virtuel pur. L'effet caténaire est renforcé par la chute : l'image finale du coolie se profile dans la personne du matelot famélique, qui est la seule et la dernière trace d'humanité de cette liste, mais dans ce qu'elle a de plus dégradé.

> Derrière la machine, l'entretien de la machine. Derrière les cuves, le nettoyage des cuves. Derrière l'unité de contrôle du cracking, tout le site pétrochimique avec son pullulement de travaux fractionnés, de régie, d'intérim, et les hommes qui font l'emballage, la manutention, le transport, l'entretien, les grosses réparations, les tranchées et le grattage des tuyaux. Derrière la grande entreprise, le tissu des petites. Derrière les droits syndicaux concédés et le labyrinthe des commissions paritaires, l'armée des sans-droits, et la matraque, la milice privée, le tueur. Derrière la façade de Shell, les bidonvilles flottants immatriculés au Liberia et leurs matelots faméliques embarqués à Hongkong ou à Singapour. [pp. 74–75]

Rien à redire : le concret percute. Ce pourrait être du Gilles Châtelet. Ou alors il a imité cette manière de finir ses phrases par une remarque concrète écœurante. En tout cas, il a l'art de mettre le grappin sur des passages fracassants et d'en tirer du jus. A-t-il pratiqué le pastiche en guise d'exercice ?

Dans ce passage, il est évident que l'écriture entrelace de multiples procédés rhétoriques qui ont dû plaire à Gilles Châtelet. Deux procédés s'allient : l'anaphore et la question oratoire, le tout souvent renforcé par des effets d'accumulation où pullule la litanie de listes organisées ou hétéroclites, inattendues, achevés par des éléments qui font rire par excès de concrétude, qui sont aussi des effets de chute particulièrement cyniques et cruels. “Le grattage des tuyaux”, franchement, c'est du Gilles Châtelet.

Inspiré par toute la littérature quasi-délirante des vestales du nouvel ordre cyber-mercantile, Gilles Châtelet s'est laissé séduire par ces tables gigognes de métaphores et d'alliances de mot. C'est un strip-tease social stigmatisant l'indécence de la *démocratie-marché* hydraulique.

6.17. Hommes moyens et citoyen-panélistes. Le panel, c'est l'échantillon permanent de personnes que l'on interroge sur différents sujets pour engrosser les journaux de sondages : on parle de panel de consommateurs, de téléspactateurs, d'entreprises, de détaillants.

L'inventivité linguistique dans la description de l'"homme moyen" comme déchéance statistique dérive rapidement vers la mise en capsule de l'immonde, du dégoûtant, de l'écœurant. Ces hommes qui forment un audimat servile et provincial sont réunis en agrégats peu ragoûtants. Gilles Châtelet accentue les connotations de répugnance et d'abjection.

> Ce terminus de l'Histoire ne serait-il, après tout, que la découverte d'une forme optimale de termitière, ou plutôt de *yaourtière à classe moyenne* – dont Singapour serait le sinistre modèle – gérant les fermentations mentales et affectives minimales de protozoaires sociaux. [pp. 18–19]

6.18. Lexique de la dégradation : l'informe, l'amputation et la putréfaction. L'objectif d'amputation et de malaxage des démocraties-marchés appelle un lexique de la dégradation qui est d'abord celui du corps. Le thème de la dégradation sous le signe de l'informe se déploie dans une métonymie récurrente de la *chair* qui se transforme au fil du texte grâce à la variation des déterminations. Gilles Châtelet part de la métonymie classique et terrible assimilant les troupes militaires exposées à être tuées à de la "chair à canon". On pense à

[66] *Les enjeux du mobile*, pp. 74–75.

l'absorption des corps qui opposent une résistance très sacrificielle à la progression des batteries de chars, on pense à Stalingrad, à la place Tian An Men. L'effet procuré par cette transformation fait apparaître le "million d'hommes" non comme un grand ensemble structuré par l'individuation mais comme une masse indifférenciée. On glisse alors dans les déterminations abstraites, de la chair à canon à la chair à consensus, à la chair à contrat, à la chair à ratifier ; de la chair à bon choix à la chair à équilibres politico-économiques. Ces glissements sémantiques (de la page 15 à la page 68) stigmatisent la puissance du Grand Marché. Le million d'hommes devenu "pâte à informer" est une masse informe, assujettie aux stratégies hypocrites du techno-populisme, elle est crétinisée par les démocraties-marchés. Ce n'est plus le corps qui est réduit en bouillie, mais l'esprit. Le malaxage est mis en exergue par la métonymie "pâte à informer", variante éloquente de "chair à informer".

- Être passé de la chair à canon à la chair à consensus et à la pâte à informer est certes un "progrès". Mais ces chairs se gâtent vite : la matière première consensuelle est essentiellement putrescible [...] [p. 17]
- [...] utiliser les matières premières fournies par les foules impulsives et mobiles pour manufacturer de la *chair à équilibres* politico-économiques [...] [p. 68]

La puissance de frappe des démocraties-marchés est présente dans tout un lexique évoquant brutalement les effets de l'agression. Au malaxage se substitue la vision du tranchant, de l'amputation. C'est une accumulation de participes passés passifs qui achèvent de restituer l'agressivité de la domination dissimulée. Il est question des subjectivités mutilées [p. 60], de psychologies mutilées de cyber-zombie pour la Surclasse [p. 128], de volontés atrophiées et parquées [p. 62], de centaines de millions de destins qui peuvent être broyés avec le minimum de bruit. Le lexique de l'amputation concerne également les rebelles à la mise en place sournoise de l'ère Mitterand. La castration se dit sans déguisement : *émasculer* une tradition de gauche combative pour installer les niaiseries des démocrates modernistes [p. 27]. Résumons ces données.

- [...] des subjectivités mutilées[...] [p. 60]

- [...] volontés atrophiées et parquées [...] [p. 62]

- [...] des centaines de milliers de destins peuvent être broyés avec le minimum de bruit [...] [p. 65]

- [...] le malaxage en peuples-marchés et cyber-bétails reversibles n'a pas encore triomphé [...] [p. 107]

La vision de la dégradation sous-tend aussi tout un lexique composite évoquant des symptômes de dysfonctionnement, de dérèglement cérébral, et des processus sournois de dissémination du mal engendrés par la puissance du marché. Les agrégats sont dociles, démontables et nomadables à merci [p. 62]. Les jeunes cavaliers chargés d'objets nomades sont boulimiques, constipés, stressés, abrutis, branchés sur d'incroyables thermostats [p. 104]. Le principe de fluidité va s'immiscer partout, doué semble-t-il d'une faculté de prolifération et de mutation aussi redoutable que celle d'un virus [p. 73]. Le mode de propagation est dépeint par la métaphore filée comme un processus d'ordre biologique. L'économique est perçu comme un prodigieux opérateur de régulation et d'anésthésie sociales [p. 62].

Omniprésent dans le texte, le lexique de la corruption vilipendie la circulation intestine de la décomposition mentale.

> • Un Chaos d'eaux dormantes primordiales, mélange équivoque de Ciel et de Terre en état de *putréfaction ontologique* [...] et qui resterait captif de cet état si un autre Dieu ne se décidait pas à les réparer. p. 34.
>
> • Aux immondes auto-régulations des cloaques de l'envie, à ses ingrédients sociaux hautement putrescibles mais maladifs et globalement invertébrés, Hearst opposait toute la santé et toute la pugnacité de la haine [...] p. 85.
>
> • [...] dans tout ce qui se trame dans les cuves, avec leurs fermentations et leurs macérations, certes un peu répugnantes pour le profane, mais généreuses en grands crus, en fromages de renom [...] [p. 73].
>
> • avoir su tirer profit d'une certaine *putréfaction* des idées libertaires [...] [p. 106]

C'est aussi un jeu de métamorphoses de la putréfaction placé en decrescendo dégradant coiffé par une métaphore osée et délétère : la scatologie des cerveaux.

> On a presque réussi à transformer un grand peuple en audimat servile et provincial et une partie de son élite intellectuelle en populace *compradore*, en quarteron de commis éditorialistes des formidables cabinets d'aisance mentale que sont les démocraties-marchés.[p. 18]

6.19. La pratique de l'antonomase avilissante. Les antonomases concernent des personnages romanesques et théâtraux très connus.

> C'est pourquoi [le techno-populisme] adore transfigurer ses Agrippines, ses Thénardiers et ses Tartarins en Gavroches de plateaux télévisés qui pourfendent les "privilèges" et se goinfrent de Justes Causes. [p. 17]

Ces personnages affublés de défauts majeurs, sont par un coup de baguette magique transformés sur les plateaux télévisés en Gavroches. Or Gavroche est le personnage révolutionnaire pur, angélique, par excellence ("cette petite grande âme venait de s'envoler", écrit Victor Hugo). En les assimilant à Gavroche, on leur enlève tout ce qu'ils ont de vicieux : la cruauté, l'envie, la vantardise, l'avarice, la méchanceté, *etc.* La transfiguration met virtuellement en exergue de la naïveté et de l'héroïsme – immédiatement annihilés par la détermination "de plateaux télévisés" qui fait éclater l'antiphrase. Inutile d'expliciter l'imposture.

6.20. L'ombre vorace de la Surclasse ogresse. Dans le Chapitre 11, intitulé *Les chevaliers dissidents du professeur Walras ou du droit de cuissage économique*, Gilles Châtelet s'attaque à ceux qui tirent les ficelles des démocraties-marchés, ceux qui se gobergent du lard gras vendangé sous les aisselles des cochons. C'est le point central de son analyse politique. À qui d'autre pourront s'en prendre les jacqueries du nouveau millénaire ?

Ainsi donc, feu sur cet ensemble de nouveaux riches de la Surclasse ! feu sur ces bergers du *techhno-populistes*, sur ces socio-politologues avec leur air de bellâtre de Sciences Po', sur ces partisans branchés de la contre-réforme libérale, sur ces maîtres du Cac 40 et des indices Nasdaq, sur tous ces Chevaliers surexcités de la finance,

> possédant en quelque sorte le *droit de cuissage moderne* – celui de "symétriser" les autres –, des *patients* du futur cyber-bétail, *gogos-nomades symétrisables* à merci. [p. 111]

Feu sur ces *condotierri* du XXI^e siècle, sur ces capitalistes-gangsters qui se concoctent une situation d'oligopole, sur cette Surclasse nomade égoïste, sur cette élite volatile de prédateurs, sur ces teneurs de marché, sur ces Maîtres du crédit, sur ces Chevaliers-opérateurs, sur ces Grands prêtres du fluide et du chaotique qui sont les virtuoses des contagions mimétiques et des stratégies autovalidantes, sur ces gros comiques boursiers, sur ces maquignons du dressage cognitif, *etc.*

Ici, l'avalanche lexicale n'a rien de gratuit ni d'exagéré, puisque notre monde a laissé enfler les lobbies et proliférer le cancer des relations de pouvoir. Prédation, domination et contrôle avantageux des masses ont pris une nouvelle saveur pour qui a su se placer en haut des pyramides insoupçonnées, se jucher sur les fléaux des grandes balances sociales, là où la décision de réajuster un smic ou de majorer de deux pour cent un prix avant de déclencher les soldes ont des conséquences phénoménales sur l'enrichissement personnel d'une poignées de gros capitalistes-copains.

Le chapitre 11 occupe une place centrale dans l'analyse impitoyable du nouvel ordre de la domination des masses. La nouvelle Surclasse exerce une oppression beaucoup plus profitable, jouissive et perfide que ne le faisait la caporalisation d'antan avec ses crises d'autorité de gardes-chiourme de pensionnat. D'après la page 108, c'est à Jacques Attali que Gilles Châtelet emprunte ce néologisme : "*Surclasse*". Ne faut-il pas le prendre au premier degré, comme l'a fait, semble-t-il, Attali (la surclasse = la classe supérieure, ayant une supériorité incontestable) ?

Notons au contraire l'ironie avec laquelle Gilles Châtelet s'empare du terme, le dotant d'une majuscule emphatique. En effet, le préfixe *sur*, qui se greffe sans trait d'union, évoque l'idée d'excès de manière parfois à demi-ironique : *suréquipé*, *surdoué*, *etc.*, alors que le préfixe *sous*-, avec son trait d'union, ce vrai passe partout, peut s'adjoindre à tous les mots de la langue, avec sa connotation négative et humoristique : *sous-règne*, *sous-littérature*, *sous-alimentation*, *sous-employé*, *sous-garde*, *sous-fiffre*, *sous-prolétaire*, et surtout *sous-classe*. Le mot *Surclasse* a donc de quoi amuser tous les petits lapins moqueurs que le prestidigitateur Gilles Châtelet tire de son sac.

Gilles Châtelet s'en prend aussi très sévèrement, très lucidement et très acerbement à notre richesse matérielle, à notre avidité entretenue par le marché, à notre voracité de surconsommateurs, toujours prêts que nous sommes à nous gaver des "best-of" de la planète.

> Nous venons de mettre le doigt sur l'une des manies les plus écœurantes du populisme urbain et de son cosmopolitisme d'aéroport : *se goinfrer des "best of"* de la planète en prétendant se réclamer d'un cosmopolitisme qui s'animait d'une *passion de l'humanité* et visait à la libérer de l'abjection de la nécessité. [p. 98]

C'est surtout aux représentants de la Surclasse qu'il s'en prend le plus vigoureusement et à leur manie de se faire déposer en hélicoptère sur les pentes de neige poudreuse et vierge du Mont Elbrouz pour s'épargner la promiscuité du ski, ces contacts avilissants avec la cohue visqueuse sur les télésièges des Alpes. Par contre, par snobisme, elle sera amatrice des richesses du monde et des friandises de l'exotisme de pacotille.

> [...] À leur table, le butin des biens et services du monde entier : "fruits, épices, musiques, images des contrées les plus lointaines". Car on peut accorder une chose à cette Surclasse : elle n'est pas "raciste" et même friande d'exotisme. Elle adore visiter ces précieux réservoirs de sauvagerie que sont les *peuples-marchés*, pourvoyeurs de gladiateurs-boxeurs et de Nubiens à plumes. [p. 105]

Le nomadisme de la *jet society* n'épargne pas le kérosène du Golfe du Mexique – et on sait très bien que le kérosène coule à flots pour satisfaire les envies de la Surclasse !

6.21. De piètres post-philosophes. Notons au passage que Gilles Châtelet se fait nettement plus virulent et plus blessant lorsqu'il s'en prend aux penseurs postmodernes claironnant sans complexe leurs platitudes de penseurs insipides sur la "fin de l'Histoire" et autres sujets médiatiquement juteux. On appréciera le jeu de glissement lexical qui métamorphose le terme *post-modernisme* en *post-philosophie*. L'exercice de composition est pertinent, mais fait carrément froid dans le dos !

> On ne s'étonnera donc pas que le crépuscule de l'ère des Pétroleuses coïncide avec la production de masse des *rastaquouères culturels*, brillamment inaugurés par les jeunes gens de la post-philosophie qui s'offraient poirine nue à tous les risques de la pensée : "Oui, les droits de l'homme existent ! Oui, le mal c'est le mal et le bien c'est le bien." [p. 102]

L'ironie suggérée par le terme “production de masse” d'élites (ou d'intellectuels télégéniques) va se poursuivre tout au long du Chapitre 10. De nouvelles formes de prédation sont en question. De nouveaux gibiers pullulent dans l'arène. Vous me recevez cinq sur cinq, vous les Décathlon qui sucez plus de 50% du marché du sport en France, vous les Casinos, les Carrefours, les Auchans et autres supermarcheries ?

Et Gilles Châtelet se fait encore plus audacieux dans la cruauté et dans la science-fiction en inventant les *neurones sur pied*, ce nouveau prolétariat intellectuel, *cyber-bétail neurocratique*, que nous sommes tous, comme de la matière première à penser, comme des steaks que le boucher découpe sur les carcasses de bovins. Ah ! on sent combien la vision crépusculaire peut se faire terrible !

> Les neurones sur pied jouiront certes d'une existence plus confortable que les serfs ou les ouvriers des filatures, mais ils n'échapperont pas facilement au destin de *matière première* d'un marché aussi prédictible et aussi homogène qu'un gaz parfait, matière offerte en atomes de détresse mutilés de tout pouvoir de négociation pour *louer leur mental, cervelle par cervelle*. [p. 114]

6.22. La dégradation de la langue. Dans le passage devenu si célèbre pour son invention du couple à gros sabots des Turbo-Bécassines et des Cyber-Gédéons, Gilles Châtelet s'attaque à la dégradation du langage. Il tire à bout portant sur une expression : “*oui enfin j'veux dire*, typique d'un sous-langage non-élaboré et infantile. Sans prendre le temps de les commenter ici, on remarquera la finesse de ses analyses [p. 92–94] concernant ces stéréotypes langagiers qui sont révélateurs d'une non-pensée confinée dans le balbutiement.

---

[66] Propos recueillis par Pascal NOUVEL, *op. cit.*, p. 112.

> Ce bégaiement était farouchement revendiqué par Bécassine-Pétroleuse, comme *bégaiement convivial*, comme acné juvénile, une moustache de maturité, comme une manière très adolescente de s'imposer par sa timidité même, d'accumuler toutes les fausses maladresses en maquillant toutes ses gaffes en paroles gracieuses [...] [p. 93]

En tout Gilles Châtelet éprouvait une réelle exaspération envers le relâchement du langage,

> en tant qu'un tel relâchement est solidaire de toutes les sottises qui rendent possibles les démocraties-marchés dans ce qu'elles ont de plus sordide : leur manière d'incliner si adroitement à l'apathie qu'on ne se rend compte de rien[67].

6.23. La vision crépusculaire du monde. Le monde de l'imposture est perçu comme lugubre et carnavalesque[68]. L'entropie du mal économique s'est emparée du réel. Ceci justifie l'indignation inflexible et la mise en scène vertigineuse d'une nouvelle eschatologie. C'est parce qu'il est déjà trop tard pour parler que le visionnaire s'obsède à dépeindre le déclin du monde. L'erreur est déjà trop puissante, trop envahissante. Il faut donc la maximiser, exhiber intentionnellement les retournements des valeurs, dresser un tableau alarmiste du monde, pour exacerber les pessimismes. L'âge crépusculaire et sa sinistre cocasserie, ce n'est un âge d'or que pour les adversaires qui sont complaisamment arrosés par les bienfaits de la démocratie-marché. Extrapolant leur euphorie à laquelle il oppose son dégoût, le pamphlétaire concocte des images effrayantes et exécrables. Il veut restituer l'état inversé du monde dans son abomination pure. C'est d'un monde empli de fiente qu'il s'agit.

[68] *Cf.* Marc ANGENOT, pp. 99–109.

> Tous s'accordent sur le remède."La modernité, c'est d'abord une cure d'amaigrissement – continuez à *dégraisser* ! Faites comprendre à vos pauvres qu'ils ne sont pas des exploités mais des ringards, des empotés, et qu'il existe des sociétés civiles moins laxistes. . . celle des cormorans, par exemple. Les branches les plus élevées sont réservées aux plus forts, qui peuvent chier sur les occupants des branches du dessous. Imaginez ceux d'en bas qui récoltent tout ! [pp. 74–75]

6.24. La part du fantasme. Gilles Châtelet raffole des expériences de pensée qui magnifient le pouvoir, l'intuition et la capacité de sentir. Dans le Chapitre 4 sur le Chaos, il s'éprend d'une expérience de pensée due à Bergson qui montre que le Chaos peut provenir de facteurs volontaires qui déséquilibrent à la fois les proportions physiques et l'intensité des causes dans l'univers. Cette expérience de pensée, il l'oppose farouchement à une vulgate du Chaos, qui cultive naïvement le mythe de l'auto-émergence du créatif dans le Grand chaudron baroque du chaotisant.

Dans le chapitre 1, il s'attarde aussi avec délice à décrire les séductions et les pouvoirs du geste et du corps érotique dans l'univers à demi fantasmé du *Palace* qu'il a fréquenté au temps de sa splendeur. Voici comment il décrit Fabrice en le parant de ses obsessions pour *le geste qui bascule et réveille d'autres gestes* :

> [...] le prince de la Nuit savait que le maître n'est pas tellement celui qui *possède* mais celui qui peut *déclencher*, le gardien du feu des seuils et des pivotements, capable de susciter des milliers de gestes. [p. 24]

6.25. Éclaboussures d'algues à la chute d'un satellite dans la Mer des Sargasses. Les fanatiques de l'anti-mondialisation se reconnaissent-ils dans le livre de Gilles Châtelet ? L'intellectuel contemporain est-il encore persuadé de son devoir de se poster comme un guetteur qui n'est là que pour veiller, se maintenir en éveil, attendre par une attention active où s'exprime moins le souci de soi-même que le souci des autres[69] ?

Par rapport à toutes ces questions, par rapport au militantisme grégaire et aux divers fanatismes de gauche, tous ces catéchismes progressistes de substitution. Gilles Châtelet détonne car il pense avec une liberté impitoyable. Son objectif dans *Vivre et penser comme des porcs* était-il seulement politique ? Non, sûrement pas :

> Mon rêve secret était d'écrire une mythologie pour les années quatre-vingt[70].

§7. L'écriture-catapulte ou le travail d'artificier littéraire

> C'est ce sentiment, et lui seul, qui transforme le lecteur en prosélyte fanatique, n'ayant de cesse (et c'est peut-être le sentiment le plus désintéressé qui soit) qu'il n'ait fait partager à la ronde son émoi singulier ; nous connaissons tous ces livres qui nous brûlent et qu'on *sème* comme par enchantement.
>
> Julien Gracq, *La littérature à l'estomac*, Gallimard, collection *La pléiade*, 1989, p. 526.

7.1. L'écriture-mouvement. Pour un philosophe des articulations dialectiques et de la mobilité dans les sciences, il va de soi que le langage, si maigres soient ses moyens de mobilisation, doit incarner l'expression du mouvement. Or l'immobilité et la fixation du contenu sont l'essence même de l'écriture, elle qui dévide avec indolence ses lettrines confidentielles dédicacées à l'éternel. Langage et écriture rencontrent des obstacles paradoxaux lorsqu'il s'agit d'exprimer véritablement la dynamique des motricités, la propulsion et l'impulsion. Le discours du concept en reste aux substances, aux *a posteriori*. Il n'est jamais en mesure de rebondir tout seul au-delà de lui-même.

---

[69] *Les intellectuels en question*, Le Débat, n^o 29, Mars 1984.
[70] Propos recueillis par Pascal Nouvel, *op. cit.*, p. 108.

7.2. L’écriture-propulsion. Pour lutter contre cette rigidité, il faut faire un recours constant au langage métaphorique, imagé, concret et intense du mouvement. Ce n’est pas dans le registre de l’inertie passive qu’il faut puiser son vocabulaire, mais dans le registre de la motricité, de la propulsion frénétique et de la virulence. Chez Gilles Châtelet, les techniques d’écriture sont assimilables à des stratagèmes de locomotion spéculative. Ces ruses passent parfois inaperçues, tant nous sommes préparés à la violence possible du langage lorsqu’il quitte le domaine du concept, de la science, de l’actualité ou de la philosophie. Et le style qui s’orne d’excentricités est parfois déroutant. Fréquemment, le lecteur doit en effet s’aider d’une loupe pour décortiquer chaque membre de phrase génialement inséré dans un rythme précipité, brusque, saccadé et abrupt. Les délinéaments baroques du style et du vocabulaire sont puissamment charpentées par une architecture trépidante. Il y a un stakhanovisme de l’invention verbale et du sens greffé sur une colonne vertébrale vibrionnante. Il y a un travail d’afflux, d’agitation, d’élancement, d’animation, de trafic, de traction principalement concentré dans la structuration de la phrase.

7.3. Disciplines constructives. À la fois classique et originale, la construction ne laisse filer aucun défaut de présentation. Mise en relief et emphase ne sont jamais inappropriées. Il faut gommer toutes les viscosités du style, les approximation grossières de l’expression. Les syntagmes les plus frappants sont disposés en lieu et place où ils frapperont le plus. La rhétorique, c’est aussi un travail d’artificier littéraire pour qui l’ordre d’amorçage des micro-détonations est crucial. Gilles Châtelet fait choix des constructions les plus percutantes, avec des violences syntaxiques en quinquonce qui s’encastrent et se surajoutent au contenu.

7.4. Torsions du langage. Rien de tel que les *torsions du langage* pour attaquer l'édifice de la démocratie-marché, torsions qui donnent naissance à toutes ces expressions burlesques, ces alliances de mots, ces couplages notionnels inattendus et ces formules qui tranchent (Turbo-Bécassine, Tartuffes saltimbanques de l'auto-organisation, métaphores de deuxième lit, *etc*). Ont été mis au point des dipositifs de perforation afin de faire imploser les idées reçues du Tartuffe moderne, quant à la vulgate cognitiviste, aux “lois du marché”, à la résignation, ou pour galvaniser son indignation face à la chasse aux *Best of* de la planète.

7.5. Une syntaxe du pilonnement. Par l'insistance avec laquelle Gilles Châtelet catapulte ces torsions linguistiques, par la verve avec laquelle il en déroule des variations nouvelles tout au long du pamphlet, il pilonne l'adversaire régulièrement, inexorablement, sans répit. La syntaxe elle-même renforce ce matraquage. Seule une phrase forte et solidement charpentée peut donner du corps au feu d'artifice satirique. La force du style de Gilles Châtelet, c'est sa puissance syntaxique qui crée une rhytmique orchestrale. Les modes d'écriture se distribuent selon des paragraphes-orchestres atomiques dont chacun est le fruit de plusieurs heures de travail : rechercher et vérifier les références, jouer sur la morphologique, épuiser les combinatoires emphatiques, greffer des membres de phrase, trouver le mot de liaison le plus juste, vérifier la pertinence et la justesse des sous-entendus, contrôler les références souterraines, doser finement les suscitements, et surtout, orchestrer l'insistance, la répétition et le mouvement écrasant des presses métaphoriques.

7.6. La miniaturisation du sprint syntaxique. Gilles Châtelet cultive fréquemment les phrases conclusives courtes et percutantes, comme : Décidément, l'ordre cyber-mercantile sait bien s'y prendre !, ou des phrases aphoristiques brèves prêtées à l'adversaire : Soyons égaux pour être fluides ! et dont la rapidité d'énonciation renforce l'ironie. Tout dans la syntaxe est sprint, détente musculaire instantanée. Peu de longueurs, peu de verbosités. La construction de la phrase cherche intentionnellement à happer le lecteur.

> C'est en articulant trois entités redoutables : le *Nombre ventriloque* de l'"opinion", le *Nombre clignotant* des "grands équilibres socio-économique" et, enfin, le *Nombre-chiffre* de la statistique mathématique. [p. 54]

La phrase claque. Le rythme ternaire, la structure anaphorique, et le parallélisme des déterminations impriment un rythme fort, scandé par le retour régulier de la palatale [k]. Comme partout ailleurs dans son pamphlet, l'antiphrase est immédiatement décodée par le lecteur. Le style de Gilles Châtelet vise à capturer à la fois le contenu et le lecteur.

7.7. Aphorismes-chocs, syllogismes ramassés, raccourcis paradoxaux et formules à l'emporte-pièce. Ces formules abondent. Elle surgissent à un moment-clé de l'attaque. La promptitude de l'expression accentue l'humour noir et le cynisme. Voici en vrac quelques exemples qui perdront forcément l'effet de ponctuation éclairante qu'ils ont au sein de leur paragraphe-orchestre de rattachement.

- Le capital n'est plus un facteur de production, c'est la production qui est simple facteur du capital. [p. 75]
- *Rétrécir et disloquer l'esprit des peuples pour se faire obéir.* [p. 66]
- Métamorphoser une putréfaction socio-économique en explosion politique. [p. 84]
- La devise cynique du mercantilisme : "soyons égaux pour être fluides". [p. 62]
- *Pas de bagnoles, pas de démocratie-marché !* [p. 79]
- Je suis un homme ordinaire et comme vous j'envie d'autres hommes ordinaires. [p. 64]
- *Tu bouges ou tu crèves !* [p. 77]
- *Le gouvernement libre est fondé sur la jalousie et non sur la confiance* (T. Jefferson) [p. 77]

7.8. Oralité. Chaque phrase est construite comme un geste, un tour de main d'artisan, plus encore, comme une manière de saisir le taureau par les cornes et de le plaquer à terre en quelques secondes, sans jamais faire d'erreur. Tout est trépidant, hallucinant, déroutant, imprévu. La charpente des phrases porte encore plus haut l'invention. On peut être sûr que Gilles Châtelet lisait ses phrases à voix haute pour tester leur effet percutant et qu'il les retravaillait jusqu'à plus soif.

§8. L'HÉROÏSME DU QUELCONQUE OU LA SOIF DE L'ORCHIDÉE SUR LA CORNICHE

La démocratie ne se déduit pas d'une optimisation de possibles préexistants mais surgit par le pari, *infiniment plus généreux et donc infiniment plus risqué*, d'une excellence des virtualités de la multitude et de l'aptitude de celle-ci à la dispenser.

Gilles CHÂTELET, *Mettre la main à quelle pâte*, p. 24.
Vivre et penser comme des porcs, p. 132.

8.1. Le risque des ambivalences. L'épilogue[71] de *Vivre et penser comme des porcs* hésite à s'achever sur une note qui stimule la résistance et qui soit réellement porteuse d'espérance. Pour l'avenir, les ambiguïtés sont totales. Les forces de redressement sont d'ailleurs très indécises. La parole se fait réservée et ténue. La construction orchestrale et pamphlétaire d'une mythologie pour les vingt dernières années s'achève.

C'est précisément cette alternative ironique entre le *début* et la *fin* de l'histoire qui réactive cette obsession purement métaphysique de Gilles Châtelet pour les points d'indétermination. Le pessimisme profond se solde à nouveau par un écartèlement paradoxal entre la vision crépusculaire d'une société divisée entre le *travail-corvée* de la survie et le *travail-performance* de la Surclasse. Au moment où la mythologie s'achève, le penseur recule prudemment devant la tentation prophétique.

[71] Chapitre 12 : *Vers la fin ou le début de l'Histoire : yaourtière à classe moyenne ou héroïsme du quelconque ?*

Conséquence d'affections du système nerveux ou conséquence incontrôlable de ses exigences de pensée, Gilles Châtelet était constamment éreinté par des alternatives d'exaltation et d'abattement. Cultivait-t-il la nostalgie d'une harmonie perdue, le souvenir d'une temporalité mythique, se plaisait-il à l'évocation complaisante ou fugace d'un âge d'or ? Il n'y a jamais chez lui l'évocation nostalgique d'un règne absent des valeurs authentiques qui auraient existé dans le passé.

Mais c'est encore la vision du Mal économique qui l'emporte. C'est la société thermo-civile qui génère de la fluidité, formidable machine à fabriquer des copies pseudo-conforme de la réalité concrète et spirituelle. Les psychologies mutilées de cyber-zombie pour la Surclasse prolifèrent comme des méduses urticantes sur les côtes. Dernière révolution en date, Internet promeut les techniques de mutilation et de désarticulation du concept. L'électronisation définitive du langage et de la pensée grignote inexorablement l'articulation patiente du concept.

8.2. Internet pénètre dans toutes les cervelles. Internet, c'est magique. Le cyber-puceau qui s'initie au rituel n'en croit pas ses yeux. Par la bénédiction d'un simple clic, le voilà propulsé sur la home-page d'une start-up de Taïwan spécialisée dans le commerce des boutons de chemise ou sur le site du Ministère des affaires étrangères, il peut goûter aux délices de surfer sur les pages du Monde et imprimer gratuitement quantités d'articles qu'il jettera sur la "pile" de textes qu'il ne lira jamais complètement, il apprend rapidement à caqueter avec le fils d'un céréalier de l'Idaho ou à déjouer les canulars qui circulent. Et comme tout le monde, il entre sans aucun effort dans les premiers cercles de l'Enfer sur Internet, de plus en plus bas, de plus en plus profond, plus loin, plus sûr, plus près de la cyber-animalité. . .

8.3. Le troisième règne platonicien de l'imitation et de la duplication. L'électronisation mondiale de l'information ne signe-t-elle pas la victoire définitive de la philosophie analytique sur la philosophie de style continental ? Dorénavant, la toile mondiale généralise les pratiques de la copie. Tout rebondit et prolifère sur le trempoline géant du web comme s'il s'agissait de superbulles creuses qui pullulent. C'est la forme obligatoire d'initiation à la sacro-sainte manipulation du déclic. Le geste est enfin réduit à l'essentiel : appuyer sur le bouton de la souris – mais il faut un certain rythme ! Enfin, le morse est dépassé ! Nous vous l'avions dit, les cerveaux seront des machines de Turing !

Le web inonde la planète de superficialité virtuelle pour droguer les cyber-perfusés. Il faut d'ores et déjà formater les cyber-embryons dès l'école pour les métamorphoser en araignées prédatrices d'images et de textes, avides de téléchargement.

8.4. Thèses sur Internet. Aujourd'hui, les travaux d'encadrement personnel et de recherche au lycée, à l'université en premier, et deuxième cycle, c'est de la rigolage ! Tous les universitaires commencent déjà à en faire les frais. Remplacez par exemple le tranquille examen magistral par la rédaction d'un mémoire personnel. Pour ces jeunes paresses nomades, la cyber-tentacule est alors une formidable anti-sèche. Un simple clic, appuyer sur deux ou trois touches, naviguer dans la barre de menu, faire quelques copier-coller, s'aider de quelques esclaves virtuels iconisés sur le bureau de l'ordinateur, le tout encadré par Microsoft Word – bien sûr ! – et ce sont de fabuleux mémoires qui vous seront rendus par vos charmants étudiants, amusés de vous voir stupéfait devant tant de travail et de qualité. Bientôt, ce seront des thèses entières que l'on pourra rédiger en ne se servant que de la touche *Search* sur Internet ! Le pouvoir magique des anti-sèches et du plagiat grimpe vertigineusement ! Ils sont scotchés, ridiculisés, les cancres classiques ! Pour confondre les tricheurs, il existe déjà des logiciels de recherche qui chassent les sites internet d'où sont tirés les copier-coller de tels “mémoires” – mais à quoi bon ?

Dans l'univers zélé du virtuel auto-copiant, c'est la puissance d'embrasement du collage électronique qui propulse le bétail cognitif aux portes de la *pensée clic en main*.

8.5. Tyrannie de la dénonciation. Abandonnons ici la *web reality*, ce qui constituera peut-être le danger absolu pour la pensée “continentale” dans l'avenir. Car on s'aliène définitivement, à force d'être la caisse de résonance aux moindres paradoxes de la société thermo-civile. L'intellectuel ne pourra plus se contenter de dénoncer indéfiniment la perte des valeurs, la tyrannie de la vitesse, l'accélération de la guerre sociale, la perfusion dromologique, *etc*. Ce serait sombrer dans le psittacisme. Le geste de Gilles Châtelet (*cf.* §1) est respectable, mais il faut résister par la vie, par la force et dans la durée. Rien ni personne n'a le droit de proclamer que tel individu doit disparaître parce qu'il est “déphasé”.

On dirait que l'intellectuel a peur, qu'il se sent affaibli, que l'individualisme de masse le nie, qu'il est condamné au triste sort des espèces rares. Il est comme une orchidée assoiffée sur la corniche du Causse Méjean et qui demande de l'eau. Pour lui, la biodiversité intellectuelle est sévèrement menacée.

8.6. Nouveaux états de guerre, nouvelles formes de résistance par l'individuation opiniâtre. Mais au contraire, l'intellectuel devra tout d'abord être un splendide clandestin. Il devra être attentif à l'individuation personnelle et promouvoir des valeurs sûres qui ne sont pas marchandables parce que non contrôlables et parfaitement insaisissables. Au contraire, cessons de nous plaindre et *soyons insaisissables* ! Aidons-nous de l'anonymat merveilleux que procure l'illusion de l'uniformité et du conformisme démocratique pour trahir silencieusement la propagande du nouvel ordre cyber-mercantile. Il faut assumer l'éclatement et l'arborescence de la pensée, accepter la confrontation avec le divers, cultiver des forces de résistance à la niaiserie. Grâce au travail-patience qui développe une amplification inouïe de la liberté, il faut se *se sentir légitimement supérieur à ce qui est méprisable*.

8.7. L'aristocratie invisible du champ de la pensée. Comme Gilles Châtelet, réaffirmons que l'exaltation doit être celle de la pensée. Si l'âge d'or existe, c'est en nous qu'il faut le trouver. L'âge d'or, c'est celui de l'enthousiasme à être, c'est celui de la capacité à construire patiemment sa singularité. Si la société thermo-civile nous cantonne dans les pacotilles de la diversité et des quant-à-soi, sûre de nous anesthésier en nous installant dans le petit nid douillet du confort généralisé, c'est à nous d'être plus puissants, plus forts, c'est à nous de prendre levier d'Archimède sur la société, car nous pouvons être les prédateurs éclairés des biens qu'elle produit pour *amplifier nos possibles* et *propulser notre liberté singulière dans le corps social*. À nous de faire foisonner *l'exceptionnel dans les démocraties-marchés* ! Le pari de résistance, c'est aussi la force et la culture intérieure de l'invincibilité symbolique. *Tous les moyens sont permis pour s'armer de pensée singulière.*

> Il faut aussi une détermination sans faille. Hegel disait : "Se jeter à corps perdu dans la pensée"[72].

8.7. Épilogue proustien : invitation à la création et nécessité de l'individuation pour la pensée.

[72]Entretien avec Pascal Nouvel, p. 114.

Et c’est là, en effet, un des grands et merveilleux caractères des beaux livres (et qui nous fera comprendre le rôle à la fois essentiel et limité que la lecture peut jouer dans notre vie spirituelle) que pour l’auteur ils pourraient s’appeler “Conclusions” et pour le lecteur “Incitations”. Nous sentons très bien que notre sagesse commence où celle de l’auteur finit, et nous voudrions qu’il nous donnât des réponses, quand tout ce qu’il peut faire est de nous donner des désirs. Et ces désirs, il ne peut les éveiller en nous qu’en nous faisant contempler la beauté suprême à laquelle le dernier effort de son art lui a permis d’atteindre. Mais par une loi singulière et d’ailleurs providentielle de l’optique des esprits (*loi qui signifie peut-être que nous ne pouvons recevoir la vérité de personne, et que nous devons la créer nous-mêmes*), ce qui est le terme de leur sagesse ne nous apparaît que comme le commencement de la nôtre, de sorte que c’est au moment où ils nous ont dit tout ce qu’ils pouvaient nous dire qu’ils font naître en nous le sentiment qu’ils ne nous ont encore rien dit. D’ailleurs, si nous leur posons des questions auxquelles ils ne peuvent pas répondre, nous leur demandons aussi des réponses qui ne nous instruiraient pas. [...] Tel est le prix de la lecture et son insuffisance. C’est donner un trop grand rôle à ce qui n’est qu’une initiation d’en faire une discipline. La lecture est au seuil de la vie spirituelle ; elle peut nous y introduire : elle ne la constitue pas[73].

[73]Marcel PROUST, *Sur la lecture*, Paris, Actes Sud, pp. 32–34, 1988.

Itération et fractales dynamiques

Table des matières :

§1. Introduction

De manière plus qu'inattendue, fractales et objets lisses entrent aujourd'hui en compétition sur la scène des Sciences de la Nature. Du modèle d'Ising à la transition vers la turbulence en passant par la Relativité d'échelle et les intégrales de Feynmann, quelques physiciens contemporains tentent depuis plus d'une vingtaine d'années d'élaborer une pensée nouvelle, non classique, en prenant pour point de départ l'idée que la géométrie sous-jacente à certains phénomènes réels implique des structures complexes, arborescentes, imprévisibles, en un mot, des objets fractals. À l'échelle de l'histoire des sciences, cet intérêt est exceptionnellement récent.

De telles entreprises continuent d'ailleurs de heurter une intuition scientifique classique, familiarisée depuis des siècles avec la métaphysique du différentiable, c'est-à-dire avec une saisie homogène et confortable de l'infinitésimal. En tout cas, l'intuition différentielle des mathématiciens du dix-huitième et du dix-neuvième siècle ne pourrait qu'être hallucinée si, en voyageant dans le temps, elle découvrait combien sont complexes les figures fractales du plan qui sont engendrées de manière dynamique. Quelquefois, la pensée philosophique s'étonne et elle hésite encore à admettre que la géométrie de l’espace-temps puisse réellement accueillir une expansion dimensionnelle qui devient si incontrôlable à des niveaux microscopiques, comme c’est le cas pour l’ensemble de Mandelbrot. Au-delà, mû spontanément par une métaphysique du fondement, l’esprit s’interrogera sur le statut des objets fractals dans l’architecture des mathématiques : faut-il réserver à la géométrie lisse une position principielle ou au contraire, est-il possible (voire nécessaire) de fonder le différentiable sur le non-différentiable, qui l’englobe et le dépasse largement ?

Dans cet article très modeste, je n’aurai pas les moyens scientifiques ou philosophiques d’aborder de telles questions qui montrent combien le dilemme de Zénon d’Élée reste gravé dans la pensée du monde physique. Depuis quelques millénaires, continu et discontinu oscillent dans une indécision persistante, comme le font le problème de la constante cosmologique, le problème de la stabilité du système solaire et le problème de l’harmonisation entre relativité générale et mécanique quantique. Tout au plus souhaiterais-je construire et communiquer ici quelques figures de l’étonnement que l’on peut ressentir devant la complexité des fractales, ce nouveau type ontologique qui fut aussi présent qu’absent dans l’histoire des sciences, et qui abuse des libertés purement spatiales du plan pour déployer des figures inattendues de l’infini.

§2. Paradoxes de la liberté dimensionnelle

2.1. Tératologie analytique du non-différentiable. Dans un premier moment de donation, le droit et le courbe sont engendrés par le tracé continu d’un geste physique en mouvement, celui d’un crayon sur un support papier, par exemple. C’est pourquoi l’histoire de l’analyse fourmille de paradoxes intuitifs qui ont miné ses fondements mêmes. Dans la première moitié du dix-neuvième siècle, les géomètres avaient la conviction tenace qu'il est impossible qu'une courbe ne possède pas de tangente en un nombre infini de points qui se rapprochent d'un point donné : un tel désordre aurait nécessairement dû briser la tenue de la courbe au point limite. Ici, comme toujours en mathématiques, l'enjeu d'une conviction se mesure à l'ouverture cachée des concepts[74]. Le grand Joseph Fourier traçait lui-même des courbes constantes par morceaux, que nous interprétons aujourd'hui comme discontinues, en marquant consciencieusement des traits verticaux qui relient les valeurs aux points de saut du graphe. Au temps de Dirichlet et de Riemann (le “miracle allemand” de la pensée mathématique), le discontinu s'offrait enfin comme une virtualité autonome, c'est-à-dire en vérité comme une notion purement en question et riche de potentialités à peine entrevues. Mais l'aspect résolument cinématique du mouvement générateur de courbes comme *traces d'un passage* interdit une saisie abstraite des libertés géométriques inhérentes à l'engendrement fractal. N'est-il pas évidemment impossible de tracer une courbe fractale avec la pointe d'un crayon, non seulement parce qu'elle “chahute” à toute échelle, infectée par un bruit que ne nivellent pas les agrandissements à la loupe, mais encore parce qu'elle est généralement de longueur infinie ? L'être mathématique ne transcende jamais vraiment ses conditions originaires de donation. À vrai dire, l'intuition géométrique des années 1800–1830 n'était pas si fausse, puisque l'on sait depuis les travaux de Jordan, Lipschitz et Lebesgue que toute courbe rectifiable ou lipschitzienne est presque partout différentiable.

[74] L'aspect expérimental et visuel du chaos offre un exemple récent parmi d'autres de conviction intuitive préformelle que le raisonnement rigoureux n'absorbe pas complètement. Par exemple, il est bien connu que l'attracteur de Lorenz et l'attracteur de Hénon font partie des exemples paradigmatiques de systèmes chaotiques. Or on n'insiste pas assez sur le fait que les raisonnements mathématiques ne confirment pas complètement les intuitions expérimentales. Au pire, il se pourrait qu'une (très longue) orbite périodique sous-tende le comportement des itérés sur l'attracteur de Lorenz. Récemment, W. Tucker a démontré qu'il n'en est rien, voir à ce sujet M. VIANA, *What's new on Lorenz's strange*

Les premières tentatives de construction d'un objet partout non lisse sont purement analytiques. Inspiré par les travaux de sa thèse d'habilitation de 1854, Riemann avait exhibé vers 1860 la somme de la série

$$\sum_{n\geq 1} \frac{\sin(n^2x)}{n^2}$$

qui converge normalement vers une fonction continue $f(x)$ de la variable $x \in \mathbb{R}$ (dont la valeur absolue ne dépasse pas $\pi^2/6$ d'après un théorème remarquable d'Euler) mais dont la série dérivée terme à terme ne converge évidemment pas. Riemann aurait affirmé oralement que f n'est (vraisemblablement) dérivable en aucun point, mais aucune preuve écrite ne nous est connue[75].

En 1872, Weierstrass réalise pleinement cette idée de série infiniment oscillante qui est partout génératrice d'irrégularités. L'exemple est célèbre : il s'agit de la fonction continue

$$\sum_{n\geq 0} b^n \cos(a^n \pi x),$$

où les constantes réelles a et b satisfont $0 < b < 1$ pour assurer la normalité de la convergence et où $ab > 1 + 3\pi/2$ pour faire diverger la dérivée. Weirstrass établit l'inexistence d'une dérivée *en tout point de la droite réelle*. Bien sûr la condition sur le produit ab n'est pas optimale, et c'est Hardy qui en 1916 montra que la condition $ab > 1$ suffit.

---

attractor, The Mathematical Intelligencer, **22** (2000), no.3, 6–19. À ma connaissance, le cas de l'attracteur de Hénon est encore ouvert.

[75] *Cf.* J.-L. CHABERT, *Un demi-siècle de fractales*, Historia Mathematica, **17** (1990), 339–365. En 1970, un *undergraduate student* de Serge Lang mis au défi par cette célèbre question ouverte démontra, en utilisant des techniques élémentaires, que la série de Riemann admet comme dérivée la valeur $-1/2$ aux points de la forme $(2p+1)\pi/(2q+1)$, où p et q sont des entiers, et n'est dérivable en aucun autre point. Voir J. GERVER, *The differentiability of the Riemann function at certain rational multiples of* π, Amer. J. Math. **92** (1970), 33–55 ; **93**, 33-41.

D'autres exemples similaires peuvent être inventés, mais ils se placeront toujours sur un plan analytique : une superposition infinie décroissante de fréquences lisses plus oscillantes que leur amplitude construit le désordre souhaité ; l'esprit de rigueur est alors satisfait par l'exhibition de ces contre-exemples. Mais l'absence de lien intuitif direct entre ces séries pathologiques et les courbes du plan "tracées" selon un procédé géométrique est peut-être la cause des fortes réticences qui se sont manifestées tout d'abord à l'égard de ce type de fonctions non-différentiables, pure abstraction vide de sens. Hermite et Poincaré leur reprochaient cette monstruosité logique et *ad hoc* que les mathématiques authentiques, soucieuses d'applications et de vérité, devraient éviter. On sait que l'émergence de la théorie des ensembles et la réinterprétation d'une courbe comme graphe d'une correspondance ponctuelle *arbitraire* entre une variable sur l'abscisse et sa valeur sur l'ordonnée devaient faciliter de nouvelles conditions d'appréhension intuitive. Néanmoins la thématisation de la complexité ensembliste des fonctions continues les plus générales devait en rester longtemps au niveau des concepts de l'Analyse.

2.2. Itérations géométriques. Dans un troisième moment de donation, le pathologique s'offre directement à l'intuition par un procédé d'engendrement constructif et uniforme. L'exemple du flocon de neige de von Koch (1904) n'est pas devenu célèbre par hasard, car l'idée est simple : il s'agit d'engendrer une courbe par brisure indéfinie de lissité. Contrairement aux séries trigonométriques qui superposent des fonctions analytiques lisses, les cassures apparaissent ici à chaque étape finie. Avec la constance d'une chirurgie constructive qui progresse jusqu'à l'infinitésimal, tout segment de droite est creusé en son centre pour recevoir comme greffe un nouvel épi intempestif. Miraculeusement, le procédé converge en un sens et en un seul : le sens "$\mathcal{C}^0$" (continu), c'est-à-dire que la suite des flocons finis parvient à se stabiliser en un compact ressemblant à une courbe, quoique légèrement plus “gras” qu’une “vraie” courbe lisse. Mais la présence de segments anguleux finis à chaque étape est faite à dessein pour rendre folle une droite candidate à la tangence en un point quelconque : la pente des cordes infimes entre deux points très rapprochés oscille en effet sans se stabiliser ; il n’y a pas convergence au sens $\mathcal{C}^1$.

De nombreux mathématiciens ont approfondi l’idée élémentaire de Von Koch. La variation la plus simple consiste à remplacer l’épi du flocon par n’importe quelle ligne brisée affine par morceau qu’on renormalise à une échelle plus petite et que l’on greffe et regreffe à l’infini. La dimension de Hausdorff dépend seulement des propriétés morphologiques du générateur. Ici, le fractal est engendré pour lui-même par chirurgie et par cassure irréfrénée de segments. Le contrôle géométrique qui s’exerce sur eux à étapes finies se maintient jusqu’à l’aboutissement des procédés constructifs. Toutes les propriétés métrico-topologiques se déduisent en effet d’une analyse quantitative de chaque itération[76]. On pressent combien toute la richesse collatérale du plan ne peut être complètement explorée par ces procédés qui en restent à la déformation d’objets unidimensionnels.

2.3. Le théorème de l’invariance du domaine. On le sait : les exemples pathologiques de courbe et de correspondance biunivoque entre $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}$ (d’après Cantor, Peano, Moore et Hilbert) remirent sérieusement en cause la foi intuitive des géomètres en l’idée de dimension. L’argument de Cantor consistant à distribuer les décimales d’un nombre $x \in [0,1]$ alternativement dans deux boîtes $y \in [0,1]$ et $z \in [0,1]$ est terriblement simple. Il suffit de quelques lemmes naturels de

[76]Voir à ce sujet C. TRICOT, *Curves and fractal dimension*, Springer Verlag, New York, 1995.

théorie des cardinaux pour corriger cette correspondance surjective en une correspondance qui soit vraiment biunivoque. Ainsi, les libertés de mise en correspondance ensemblistes sans contrainte topologique particulière sont immenses. De même, la version "courbe remplissant un carré" de cette correspondance paradoxale, due à Peano et explicitée géométriquement par Moore et par Hilbert, sollicitait violemment l'interprétation de la notion de dimension. Un autre exemple dû à Osgood (1903) exhibe une courbe de Jordan d'aire extérieure positive. En définitive, les libertés de déformation d'un segment dans le plan, même continues, sont terriblement ouvertes car l'espace lié à la codimension offre autant d'échappatoires transversales dans l'infiniment petit.

Heureusement pour la géométrie tout entière, le théorème de l'invariance du domaine, dû à Brouwer, a rétabli une harmonie attendue : le fait que $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}^m$ soient homéomorphes si et seulement si $n = m$ constitue une sorte de condition *sine qua non* d'auto-cohérence de la géométrie différentielle. Par là se précisent les structures d'un champ conceptuel et surtout *la finesse de l'encastrement dialectique des notions* : *tout dans le raisonnement de Brouwer compte*, puisque sans inverse continu ou sans bijectivité, il existe de nombreuses correspondances à la Cantor-Peano. Conceptuellement, le théorème de l'invariance du domaine constitue une sorte de miracle limite, puisque l'on peut construire des courbes de Jordan de dimension arbitrairement proche de deux et même égale à deux, qui remplissent "presque" un ouvert du plan[77].

Dans le labyrinthe des problèmes ouverts et des paradoxes fondateurs, le destin des mathématiques ne peut être que la poursuite d'argumentations sophistiquées qu'encadrent la technicité nécessaire et la variabilité des hypothèses. La notion intuitive de continuité géométrique, faussement simple, cache donc un champ de recherches terriblement ouvert.

§3. Nombres réels et infini dynamique

3.1. Déformations infinitésimales dans l'infini non dénombrable. En vérité, les possibilités de déformer un objet qui est *a priori* de dimension un (comme l'est le segment $[0,1]$) dans un ouvert du plan sont infiniment plus riches que ne le suppose une intuition habituée à une forme de donation du droit ou du courbe qui soit purement en acte et originaire. Mais dans le royaume du non-différentiable, la donation est obligatoirement constructive ; l'acte n'intervient jamais qu'après un passage à la limite parfaitement contrôlé. Il en va de même pour la construction abstraite des nombres réels comme complétion topologique des nombres rationnels, par exemple par le procédé des suites de Cauchy : en vérité, très peu des propriétés concrètes des nombres réels sont acquises par ce procédé idéal, n'en déplaise à Cantor[78]. Il est vrai que dans leur pratique journalière, analystes et géomètres différentiels appréhendent les réels comme une donnée de base, fondation formelle de la théorie. Néanmoins, ce ne peut être que dans le mouvement d'exploration conceptuelle de l'infiniment petit que peuvent se manifestent les propriétés fines des réels. Les systèmes dynamiques offrent alors un champ privilégié pour une ontologie fractale non artificielle. Dans ce domaine, il existe en effet un lien très fort entre l'infini constructif d'un nombre et les propriétés qualitatives d'un système dynamique : *tout, dans l'extrême richesse géométrico-topologique*

[77]Dans cette remarque intuitive, on admet implicitement que la dimension non entière de Hausdorff interpole fidèlement les objets qui sont “intermédiaires” entre les courbes lisses et les ouverts du plan. On peut facilement objecter que toutes les vraies difficultés se concentrent en vérité sur les courbes dont l'image est de dimension de Hausdorff égale à deux, *i.e.* dans un pseudo-interstice sans épaisseur sur l'échelle de Hausdorff qui cache peut-être toute une hiérarchie nouvelle d'ensembles complexes.

des systèmes dynamiques se situe dans un rapport absolument assumé à l'infini non dénombrable des nombres réels.

3.2. Linéarisation de germes de fonctions holomorphes. Voici l'exemple le plus canonique qui puisse illustrer cette affirmation : il s'agit du problème de la linéarisation d'un germe de fonction holomorphe en un point fixe.

Soit $f(z) := \lambda z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \cdots$ une fonction holomorphe quelconque s'annulant à l'origine, définie par une série entière qui converge normalement sur un disque centré en 0, où λ est un nombre complexe non nul. Lorsque le module de λ est différent de 1, il est facile de voir qu'il existe un changement de coordonnée holomorphe au voisinage de l'origine de la forme $w = \varphi(z)$ tel que la fonction s'écrive λw dans ces coordonnées, c'est-à-dire plus précisément, tel que $\varphi \circ f \circ \varphi^{-1}(w) = \lambda w$. Ce résultat a été démontré par Kœnigs en 1884 et ne fait vraiment pas apparaître les propriétés fines du nombre complexe λ. Le fait que $|\lambda| \neq 0, 1$ permet un contrôle évident de la croissance des inverses des termes $|\lambda^n - \lambda|$ qui apparaissent naturellement dans l'unique série formelle ϕ qui est solution de l'équation fonctionnelle $\varphi(f(z)) = \lambda \varphi(z)$. Il en va tout autrement lorsque le module de λ est égal à un. Dans ce cas, on peut écrire λ sous la forme $\lambda = e^{2\pi i \xi}$, avec ξ réel. Le problème de linéarisation de f qui consiste à déterminer s'il existe un changement de coordonnées tel que

[78]Paradoxe bien connu, très peu de nombres sont explicitement reconnus comme transcendants, notamment parmi les nombres “remarquables” qui, comme π, e, $\zeta(3)$, γ, $\Gamma(1/4)$, *etc.*, apparaissent explicitement “dans la nature”. Voici un paradoxe dynamico-probabiliste encore plus frappant. Grâce à des arguments standard de théorie de la mesure, on démontre facilement que pour presque tout nombre réel $x > 1$, la suite des puissances de x modulo un est équirépartie dans le segment $[0, 1]$, mais on n'est même pas capable d'exhiber *un seul* nombre concret ayant cette propriété. Supplice de Tantale, s'il en est, puisque le plus simple des demi-entiers supérieur à 1, le nombre 3/2, semble faire l'affaire, d'après de simples expériences numériques qu'il est exagérément facile d'implémenter sur un calculateur de poche – à tel point d'ailleurs que n'importe quel mathématicien désœuvré pourrait avoir le courage de faire les calculs *à la main* comme le faisaient Euler et ses contemporains. Mais cependant, personne n'a encore confirmé ce résultat par une preuve rigoureuse.

$\varphi \circ f \circ \varphi^{-1}(w) = \lambda w$ devient alors absolument non trivial, à cause du comportement des inverses des termes $|\lambda^n - \lambda|$, dits “petits diviseurs”, qui peuvent faire diverger l’unique série formelle solution de $\varphi(f(z)) = \lambda\varphi(z)$.

Il est facile de voir que lorsque $\xi = p/q$ est *rationnel*, la fonction f n’est pas linéarisable, sauf dans le cas spécial où f composée q fois avec elle-même est l’identité.

3.3. Le cas indifférent rationnel. En revanche, le cas où ξ est irrationnel constitue un champ problématique extraordinairement riche qui ouvre sur un faisceau de propriétés insoupçonnées des nombres réels. De telles propriétés doivent être découvertes pour elles-mêmes et doivent se révéler être en adéquation complète avec le problème de linéarisation. En 1912, au congrès international des mathématiciens, Kasner conjectura que la linéarisation est toujours possible, mais cinq années plus tard, Pfeiffer avait trouvé une classe de contre-exemples transcendants[79]. Deux ans plus tard, en 1919, Julia affirma que la linéarisation n’est jamais possible si f est une application rationnelle (*voir* §4.1 *infra*), mais sa preuve était erronée. En 1927, le mathématicien allemand Cremer publia un théorème court, simple et lumineux de non-linéarisabilité : il existe un sous-ensemble $\mathcal{T}$ de première catégorie du cercle unité (c’est-à-dire une intersection dénombrable d’ouverts denses, ensemble qui est non vide et même partout dense d’après Baire) ayant la propriété suivante. Si z_0 est un point fixe de multiplicateur $\lambda \in \mathcal{T}$ d’une fonction rationnelle R arbitraire de degré supérieur d ou égal à deux (*cf.* §4.1), alors il existe une suite infinie de points périodiques convergeant vers z_0, donc R n’est pas linéarisable en z_0. Les multiplicateurs λ de Cremer satisfont la condition analytique

$$\limsup_{q\to\infty} \frac{\ln\ln(|\lambda^{n-1} - 1|^{-1})}{n} > \ln d,$$

qui signifie clairement que les “petits dénominateurs” $|\lambda^n - \lambda|$ tendent vers zéro extrêment vite, en fonction de d.

À l’inverse, Siegel démontra en 1942 le premier résultat positif de linéarisation : si ξ est un nombre *diophantien*, alors *tout* germe holomorphe $f(z) = e^{2\pi i\xi} z + a_2 z^2 + \cdots$ est localement linéarisable. Est *diophantien* un nombre réel ξ tel qu’il existe deux constantes positives ε et χ telles que tout nombre rationnel p/q approxime relativement “mal” le nombre ξ :

$$|\xi - p/q| \ > \ \varepsilon/q^{\chi}.$$

L’ensemble des nombres diophantiens est de mesure pleine sur la droite réelle. Il est facile de voir que tout nombre algébrique de degré d est diophantien avec $\chi = d$. En 1955, Roth raffina ce résultat : tout nombre algébrique est diophantien avec $\chi > 2$ arbitrairement proche de 2. En particulier, le théorème de Siegel montrait que tout germe de multiplicateur $e^{2\pi i\xi}$ avec ξ irrationnel algébrique est linéarisable.

Ces résultats ont été raffinés par Bryuno, Yoccoz et Perez-Marco. La condition d’être diophantien appelait naturellement une exploration du développement en fraction continue des nombres irrationnels ξ. En vérité, seul le développement en fraction continue d’un nombre réel possède un caractère canonique : tous les développements de type binaire, sexagésimal, décimal, hexadécimal, ou en base $b > 1$ quelconque n’ont aucun caractère invariant. Ainsi, pour une analyse plus précise des conditions qui assurent la linéarisabilité d’un germe, il faut scruter les réduites p_n/q_n de ξ.

3.4. Conditions arithmético-analytiques. En utilisant le fait que les réduites constituent des meilleures approximations rationnelles de ξ, on démontre qu’il existe des constantes $0 < c_1 < c_2 < \infty$ telles que

$$c_1/q_{n+1} \ \leq \ |\lambda^{q_n} - 1| \ \leq \ c_2/q_{n+1}.$$

[79] *Cf.* J. MILNOR, *Dynamics in one complex variable*. *Introductory lectures*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1999.

Ces inégalités expriment que les petits diviseurs se comportent tout simplement comme les dénominateurs des réduites de ξ. Alors la condition de Siegel s'exprime simplement par

$$\sup_{n\geq 1} \frac{\ln q_{n+1}}{\ln q_n} \; < \; \infty.$$

En 1972, Bryuno raffina considérablement le théorème de Siegel : tout germe holomorphe de multiplicateur ξ satisfaisant

$$\sum_{n\geq 1} \frac{\ln(q_{n+1})}{q_n} \; < \; \infty$$

est linéarisable. Réciproquement, Yoccoz démontra en 1987 que si cette série diverge, alors le polynôme quadratique $e^{2\pi i\xi}z + z^2$ a la propriété que tout voisinage de l'origine possède une infinité d'orbites périodiques ; il n'est donc pas linéarisable. La condition arithmético-analytique de Bryuno est donc nécessaire et suffisante pour la linéarisabilité d'un germe quadratique $\lambda z + z^2$. En 1990, Perez-Marco montra que la condition de croissance plus forte

$$\sum_{n\geq 1} \ln\ln(q_{n+1})/q_n \; < \; \infty$$

implique que tout germe *non linéarisable* de multiplicateur $e^{2\pi i\xi}$ possède une suite infinie d'orbites périodiques convergeant vers l'origine. Néanmoins, il existe beaucoup de germes non linéarisables qui ne possèdent pas d'orbites périodiques s'accumulant en 0.

3.5. Résumé. En définitive, le problème de linéarisation fait apparaître une palette de conditions de type arithmétique ou analytique sur les multiplicateurs qui sont autant de manières d'explorer les nombres réels. Néanmoins, malgré l'ampleur de ces travaux, on observera qu'il n'existe pour l'instant pas de condition nécessaire et suffisante qui caractérise la linéarisabilité d'un germe de fonction holomorphe arbitraire.

Dans l'appréhension analytique, l'être fractal ne s'offre que par un jeu libre de constructions géométriques qui sont autant de fenêtres sur l'univers immense du continu pur. Sans que cela soit évident au premier abord, le problème de linéarisation implique des concepts dynamiques profonds et cache une ontologie fractale réelle.

3.6. Vers l'être fractal dynamique. En effet, les objets fractals de type *dynamique*, qui naissent de l'itération autonome d'une application différentiable ou qui apparaissent comme ensembles limite de groupes kleiniens sont équipés d'une ontologie problématique beaucoup plus riche. Leur dimension de Hausdorff, leur connexité globale ou locale ainsi que leurs propriétés combinatoires ne procèdent plus en général d'une analyse élémentaire des conditions de constructions de base, mais sont purement problématiques et font l'objet d'une étude mathématique poussée, de nombreuses conjectures et théorèmes partiels, qui témoignent tous de l'ouverture et de l'inconnu. Par le biais de questions générales, le passage à l'être est prétexte à l'émergence de nouveaux objets. Par exemple, l'itération d'une application unimodale du segment $[0, 1]$ (c'est-à-dire ne possédant qu'un point critique non dégénéré) implique des phénomènes inattendus. Dans ce cas précis, certaines constantes ont un caractère d'universalité étonnant. Dans la cascade de doublement de période découverte par Feigenbaum et Coulet-Tresser, les rapports sucessifs procèdent asymptotiquement comme une série géométrique de raison égale à une constante approximativement égale à $\delta = 4,6692...$. On retrouve cette constante dans de nombreux phénomènes physiques, notamment dans l'étude de la turbulence, en chimie, en optique quantique, *etc.*, y compris en dimension supérieure à un, ce qui est remarquable. De plus, le rapport des divisions de branches est lui aussi universel et tend vers la constante $2,5029...$[80].

Plus encore, les applications rationnelles de la sphère de Riemann fournissent de fantastiques exemples d'objets fractals engendrés sans contrôle artificiel et sans contrainte d'unidimensionnalité. Pour ces fractals, la recette est simple : à travers une infinité dénombrable d'itérations, le devenir de chaque point appartenant à la sphère compte et peut s'avérer imprévisible. Place est offerte aux irisations et colorations du plan, aux dentelles ponctuelles inextricables et aux îles de givre inattendues. Parmi l'infinité non dénombrable des points qui constituent l'espace projectif complexe, beaucoup voient leur devenir dépendre explicitement de leur être en totalité, c'est-à-dire de leur développement décimal complet, ou mieux de leur développement en fraction continue. Même si rien ne nous autorise vraiment à considérer *tous* les nombres réels (et par là même, *tous* les nombres complexes) comme des êtres donnés en acte, il faut bien admettre que le devenir de chaque point peut dépendre explicitement de *tout* son développement décimal (ou de *tout* son développement en fraction continue), *vu comme totalité en acte*. Les sous-ensembles qui supportent la dynamique chaotique sont presque toujours de purs fractals qui sont d'une très grande richesse et d'une très grande variabilité par rapport aux paramètres.

§4. Dynamique des applications rationnelles sur l'espace projectif

4.1. Définitions et propriétés fondamentales. Les itérées d'une application *rationnelle* $R : \widehat{\mathbb{C}} \to \widehat{\mathbb{C}}$ induisent un système dynamique sur la sphère de Riemann $\widehat{\mathbb{C}} := \mathbb{C} \cup \{\infty\}$. Une telle fraction peut s'écrire comme un quotient

$$R(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{a_d\, z^d + \cdots + a_1\, z + a_0}{b_d\, z^d + \cdots + b_1\, z + b_0}$$

[80] P. Cvitanovic, *Universality in chaos*, Adam Hilger Ltd, 1984.

de deux polynômes premiers entre eux, dont l'un au moins est de degré d. Cet entier d coïncide avec le nombre de préimages $R^{-1}(z)$ d'un point générique z de $\widehat{\mathbb{C}}$. Plus précisément, l'application R induit un revêtement ramifié de degré d de la sphère $\widehat{\mathbb{C}}$ sur elle-même.

Le problème fondamental de la dynamique est de comprendre le comportement des itérés d'ordre élevé $R^{\circ n}(z) = (R \circ \cdots \circ R)(z)$ lorsque z parcourt la sphère de Riemann. Il s'agit de décrire phénoménologiquement le devenir de (presque) tous les points z de $\widehat{\mathbb{C}}$[81]. Même si de nombreux concepts dynamiques ont été inventés, ce problème demeure largement ouvert en toute généralité.

Toute application rationnelle de degré $d \geq 2$ mélange des aspects fortement dilatants avec des aspects fortement contractants[82]. En effet, l'itéré n-ième $R^{\circ n}$ étant de degré d^n, la formule de changement de variable donne $\int_{\widehat{\mathbb{C}}} |(R^n)'|^2 \, d\omega = d^n \to \infty$ après normalisation du volume $\int_{\widehat{\mathbb{C}}} d\omega = 1$, où ω est la forme de Fubini-Study du projectif $\widehat{\mathbb{C}}$ et $' = d/dz$ la différentiation. Par ailleurs, R possède exactement $2d - 2$ points critiques au voisinage desquels R se comporte comme l'application $z \mapsto z^k$ près de l'origine. C'est la tension entre ces deux aspects contradictoires qui est responsable de la complexité des applications rationnelles, et tout particulièrement de la complexité fractale des sous-ensembles de $\widehat{\mathbb{C}}$, dits de Julia, sur lesquels la dynamique est chaotique.

Pour toute application rationnelle fixée, la sphère se décompose en effet en deux sous-ensembles, l'ensemble de

[81]"*Main goal of dynamics* : Study asymptotic behavior of *almost any* parameter value in *representative* finite-parameter families of dynamical systems". M. LYUBICH, *The Quadratic Family as a Qualitatively Solvable Model of Chaos*, Notices of the AMS, **47**, no.9, 2000, 1042–1052.

[82]Les propriétés dynamiques de R sont rappelées ci-dessous sans aucune démonstration. Je renvoie donc aux célèbres Lecture Notes de John MILNOR, *Dynamics in one complex variable. Introductory lectures*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1999, ainsi qu'à la présentation conceptuelle éclairante de Curtis T. MCMULLEN, *Frontiers in complex dynamics*, Bull. Amer. Math. Soc. (New Series) **31** (1994), no.2, 155–172.

Fatou[83] F_R, un ouvert sur lequel les itérés de R convergent (normalement) vers une application holomorphe, et son complémentaire, l'ensemble de Julia J_R, sur lequel la dynamique est *chaotique* :

$$\widehat{\mathbb{C}} = F_R \cup J_R, \qquad F_R \cap J_R = \emptyset.$$

Pour le polynôme $R := z^2 + c$, où $c \in \mathbb{C}$ est un paramètre, on a la dichotomie suivante : ou bien son ensemble de Julia est connexe, ou bien il est parfait et totalement discontinu. Ce qui est remarquable dans cet exemple, c'est que le procédé d'excision que Cantor avait inventé pour engendrer son fameux ensemble triadique ("qui n'est pas condensé dans l'étendue d'un intervalle si petit qu'il soit") se trouve illustré d'une façon dynamique totalement originale, non cantonnée à la dimension un, avec de tels ensembles fractals disposé dans le plan d'une infinité de manières différentes.

Voici une autre définition (équivalente) de l'ensemble de Julia qui fait l'économie de la notion de familles normales et du théorème de Montel. Tout d'abord, un point *fixe* de R est un point $z_0 \in \widehat{\mathbb{C}}$ tel que $R(z_0) = z_0$. Un point *périodique* est un point fixe d'un itéré de R. Sa *période* est le plus petit entier k tel que $R^{\circ k}(z_0) = z_0$. L'ensemble $\{z_0, R(z_0), \ldots, R^{k-1}(z)\}$ est un *cycle*. Le nombre $\lambda := (R^{\circ k})'(z_j)$ est le même en tout point $z_j = R^{\circ j-1}(z_0)$ du cycle (il est égal au produit $R'(z_0)R'(z_1)\cdots R'(z_{k-1})$) et il est appelé *valeur propre* du cycle. Le cycle est dit

- ☐ *Attractif* si $|\lambda| < 1$.
- ☐ *Répulsif* si $|\lambda| > 1$.
- ☐ *Indifférent rationnel* si $\lambda = \exp(2i\pi p/q)$ avec p et q entiers, $q \neq 0$.
- ☐ *Indifférent irrationnel* si $\lambda = \exp(2i\pi\xi)$ avec ξ réel non rationnel.

Alors (par une nouvelle définition équivalente), l'ensemble de Julia est la fermeture de l'ensemble des cycles répulsifs. Cet ensemble jouit des propriétés suivantes :

(1) L'ensemble de Julia J_R est toujours non vide et non dénombrable.

(2) Les applications $R^{\circ j}$, $j \geq 2$, ont même ensemble de Julia que R.

(3) J_R est complètement invariant par R, c'est-à-dire $R(J_R) = J_R = R^{-1}(J_R)$.

(4) Pour tout point $z \in J_R$, l'orbite inverse $\{R^{\circ -j}(z) : j \in \mathbb{N}\}$ est dense dans J_R.

(5) Tout cycle attractif attire au moins un point critique de R. Il s'ensuit que R possède au plus $2d - 2$ cycles attractifs.

(6) Le bassin d'attraction complet d'un cycle attractif C de R est contenu dans F_R et son bord ∂C est contenu dans J_R.

4.2. Pourquoi les ensembles de Julia sont des ensembles fractals. Trois explications intuitives peuvent être apportées. Premièrement, lorsque l'on regarde des petites perturbations de l'application carré $z \mapsto z^2$ de la forme $z \mapsto z^2 + \varepsilon$, avec ε proche de zéro, l'ensemble de Julia J_ε subit une déformation continue avec naissance d'une structure fractale pour tout $\varepsilon \neq 0$. Pour $\varepsilon = 0$, la sphère $\widehat{\mathbb{C}}$ se partage en trois composantes, les deux domaines D et $\widehat{\mathbb{C}} \backslash \overline{D}$, où D est le disque unité $\{|z| < 1\}$ et le cercle unité bD. Sur ces deux domaines, les itérés convergent vers les deux points fixes superattractifs 0 et ∞. L'ensemble de Julia de z^2 est donc le cercle unité, ensemble invariant sur lequel la dynamique induite, dite de doublement de l'angle, est hyperbolique. De tels ensembles de Julia lisses sont tout à fait exceptionnels. Les produits de Blaschke admettent aussi le cercle unité comme ensemble de Julia lisse et même algébrique réel. Ce sont les produits finis de fractions de la forme $\frac{z-\alpha}{1-\bar{\alpha}z}$, où $|\alpha| < 1$. Pour ε proche de zéro, J_ε demeure topologiquement une courbe de Jordan, mais de plus en plus irrégulière. En utilisant le formalisme thermodynamique, Ruelle a en effet estimé la dimension de Hausdorff de J_ε : elle se comporte comme $1+\frac{|\varepsilon|^2}{4\ln 2}+\mathrm{O}(|\varepsilon|^3)$. On démontre généralement que si l'ensemble de Julia d'une fraction rationnelle hyperbolique R est connexe et possède une tangente en au moins un point, alors R est un produit de Blaschke et par conséquent, J_R est le cercle unité[84].

Deuxièmement, le théorème de linéarisation de Kœnigs montre pourquoi les ensembles de Julia apparaissent parfois comme des structures en spirales emboîtées à l'infini les unes dans les autres. Supposons en effet que R possède un point fixe répulsif z_0 de multiplicateur λ qui n'est pas réel. Après changement affine de carte projective et linéarisation, on peut supposer d'après Kœnigs que $R(z) = \lambda z$ au voisinage de l'origine. Comme l'ensemble de Julia J_R est parfait et totalement invariant, il existe un point z_1 proche de $0 \in J_R$ dont les préimages $z_n := R^{\circ -n}(z_1) = \lambda^{-n} z_1$ tendent vers zéro, en se distribuant le long d'une spirale logarithmique, puisque λ n'est pas réel. Comme l'ensemble des préimages de z_0 est dense dans J_R, les structures spiralées se répandent à toute échelle. En particulier, un tel ensemble de Julia ne peut pas être une variété lisse.

---

[84] F. BERTELOOT et V. MAYER, *Rudiments de dynamique holomorphe*, Cours spécialisés, Soc. Math. France, Vol. 7, 2001, Chap. 5.

[84] Classiquement, la “préhistoire” de la dynamique holomorphe date des travaux de Koenigs (1884) consacrés à des questions d'équations fonctionnelles que l'on peut interpréter géométriquement en termes de linéarisation de germes de fonctions holomorphes. Dans un mémoire de 1906, Fatou observe que les domaines maximaux de linéarisation n'ont pas un bord délimité par des courbes analytiques, et qu'ils sont souvent des ensembles parfaits, partout discontinus, aujourd'hui appelés *ensembles de Cantor*. Une série de mémoires de Fatou et Julia dans les années 1917–1920 contient la plupart des résultats fondamentaux concernant la partition de $\widehat{\mathbb{C}}$ en ces deux sous-ensembles F_R et J_R. Pour l'élaboration de ses Lectures Notes qui ont circulé dès 1991, John Milnor a puisé directement dans ces sources originales du début du siècle dernier.

4.3. Géométrie auto-similaire. Les ensembles de Julia possèdent beaucoup d'auto-similarité : pour tout point $z \in J_R$ avec $R'(z) \neq 0$, l'application R induit un isomorphisme conforme d'un voisinage de z dans J_R sur un voisinage de $R(z)$ dans J_R. De plus, pour toute application R de degré $d \geq 2$, et tout ouvert U rencontrant J_R, l'image $f^{\circ n}(U \cap J_R)$ est égal à J_R tout entier pour n assez grand : les itérés de l'application f agissent comme un zoom sur l'ensemble de Julia.

4.4. Rigidité des structures analytiques et souplesse des objets lisses. La rigidité des applications holomorphes se manifeste par exemple dans un résultat de Mane, Sad et Sullivan d'après lequel l'ensemble des applications rationnelles qui sont structurellement stables est un *ouvert dense*. Rappelons que la notion de stabilité structurelle fut élaborée dans les années 1930 par l'école russe, notamment par Andronov et Pontryagin qui introduisirent à dessein le terme de *systèmes grossiers* pour caractériser des systèmes dynamiques possédant un comportement phénoménologique stable par perturbations, le seul qui puisse posséder un sens dans le domaine de l'expérience où les données sont toujours approximatives. Smale démontra en 1965 que dans l'espace des difféomorphismes d'un 3-tore, la stabilité structurelle n'est pas une propriété dense. Ce phénomène vaut même pour la dimension deux. Pour des difféomorphismes de classe $\mathcal{C}^2$ de surfaces, Newhouse a exhibé des systèmes dynamiques avec persistance, après perturbations, d'intersections homoclines *tangentes* entre variétés stables et instables le long d'un ensemble de Cantor, systèmes pour lesquels ni l'hyperbolicité ni la stabilité structurelle ne sont des propriétés denses. Il est donc remarquable que la stabilité structurelle soit une propriété générique dans l'espace des applications rationnelles de $\widehat{\mathbb{C}}$.

§5. Enjeux de la conjecture d'hyperbolicité dense

5.1. L'harmonie hyperbolique. En dimension quelconque, une application différentiable f d'une variété riemannienne (M, g) dans elle-même est dite *hyperbolique* sur un compact invariant K (*i.e.* tel que $f(K) \subset K$) si l'espace tangent en tout point p de K se scinde de manière continue (ou mesurable) en deux sous-espaces $T_pM = E_p^+ \oplus E_p^-$ sur chacun desquels l'application tangente est, respectivement, strictement dilatante et strictement contractante. Dans le cas des applications rationnelles R de $\mathbb{C}$ et des ensembles de Julia J_R, cette notion se simplifie parce que la dimension géométrique est égale à un. Une application R est dite *hyperbolique* si sa restriction au compact totalement invariant J_R est hyperbolique. Comme l'application restreinte ne peut être que dilatante, l'hyperbolicité de R signifie simplement que R est *uniformément dilatante* sur son ensemble de Julia : il existe une constante $c > 1$ et une métrique conforme sur $\widehat{\mathbb{C}}$ telle que $|R'(z)| \geq c$ pour tout $z \in J_R$. Autrement dit, R pousse dans son ensemble de Fatou de manière uniforme tous les points proches de son ensemble de Julia qui ne lui appartiennnent pas. On démontre que R est hyperbolique si et seulement si la fermeture de la réunion des orbites des points critiques de R, appelée *ensemble post-critique* de R, est disjointe de J_R. Une autre condition équivalente est que tous les points critiques de R sont attirés par l'ensemble fini des cycles attractifs de R.

Les applications rationnelles hyperboliques de $\widehat{\mathbb{C}}$ possèdent un faisceau de propriétés particulièrement agréables qui en font les applications les plus simples conceptuellement, d'un point de vue dynamique. Tout d'abord, l'ensemble de Fatou de R ne contient ni disque de Siegel, ni anneau de Herman, mais seulement un nombre inférieur ou égal à $2d - 2$ de cycles (super)attractifs. D'après le théorème de non-errance de Sullivan, toute composante de Fatou (il y en a en général une infinité) est prépériodique et est attiré par l'un des cycles attractifs. Ces cycles sont bien évidemment stables par perturbation, et l'on sait que dans l'espace des applications rationnelles de $\widehat{\mathbb{C}}$, l'hyperbolicité est une propriété ouverte. Cet espace peut être paramétré par les $2d-1$ constantes apparaissant dans une fraction rationnelle à laquelle on impose (sans perte de généralité) $R(\infty) = \infty$ et qui s'écrit alors

$$R(z) = \frac{c_0 + c_1\, z + \cdots + c_{d-1}\, z^{d-1} + z^d}{c_d + c_{d+1}\, z + \cdots + c_{2d-1}\, z^{d-1}}.$$

Il s'identifie donc à l'espace vectoriel de dimension finie $\mathbb{C}^{2d-1}$. Grâce au lemme de distorsion de Kœbe, on démontre que l'ensemble de Julia est *ρ-poreux* pour une certaine constante $\rho > 0$, c'est-à-dire que tout disque centré en un point de J_R et de rayon r contient un disque de rayon $\rho\, r$ évitant J_R. Par un raisonnement général de théorie de la mesure, on en déduit que J_R est de dimension de Hausdorff $\delta(\rho)$ dépendant de ρ et strictement inférieure à 2. En particulier, l'aire de J_R est nulle. De plus, l'ensemble de Julia varie de manière continue pour la topologie classique de Hausdorff entre compacts de $\widehat{\mathbb{C}}$. Enfin, de manière générale, si l'ensemble de Julia d'une fraction rationnelle hyperbolique est connexe, ou bien J_R est un cercle et R un produit de Blaschke, ou bien J_R est un fractal au sens de Mandelbrot, c'est-à-dire que la dimension de Hausdorff de J_R est strictement supérieure à 1.

Ainsi, la condition d'hyperbolicité implique une simplicité, une robustesse et une "harmonie dynamique" remarquables d'où sont exclues tous les comportements fins liés aux points indifférents rationnels ou irrationnels. Puisque tous les points d'un ensemble de mesure totale convergent vers un attracteur fini A (la réunion des cycles attractifs), ces systèmes ont un comportement physique complètement prédictible du point de vue probabiliste : il existe un ouvert $U \subset \widehat{\mathbb{C}}$ (en l'occurence, il suffit de choisir $U := F_R$) de mesure pleine tel l'orbite de tout point $z_0 \in U$ converge vers A. En définitive, même si la combinatoire des cycles, leur nombre et leurs périodes peuvent tendre vers l'infini lorsque l'on fait varier certains paramètres de R, le portrait dynamico-géométrique des applications hyperboliques est clair et sans surprise.

Bien au contraire, de nombreuses questions sont encore ouvertes au sujet des applications non hyperboliques, notamment la forme des parties de l'ensembles de Julia bordant un disque de Siegel, la distribution des points paraboliques, l'existence d'un ensemble de Julia d'intérieur vide mais de mesure de Lebesgue positive, la description topologique des bifurcations des ensembles de Julia, la transformation des fleurs de Leau-Fatou en disques de Siegel, *etc.*.

5.2. Formulations de la conjecture d'hyperbolicité. Fatou croyait vraisemblablement que l'ensemble des applications rationnelles non hyperboliques était contenu dans un ensemble dénombrable de sous-variétés analytiques de $\mathbb{C}^{2d-1}$. Or il n'en est rien d'après un résultat de Rees (1986), qui a démontré que les applications non hyperboliques forment un ensemble de mesure positive dans l'espace $\mathbb{C}^{2d-1}$. Néanmoins, il est généralement conjecturé que l'hyperbolicité est une propriété dense parmi les applications rationnelles : c'est l'un des problèmes centraux de la dynamique holomorphe à une variable, encore largement ouvert aujourd'hui. L'enjeu est celui d'une bonne compréhension des comportements dynamiques en dimension un et pour des systèmes particulièrement rigides, qui possèdent à la fois des propriétés analytiques provenant de l'holomorphie et des propriétés de finitude provenant de l'algébricité[85]. Ma$\tilde{\mathrm{n}}e$, Sad et Sullivan ont démontré que la stabilité structurelle est une propriété dense. Plus précisément, une application rationnelle est structurellement stable si elle appartient à l'ensemble dense des applications ayant un nombre localement maximal (et donc localement constant) de cycles attractifs. De manière conjecturale, on s'attend à ce que tout système dynamique rationnel sur $\widehat{\mathbb{C}}$ qui est structurellement stable soit aussi hyperbolique.

5.3. Restriction à la famille quadratique. Après conjugaison, tout polynôme de degré deux sur $\widehat{\mathbb{C}}$ se ramène à la forme simple $z^2 + c$. L'ensemble de ces polynômes est alors paramétré par *une* constante complexe : l'espace des paramètres s'identifie à l'espace de la variable z. Malgré cette apparente simplicité analytique, la dynamique des applications quadratiques est particulièrement riche. La conjecture d'hyperbolicité peut être spécialisée à la famille quadratique $z \mapsto f_c(z) := z^2 + c$ et elle est encore ouverte : pour un ensemble dense de $c \in \mathbb{C}$, l'application f_c est hyperbolique. Elle peut être encore spécialisée en restreignant le domaine de variation de c à la droite réelle. Alors la relation d'ordre sur $\mathbb{R}$ offre une contrainte topologique forte permettant d'aller beaucoup plus loin, notamment dans le cadre de la dynamique des applications d'intervalles.

L'application f_c n'a que deux points critiques, $z = 0$ et $z = \infty$. De plus, le point ∞ est superattracif. Puisqu'il y a au plus 2 cycles attractifs et qu'une application est hyperbolique si et seulement si l'ensemble postcritique est disjoint de l'ensemble de Julia, on a la caractérisation suivante des applications quadratiques hyperboliques : ou bien le point critique est attiré par l'infini, ou bien il est attiré par un éventuel second cycle attractif situé dans le plan complexe fini $\mathbb{C}$.

Cette dichotomie rend naturelle la définition suivante du célèbre *ensemble de Mandelbrot* M : c'est l'ensemble des paramètres $c \in \mathbb{C}$ tels que l'orbite du point critique $\{f_c^{\circ n}(0)\}_{n \geq 0}$ n'est pas attirée par l'infini, c'est-à-dire reste bornée. C'est

[85] Par exemple, le théorème de non-errance de Sullivan, valable pour les applications rationnelles, est mis en défaut pour les applications transcendantes.

donc parmi les $c \in M$ que l'on doit rechercher les applications hyperboliques "non triviales", *i.e.* celles qui possèdent un cycle attractif à distance finie.

En 1995, McMullen a démontré un résultat sur l'inexistence de champs de droites mesurables invariants qui sont supportés par l'ensemble de Julia de f_c[86]. Ce résultat implique que toute composante connexe de l'ensemble de l'intérieur de l'ensemble Mandelbrot qui rencontre l'axe réel est entièrement constituée d'applications hyperboliques.

[86] La conjecture dite *rigide* énonce que seuls les exemples de type Lattès de dynamique couverte par une application linéaire dilatante d'un tore complexe possèdent un champ de droite qui est invariant par l'application rationnelle induite. Pour les applications quadratiques réelles ($c \in \mathbb{R}$), elle est traitée dans C.T. McMullen, *Complex Dynamics and Renormalization*, Annals of Math. Studies 135, Princeton University Press, 1995.

L'île mathématique

JOËL MERKER

§1. INTRODUCTION : L'ÎLE MATHÉMATIQUE COMME DÉRISION SOCIALE

S'interroger sur l'utilité – "à quoi ça sert ?" – et la pérennité des mathématiques, surtout celles que l'on qualifie de "pures", pourrait sembler hyper-actuel. Car à notre époque, affamée de visibilité sociale, de remise de pendule à l'heure, ces mathématiques ne seraient plus ni vraiment utiles, ni primordiales dans les enseignements du secondaire, ni indispensables au bon fonctionnement de la société, voire, en poussant cette idée à l'extrême, parfaitement remplaçables par des ordinateurs, comme l'a déclaré récemment, et sans ménagement, Claude Allègre[87], ex-ministre de l'Éducation et de la Recherche : "*Les maths sont en train de se dévaluer, de manière quasi-inéluctable. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs. Idem pour les constructions de courbes.*" Mais face au "séisme anti-mathématique", face à ces propos, qui furent les fruits pervers d'une arlequinade gouvernementale savamment orchestrée, quelques mathématiciens professionnels se sont senti le devoir de réagir. D'aucuns ont plaidé pour une plus grande ouverture, une plus grande réceptivité au foisonnement technique, d'autres ont critiqué toute pensée réductionniste et dénoncé l'absurdité d'une demande sociale ignorante et inexpérimentée, ou ont défendu l'inventivité, la fécondité et l'excellence du conceptuel, même au niveau le plus abstrait, d'autres enfin ont montré les limites de la recherche finalisée, bref, face aux menaces qui pesaient sur leur communauté, quelques mathématiciens ont tenté de réagir avec quelques arguments philosophiques, et en se dotant d'une idéologie minimale[88].

Mais paradoxalement, le malaise provoqué par les déclarations ministérielles aura eu beaucoup moins d'impact dans les universités, orientées essentiellement vers la recherche, que dans les lycées et collèges, voués à l'enseignement des mathématiques élémentaires, et dont le personnel est plus largement syndiqué. Sur le fond, chacun sait que le cerveau et l'esprit des chercheurs dans les universités sont absolument irremplaçables, et qu'il n'y a pas d'alternative technologique sérieuse là-dessus – méga-ordinateurs ou pas[89]. L'inquiétude des responsables de laboratoire s'est donc surtout focalisée sur l'attribution future des postes et des moyens de fonctionnement, qui sont vitaux pour la pérennité de la communauté[90]. Car une nation qui peut se glorifier de posséder la troisième école mondiale en mathématiques, après les États-Unis et le Japon, aurait tort de céder trop facilement aux pressions "pragmatiques" du Marché et de sacrifier un tel "pôle d'excellence" sans résister.

[1]Texte soumis pour publication dans la rubrique "Sciences" de la revue "*Études*", à la demande de Mr Guy Petitdemange, Directeur de la rédaction. Première version : 25 Avril 2000.

[2]*France-Soir*, 23 Novembre 1999.

[88]Voir *Gazette des mathématiciens*, $n^o 74$, Octobre 1997, "*Le rôle des mathématiques*", dossier établi par Marc Hindry, et surtout le texte de Gilles Châtelet, qui écrit p.13, je cite : "Ces deux spiritualités [de l'épicier du coin et de l'inspecteur des Finances] marchent désormais main dans la main, sûres de leur bon droit, distribuant les ultimatum : "À quoi servez-vous ? Vous devriez avoir honte d'être aussi abstraits, aussi élististes", agacés, sinon exaspérés par toute activité qui ne se laisse pas enfermer dans un horizon borné de chef comptable et apparaissent donc comme un défi insupportable au "pragmatisme" contemporain dont aime à se réclamer le *techno-populisme*." Du même auteur, je conseille de lire aussi : *Vivre et penser comme des porcs, de l'incitation à l'envie et à l'ennui dans les démocraties-marchés*, Exils, Paris, 1998.

[4]Cela fait à peine dix ans que nous sommes entrés dans l'ère des guichets automatiques. . .

Il faut dire que les mathématiques universitaires composent un monde très autonome, doté d'une richesse spirituelle extraordinaire, et traversé d'échanges intellectuels qui sont d'une vivacité sans égal, et où, par conséquent, les déclarations provocatrices, superficielles, lunatiques et sans fondement, même enflées par les media, incitent plutôt à une certaine indifférence. Pour être percutante, et pour "faire mal", la provocation doit toucher en plein cœur une vérité étouffée ou refoulée (par un individu, par une communauté). Or j'ajouterai que dans l'ensemble, les mathématiciens sont assez "philosophes" face aux problèmes de société, pour ne pas dire très détachés, peut-être un peu à cause d'une certaine distance vis-à-vis du politique, mais surtout à cause de leur engagement dans la *recherche mathématique* avec tout le *souci* qu'elle implique. En définitive, le navire continue à voguer, chacun s'affairant à son propre poste, du moussaillon au capitaine. L'insolence de l'affaire Sokal-Bricmont elle non plus n'avait pas réellement offensé les vrais travailleurs du concept, en philosophie.

Est-ce à dire que les mathématiciens, tels Vigny raillé par Sainte-Beuve, s'enferment trop facilement dans leur tour d'ivoire[91] car il s'y trouvent très bien ? À cette image d'Épinal de mathématiciens solitaires et déconnectés de la société, substituons une autre image, plus poétique et plus humoristique – un peu satirique, aussi –, qui est tirée des voyages de Gulliver[92].

Malgré ses pénibles expériences chez les nains de Lilliput et les géants de Brobignac, l'incorrigible Gulliver partira pour un troisième voyage, durant lequel, pris par les pirates,

[90] Avec de telles déclarations, la communauté pouvait en effet s'interroger sur les motivations politiques et économiques qui poussaient le gouvernement à jeter sans cesse le discrédit sur les mathématiques (et aussi sur les lettres, *etc*). L'ex-ministre répadant avec zèle la parole "anti-mathématique" déclarait encore, mi-sincère, mi-insultant pour la communauté des mathématiciens (23 Novembre 1999, *ib.*) : "Humainement parlant, je ne peux pas mettre zéro poste de maths au concours de recrutement. Je ne peux que réduire graduellement les postes mis aux concours, par honnêteté vis-à-vis des étudiants qui préparent ces concours et qui ont fait de gros efforts pour cela."

et abandonné ensuite dans un canot, il prendra pied sur une île très particulière, l'*île mathématique*. Gulliver est hissé par un système de poulies sur cette île, un grand corps opaque à base plate, lisse et brillante qui vogue dans les airs à une hauteur de cent toises environ au-dessus du rivage, qui ressemble à s'y méprendre au Mont Saint-Michel en dix fois plus étendu, et se dirige en direction de Lagado, la capitale terrestre du royaume de l'île. Là haut, il découvre des gens habillés de vêtements ornés d'images de soleil, de lune, et d'étoiles, et dont un œil fixe le zénith, tandis que l'autre est tourné vers l'intérieur. Leurs têtes penchent toutes sur la droite ou sur la gauche. Au comble de l'étonnement, Gulliver remarque alors autour d'eux "de nombreux domestiques en livrée armés de vessies gonflées attachées comme un fléau au bout d'un bâton". Dans ces vessies, "il y a des pois secs ou des petits cailloux" et avec ces instruments curieux, dont Gulliver ne tarde pas à comprendre l'utilité, les domestiques "frappent de temps à autre la bouche ou l'oreille de ceux qui se trouvent près d'eux". Invité alors par les notables qui l'ont rencontré à se rendre dans la demeure royale, Gulliver observe dès son entrée que le Roi ne prête nulle attention à lui. Sa Majesté est en effet plongée dans un *problème de mathématiques*, et il faudra aux visiteurs attendre plus d'une heure avant que ce problème soit résolu. . . Enfin, lorsque le Roi a terminé, deux jeunes pages munis de ces vessies le frappent alors, l'un d'eux sur la bouche, et l'autre sur l'oreille droite, ce qui fait sursauter le Roi brusquement. Regardant vers Gulliver, le Roi se souvient de ce qu'on lui avait dit de cette arrivée, et prononce alors quelques paroles à l'adresse de l'étranger. "Aussitôt, un jeune homme à vessie vint près de moi", raconte Gulliver, "et me frappa gentiment l'oreille droite, mais je fis comprendre par signes que je n'avais pas besoin d'un tel instrument. Ce geste donna au roi et à la cour, je m'en aperçus par la suite, une mince opinion de mon intelligence."

La fiction donne ainsi l'image d'un royaume autarcique et d'une société d'amoureux égarés de mathématiques éthérées, de "professeurs Nimbus évaporés", voire même d'aimables "ayatollahs du savoir", et qui sont à ce point "dans la lune", qu'il faut les ramener à la réalité par un bruit de hochet. . . !

Pour contrebalancer la fantaisie de ces visions littéraires quelque peu caricaturales, pour corriger tous les stéréotypes qui circulent sur les mathématiques et qui contribuent, malheureusement, à renforcer les complexes des littéraires face aux sciences mathématiques, nous nous proposons dans cet article de produire une *description à la fois didactique et anecdotique de la recherche en mathématiques*, de formuler aussi quelques informations générales, et de les articuler autour des questions les plus simples que nous nous posons tous, comme par exemple : qu'est-ce que la recherche en mathématiques ? à quoi servent les mathématiques ? comment fonctionnent-t-elles ? comment vit-on quand on est mathématicien ? comment la recherche mathématique est-elle possible ? Les mathématiques ont elles une limite ? *etc.* Le lecteur mathématicien n'y apprendra pas grand chose, les exemples choisis étant très classiques, qu'il me pardonne ! Mais dans cet article qui n'a ainsi aucune prétention à l'originalité ni philosophique ni technique, on cherchera à offrir à l'*homme lettré* une présentation modeste, abordable, de ce qui *constitue* le monde des *mathématiciens professionnels*, et de quelques mythes que l'on s'y raconte. Afin d'en faciliter la lecture, les informations les

---

[6]Image employée par Sainte-Beuve pour désigner la retraite pure, solitaire et hautaine où il regrettait que Vigny se fût si tôt enfermé. "(*Vigny*) est même allé jusqu'à penser (. . .) qu'il n'y avait de refuge assuré que dans le culte persévérant et le commerce solitaire de l'idéal. Longtemps, il s'est donc tenu à part sur sa colline, et, comme je le lui disais un jour, il est rentré avant midi dans sa *tour d'ivoire*." Sainte-Beuve, *Élection de Vigny à l'Académie Française*, Revue des Deux-Mondes, Févr. 1846.

[92]Jonathan Swift, *Les voyages de Gulliver*, Garnier, 1863, illustré par Grandville.

plus techniques, et qui ne sont pas indispensables à la compréhension du texte, seront renvoyées en notes de bas de page.

§2. Les mathématiques à l'école comme moyen de sélection : initiation obligée à la compétition intellectuelle

Hélas, l'image des mathématiques en France, pour le plus grand nombre, est globalemement négative. C'est le système éducatif qui en porte la lourde responsabilité, puisqu'il les utilise depuis longtemps, à la place du latin et du grec – maintenant disparus – comme moyen prééminent de sélection à l'école, et partant, comme mode direct d'exclusion, par exemple pour le passage en première scientifique, pour l'entrée dans une classe préparatoire, ou pour l'intégration d'une grande école scientifique. L'éducation utilise à ces fins élitistes les mathématiques, d'où le ressentiment, fort compréhensible, d'une part très importante de la société envers les mathématiques, ressentiment qui s'accompagne parfois d'une crainte sacrée pour un domaine prestigieux qui semble inaccessible. Mais en vérité, l'exigence de sélection provient, en amont, de la structuration de nos sociétés en sociétés de compétition "sauvage", à quelque niveau que ce soit (économie, sport, entreprises, universités, *etc.*). Peut-on remplacer les mathématiques par une autre matière comme moyen principal de sélection à l'école ? Possible. . . Car les mathématiques ne sont pas le seul moyen de sélection sociale ; de plus, à cause d'un discours gouvernemental dévalorisant, elles risquent elles aussi de tomber bientôt en désuétude, comme auparavant le latin et le grec. Quand on parle de mathématiques, le débat sur la sélection est incontournable, et c'est souvent un cercle vicieux. Mais en définitive, le *vrai débat* sur la compétition, *qu'il faut bien distinguer de l'émulation*, est un débat extrêmement difficile et profond, qu'on limite trop souvent par paresse de la pensée à un plan strictement idéologique ; un tel débat demeure malheureusement en marge sur un plan critique et philosophique universel ; il est quelque peu étouffé, passé sous silence, refoulé, mais cette question dépasse de loin les seules compétences des mathématiciens. Il serait souhaitable que cet ordre de questions ne porte pas atteinte à l'essence même des mathématiques.

Il y a en en effet France un *génie mathématique* de type cartésien, ancré dans nos esprits par une tradition classique, et qui imprège les grands esprits littéraires, *un génie proprement français du raisonnement rigoureux*, accompagné de l'impératif récurrent d'avoir, comme le disait Montaigne, la tête "bien faite". Dans les années 1950 à 1970, le cartésianisme initial a trouvé une postérité soudaine dans le structuralisme, en mathématiques (Hilbert, Bourbaki) et en sciences sociales (Levi-Strauss, Foucault). Une telle vitalité incite au respect. Aussi, ceux qui condamnent les mathématiques, ou ceux pour qui "La France ne peut plus se payer le luxe de produire du mathématicien pur[93]" auraient tout intérêt à bien estimer d'abord l'immensité du monde mathématique et à apprendre à connaître, par des témoignages extérieurs, la richesse de ce monde qui semble véritablement indéfini quand on le contemple de l'intérieur. Tandis que le monde géographique est clairement borné et que la Terre est aujourd'hui quasi-explorée, cartographiée, photographiée sous tous ses aspects, le monde mathématique apparaît au contraire de plus en plus comme un territoire truffé de zones vierges, hérissé d'icebergs et de continents inexplorés, qu'il sera de de plus en plus difficile, pour des raisons techniques, ou métaphysiques, de conquérir. *En mathématiques, la géographie virtuelle du possible est incommensurable à la géographie du connu.*

Le point qui est extêmement important ici, en effet, c'est que la réalité mathématique, non seulement *résiste*,

[93]Commentaire privé d'un enseignant de marketing à l'École Polytechnique.

mais surtout qu'elle est *source inépuisable d'information*. Par exemple, Alain Connes, médaille Fields[94] en 1984 et professeur au Collège de France, a beaucoup insisté pour que cette idée soit comprise, au moins intuitivement, par des non-mathématiciens : "*C'est le côté inépuisable qui est crucial*". [...] "Je prétends que, ne serait-ce que dans les propriétés des entiers, il y a une quantité d'informations qui n'est pas de type fini, qui est irréductible à tout système de type fini ou même à tout système de type fini donné récursivement que l'on puisse imaginer"[95]. Ainsi, toutes les déclarations à l'emporte-pièce de l'ancien ministre de la Recherche et toutes les opinions superficielles sur les mathématiques s'écartent radicalement de la vérité. L'infini potentiel, celui qui est à notre mesure, se situe peut-être avant tout dans les mathématiques[96].

§3. La compétition entre les chercheurs

La compétition à l'école – il s'agit bien sûr pour un élève doué d'avoir de meilleures notes que ses camarades – n'est en

[9]L'équivalent, en mathématiques, du prix Nobel.

[10]Alain Connes, André Lichnerowicz et Marcel Paul Schützenberger, *Le triangle de pensées*, chap. II, Odile Jacob, Paris, 2000, p.53.

[96]Du moins, tant que l'humanité ne délaissera pas l'étude des mathématiques ! Voici un argument simple pour étayer cette thèse. On sait qu'au strict niveau des *échelles*, notre place dans l'Univers spatial est incomparablement plus petite que notre place dans le Temps universel. Un simple calcul montre en effet que toute l'humanité mise bout à bout, pied contre tête, remplirait à peine un dixième de l'espace de cent cinquante millions de kilomètres qui sépare la Terre du Soleil (mais quand même !), tandis que toutes les vies humaines mises bout à bout couvriraient environ deux fois l'âge de l'Univers (près de quinze milliards d'années). Plus précisément, les rapports

$$\frac{\text{âge de l'Homme}}{\text{âge de l'Univers}} \cong 10^{-8} >> \frac{\text{taille de l'Homme}}{\text{taille de l'Univers}} \cong 10^{-26}$$

sont presque incommensurables sur le plan physique : $\frac{10^{-26}}{10^{-8}} \cong 10^{-14} \cong 0$. Et il faut quatre années à la lumière pour se rendre de la deuxième étoile la plus proche, *alpha* de la constellation du Centaure, à la Terre – par conséquent, les extraterrestres sont sûrement trop *lointains* pour communiquer avec nous ! En définitive, l'infini potentiel spatial ne semble pas être vraiment à notre mesure, tandis que l'infini potentiel des mathématiques, inscrit intimement dans le *temps* de la recherche, de l'exploration et du progrès, pour lequel nous avons le secours de la durée très grande de notre vie humaine, semble l'être beaucoup plus.

réalité qu'un phénomène banal d'initiation à la compétition sociale, et au-delà, pour ceux qui deviendront par exemple des mathématiciens, c'est une initiation à la compétition entre chercheurs d'un même domaine scientifique. Les universités et les communautés de spécialistes reproduisent à merveille un espace de rivalités propre aux adultes qui est analogue à celui de la classe pour les enfants (bons élèves, mauvais élèves, prix d'excellence, distinction honorifiques, médailles, le tout fondé très souvent sur l'opinions des "maîtres" et sur une réputation distillée par l'opinion du grand nombre). Le phénomène le plus nouveau par rapport à l'école, c'est la cristallisation des forces autour de groupes de recherche ou de laboratoires, voire de "collèges invisibles"[97], et la naissance de *rivalités entre équipes concurrentes* qui concentrent et unissent des forces individuelles, *y compris en mathématiques*[98]. Mais une telle structuration a globalement moins d'effets pervers que d'effets dynamisants, incitatifs et moteurs.

À ce sujet, le sociologue Bruno Latour a d'ailleurs défendu l'idée que la compétition dans les milieux scientifiques était, en moyenne, beaucoup plus sévère, beaucoup plus accentuée et beaucoup plus impitoyable que dans l'entreprise privée[99]. Sans s'engager dans de telles considérations de sociologie des sciences, disons qu'en recherche, il faut sans cesse être meilleur que les autres sur des terrains virtuellement communs d'exploration, et d'ailleurs, très souvent, le travail du meilleur chercheur éclipse, voire annihile la valeur du travail des autres : cela n'aurait en effet pas de sens de faire publier parallèlement un très bon résultat et un résultat plus faible qui ont été découverts en même temps sur le même sujet. En toute rigueur, si vous voulez triompher d'un mathématicien, vous devez donc en triompher *mathématiquement*, par la démonstration ou par la réfutation, avec des armes mathématiques. De fait, la compétition est extrême entre les chercheurs[100].

§4. Le génie mathématique

Car les mathématiques ont toujours exigé une absorption totale des forces de l'esprit. Tandis que la compétition économique et scientifique actuelle nous présente ses aspects plutôt étroits, tandis que l'*isolement volontaire* nous paraît aujourd'hui impensable, l'histoire nous remémore une autre image de la recherche en mathématiques, où les mythes vont bon train et se construisent facilement.

4.1. Gauss. À cet égard, l'exemple du mathématicien allemand Karl-Friedrich Gauss (1777-1855) est spectaculaire[101]. Surnommé le *prince des mathématiciens* (*Princeps mathematicorum*), Gauss entrevit en 1792, à l'âge de quinze ans, la possibilité des géométries euclidiennes ; en 1796, à dix-neuf ans, il démontra qu'il était possible de construire à la règle et au compas un polygone régulier de 17 côtés, inscrit dans un cercle, alors que ce problème était considéré comme insoluble pour les polygones de plus de 5 côtés depuis l'antiquité ; en 1801, à vingt-quatre ans seulement, il publia un traité de *Recherches arithmétiques* (*Disquisitiones arithmeticae*), de plus de cinq cent pages, contenant une théorie des congruences de

---

[12]Expression de Pierre Bourdieu, dans *Les usages sociaux de la science, Pour une sociologie clinique du champ scientifique*, Inra Éditions, Paris, 1997.

[13]Ce phénomène reste, il est vrai, l'apanage presque exclusif des sciences expérimentales.

[14]Bruno Latour, *Le métier de chercheur ; regard d'un anthropologue, passim*. Inra Éditions, Paris, 1995. Mais ces analyses, exagérément instrumentales

[100]"Il y a aussi les autres mathématiciens, espace de configuration instable de rivaux et d'amis qui ont des idées. C'est une constellation qui est une source d'inhibition et d'excitations. Parfois le progrès de l'un me paralyse. Parfois je vois clairement que l'idée d'un autre peut mener plus loin que là où il s'est arrêté." Michèle Vergne, *discours de réception à l'Académie des Sciences*, Paris, Institut de France, 29 Juin 1998. Michèle Vergne est la première femme à entrer à l'Académie des Sciences en mathématiques dans l'histoire.

nombres entiers, une théorie des formes quadratiques, quatre (!) démonstrations de la loi de réciprocité quadratique, qui avait été démontrée de manière incomplète par Legendre, une théorie nouvelle sur les extensions de corps cyclotomiques[102], qui lui permit de généraliser considérablement son résultat de 1796 sur la division du cercle en dix-sept parties égales, et d'obtenir une *condition nécessaire et suffisante* pour qu'un polygone régulier à un nombre entier n de côté soit constructible à la règle et au compas[103], *etc.* En 1827, après plus de quinze ans de travail, Gauss publia ses recherches sur les surfaces (*Disquisitiones circa generales superficies curvas*, traité qui devait révolutionner la conception de la géométrie, grâce aux interprétations et aux travaux subséquents de Riemann (1826-1866) et d'Einstein (1879-1955).

---

[16]Gauss publiait en latin, et relativement peu, et attendait que les fruits de ses recherches soient vraiment parfaits – "*Pauca, sed matura*", disait-il. Ainsi, pour la plupart des datations historiques de ses découvertes, les historiens se sont basés sur deux sources d'information importantes : sa correspondance, et son célèbre *Journal mathématique*. Ce Journal, l'œuvre résumée d'une vie, long d'une vingtaine de pages seulement, contient 146 énoncés extrêmement brefs et datés précisément, de tous les résultats que Gauss a démontrés dans sa vie et qu'il jugeait importants.

[17]Extensions de corps liées à l'équation algébrique $x^n - 1 = 0$, dite *cyclotomique*, du grec *kyklos*, cercle et *tomê*, coupure.

[18]Gauss en avait déjà trouvé une démonstration en 1796. Adrien-Marie Legendre (1752-1833), mathématicien français, est l'auteur de nombreux *traités* qui demeurèrent longtemps des classiques par excellence et qui eurent une influence très profonde sur les recherches de Gauss.

[19]Gauss démontre que ce polygone régulier à n côtés est constructible à la règle et au compas *si et seulement si* $n = 2^\mu p_1 p_2 \cdots p_k$ est le produit par une puissance de 2 de nombres *premiers* de la forme $p_j = 2^{2^j} + 1$, où j est un entier, $j = 0, 1, 2, \ldots$. Un nombre p est dit *premier* s'il n'est pas divisible par un nombre q strictement inférieur à p. Ces nombres p_j sont appelés *nombres de Fermat*, car Pierre de Fermat (1601-1665), conseiller au Parlement de Toulouse, et renommé pour ses recherches en arithmétique, avait conjecturé que tous les nombres p_j sont premiers. Les nombres $p_0 = 3$, $p_1 = 5$, $p_2 = 17$, $p_3 = 257$, $p_4 = 65537$, sont premiers. Mais le mathématicien suisse Euler établit en 1732 que $p_5 = 2^{32} + 1 = 4294967297$ n'est pas premier, et qu'il est divisible par 641 ; Legendre en 1780 montra que p_6 est divisible par 274 177 et *on ne connaît explicitement aucun* p_j *premier pour* $j \geq 5$! Une telle remarque limite donc de manière inattendue la portée du théorème de Gauss, dans lequel tous les p_j apparaissant dans $n = 2^\mu p_1 p_2 \cdots p_k$ doivent, en plus, être des nombres premiers. Ainsi, une conjecture, même célèbre, peut très bien s'avérer être complètement fausse. . .

De plus, la personnalité de Gauss et son choix de vie apparaissent habituellement très fascinants aux yeux des mathématiciens, et son expérience témoigne d'une possible *autonomie complète* de l'activité mathématique (*cf. supra* "l'*île mathématique*" de Swift). Gauss s'était en effet convaincu, à partir d'expérience vécues, qu'il n'aurait que peu de choses à apprendre à vouloir communiquer et à échanger avec les autres mathématiciens. . . Aussi préféra-t-il s'isoler presque complètement du champ des influences de l'activité mathématique de l'époque[104].

4.2. Galois. La personnalité du célèbre jeune mathématicien républicain Évariste Galois (1811-1832) offre un autre exemple qui témoigne à la fois de l'importance de l'*autonomie absolue* du génie mathématique et d'une exigence d'*implication totale* dans l'activité mathématique[105]. En dépassant largement les travaux de ses aînés et quasi-contemporains Lagrange (1736-1813) et Legendre (1752-1833), Galois a résolu complètement le problème qui était central à l'aube du dix-neuvième siècle, à savoir la résolution des équations algébriques de degré supérieur à quatre, par une méthode originale et entièrement nouvelle, et a dégagé le concept mathématique très important de *groupe mathématique* qu'il trouva alors sur son chemin et qu'il inventa – le terme "groupe d'une équation algébrique" est en effet dû à Galois[106]. La vie de Galois ressemble véritablement au passage d'une comète. Et cette vie exemplaire a contribué à ancrer dans les consciences *le mythe du mathématicien génial*, très précoce, très fort de caractère, complètement autonome dans ses lectures et dans ses recherches, disparu – hélas ! – prématurément, ayant surtout découvert un théorème très important, ou résolu une question très difficile ; ce jeune savant a été ignoré de ses contemporains, ses travaux ayant

[104]J.-P. Colette, *Histoire des mathématiques*, Vuibert, Paris, 1979.

été exhumés de nombreuses années après sa mort. Mais sincèrement, la fulgurante épopée galoisienne est véritablement fascinante, et la réalité dépasse en la matière largement la fiction.

En février 1830, Galois remet à l'Académie des Sciences un mémoire sur les conditions pour qu'une équation soit soluble par radicaux, en vue de concourir pour le Grand Prix de Mathématiques. Au mois de de Juin 1830, il apprend la perte de son mémoire présenté à l'Académie : *il était chez M. Fourier qui devait le lire, et, à la mort de ce savant, le mémoire a été perdu*. Qu'à cela ne tienne ! Chassé de l'École Normale Supérieure durant la révolution de 1830, après avoir critiqué publiquement le directeur M. Guignaut dans la *Gazette des Écoles*, Galois se verra conseiller par Poisson de présenter à nouveau un mémoire à l'Institut en Janvier 1831. Entre-temps, il fut arrêté le 7 Mai 1831 à la suite d'un toast régicide qu'il avait porté, poignard à la main, lors du banquet républicain aux Vendanges de Bourgogne, puis il fut défendu dans le journal *Globe* et finalement acquitté le 15 Juin. Mais le 4 Juillet, Poisson présenta son rapport, négatif, dans lequel il mettait en doute son théorème central et déclarait ses raisonnements incompréhensibles. La rancœur de Galois fut immense, et il se jeta à corps perdu dans la lutte politique, oubliant presque entièrement ses recherches mathématiques. Emprisonné par deux fois à partir du 14 Juillet 1831, il décèda le 30 Mai 1832 des suites des blessures causées par un absurde duel dû à une obscure querelle amoureuse entre hommes pour une “midinette”. Galois s'était rendu au duel avec l'idée qu'il allait mourir et avait rédigé dans la nuit précédant le drame un testament

[20] *cf.* J.-P. Colette, *ib.*

[21] On pourra consulter l'excellent texte de G. Verriest, *Œuvres mathématiques d'Évariste Galois*, publiées en 1897, suivies d'une notice sur Évariste Galois et la théorie des équations algébriques, Gauthiers-Villars, Paris, 1961. Cette notice fournit des éléments biographiques complets et propose une introduction historique et heuristique sans égal à la théorie de Galois, interprétée comme *processus de discernement progressif de l'indiscernabilité des racines*.

mathématique fourmillant d'idées nouvelles que la postérité allait confirmer. On a beaucoup commenté l'importance des conceptions de Galois[107] et rêvé sur ce qu'il aurait pu continuer à inventer s'il n'était pas mort si prématurément.

4.3. La part de rêve et d'intuition. En définitive, les aventures de Gauss et de Galois (et d'autres), qui sont exemplaires sur le plan historique, symbolisent une part d'idéalité et de rêve dans l'activité de tous les mathématiciens, chez qui on retrouve la stupéfiante précocité d'un Victor Hugo, d'un Arthur Rimbaud, cristallisant une rêverie qui oscille entre mythe et réalité. À l'époque de Fermat, on pouvait faire des mathématiques en amateur, par passion. Au dix-huitième siècle, on pouvait "faire des mathématiques par lettres". Au dix-neuvième siècle, on pouvait faire de l'algèbre et de la géométrie hors contexte axiomatique, hors contexte structural, avec des moyens intuitifs et heuristiques qui n'étaient pas ressaisis dans un langage aux apparences rigoureuses, bref en utilisant des méthodes à caractère "génétique" ou quasi-empiriques. Mais aujourd'hui, la virtuosité des jeunes chercheurs ne se déclare plus en moyenne avant l'âge de vingt-cinq ou de trente ans. Car aujourd'hui, il y a beaucoup à apprendre avant de commencer à chercher, aujourd'hui, les mathématiques se sont institutionnalisées et popularisées, elles se sont considérablement fortifiées, spécialisées et même raffinées à l'extrême sur le plan technique (qu'on songe à l'évolution hyper-abstraite de l'arithmétique depuis les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss, déjà hautement techniques, et qui ont aujourd'hui près deux cent ans) et ainsi, des enjeux d'un type nouveau sont aussi apparus quant à la constitution d'un domaine que l'on peut désigner comme celui de la *recherche en mathématiques*.

[107]"La grande portée de l'œuvre de Galois tient en somme à ce fait que *sa théorie si originale des équations algébriques est une application systématique des deux notions fondamentales de groupe et d'invariant*" (Sophus Lie (1842-1899), *Influence de Galois sur le développement des mathématiques*, publié dans *Le centenaire de l'École Normale* 1795-1895, Hachette, 1895.

Mais c'est un domaine qui apparaît très mystérieux de l'extérieur et l'on se demande souvent pourquoi les mathématiques existent et comment elles peuvent exister pour ceux qui en font tous les jours.

§5. Conditions de possibilité générales pour ce que l'on peut désigner comme la recherche en mathématiques

5.1. Trois conditions. (i) La *première condition de possibilité* de la recherche est primordiale : c'est qu'il *existe des "problèmes ouverts" à résoudre* et pour lesquels personne n'a idée de la solution, et plus généralement, qu'il existe des champs de "choses à faire", qu'il existe des objets à étudier, mais qui "résistent" fortement, qu'il reste à traiter des cas "difficiles", *même si* la vision de toutes ces possibilités laissées dans l'ombre demeure assez imprécise et vague, sauf peut-être pour les spécialistes, *même si* l'issue d'une recherche est très souvent imprévisible, *même si* personne, ni aucune institution ne peut prendre la responsabilité de dire que telle recherche donnera sûrement des résultats positifs. Cela peut paraître extrêmement banal, mais c'est un fait : en mathématiques, "il y a des choses à faire", "il y a du nouveau à chercher", et ces choses ne sont pas seulement de l'ordre de la répétition, de la duplication, de l'imitation, ou de l'application de mathématiques toutes faites au monde technologique et industriel.

(ii) La *deuxième condition de possibilité* de la recherche en mathématiques, c'est le rapport fondamental au monde physique et économique, comme univers d'inspiration, comme réservoir sans fin de problématiques. Il s'agit du rapport entre le monde abstrait et le monde concret, et de "l'efficacité déraisonnable" – et mystérieuse – des mathématiques dans le monde physique. Ce rapport est crucial pour le développement du monde abstrait. Le mathématicien français Joseph Fourier (1768-1830) avait défendu l'idée d'une *fécondation réciproque double* entre ces deux mondes[108] : “toute question physique se ramène à une recherche d’analyse mathématique et la physique est un moyen assuré de former l’analyse mathématique elle-même”.

(iii) La *troisième condition de possibilité*, pour la recherche en mathématiques, et la plus prosaïque, c’est l’attribution de moyens concrets de fonctionnement par les gouvernements, par les instances politiques : locaux, crédits, création de postes, voyages à l’étranger, renouvellements de contrats d’Unités Mixtes de Recherche, *etc.* Il y a environ 60 000 mathématiciens chercheurs “professionnels” dans le monde (universités, organismes de recherche, grandes entreprises, microinformatique) et près de 6 000 en France.

Parmi les trois conditions de possibilité ainsi dégagées : l’ouverture intrinsèque des mathématiques, la fécondation par le monde physique, et l’attribution de moyens de fonctionnement, je choisirai de me limiter ici à l’exposé de quelques aspects simples et accessibles de la première[109]. C’est en effet l’*autonomie* du questionnement mathématique qui reste le plus difficile à saisir de l’extérieur.

5.2. La présence de questions ouvertes. En effet, ce n’est que de l’intérieur que l’on peut vraiment apprendre à voir l’importance des *questions ouvertes*, leur articulation générale les unes avec les autres, leur interdépendance, leur réciprocité et les projets et les enjeux qu’elles représentent. On entend par *question ouverte* une question mathématique qu’il est possible de formuler à partir d’une connaissance théorique précise, qui semble intéressante en elle-même, mais dont personne ne connaît la réponse. Paradoxalement, ce qui rend les

[108] *Théorie analytique de la chaleur*, Introduction, 1822.

[109] Pour la seconde condition de possibilité, les mathématiciens possédent tout un arsenal d’exemples montrant la nécessité d’employer des concepts venant des mathématiques les plus abstraites pour résoudre des problèmes physiques ou économiques concrets (voir *Gazette*, n^o74, *ibidem*).

mathématiques possibles, leur *ouverture intrinsèque*, demeure éternellement ce qui est le plus difficile à voir... En effet, la spécialisation et le raffinement de l'activité sont devenus tels, que dans la plupart des domaines pour lesquels existe une très longue tradition, comme l'arithmétique ou la géométrie algébrique, il est presque impossible de voir de l'intérieur les questions ouvertes, à moins d'avoir reçu une formation très rigoureuse et très longue, à moins d'avoir consacré une grande partie de sa vie presque exclusivement à la recherche, et qui plus est, dans un domaine précis et restreint. Mais néanmoins, on peut donner, à partir d'exemples classiques, un petit aperçu sur l'ouverture propre aux mathématiques, grâce à quelques "questions-phare" qui sont faciles à exprimer, mais qui sont néanmoins restées ouvertes très longtemps, ou qui le sont encore. Que le lecteur non versé dans la culture mathématique ne soit pas alarmé par l'apparition de quelques équations dans le texte ou par l'apparente technicité des références. Ces données n'apparaîtront ici qu'en vertu du souci de l'auteur de communiquer quelques informations précises, afin de soutenir et d'illustrer les analyses et interprétations conclusives des paragraphes 7 et 8 ci-dessous, que l'on peut lire d'abord avant de terminer le paragraphe 5.

5.3. Équations diophantiennes. Par exemple, l'*arithmétique des équations diophantiennes*[110] recèle de nombreuses conjectures arithmétiques simples, faciles à exprimer, et presque "gratuites", mais qui sont la plupart très difficiles à résoudre. On appelle *équation diophantienne* la donnée d'un système d'équations polynomiales à coefficients entiers, à n inconnues, qu'il faut résoudre en nombres entiers. De nombreux exemples peuvent être inventés. On sait depuis les travaux de J. Robinson, Yu. V. Matijasevic et d'autres (peu avant 1970) qu'il n'existe pas de procédure algorithmique universelle permettant de décider si une équation diophantienne possède des solutions en nombres entiers, ou n'en possède pas[111].

L'intérêt des équations diophantiennes comme exemple de réservoir de problèmes ouverts en mathématiques réside dans leur relative simplicité d'énonciation ; un bagage de lycéen suffit. Il n'est pas nécessaire d'avoir suivi un cursus de mathématiques très pures et très abstraites pour comprendre l'énoncé des questions (bien qu'à la vérité, cela soit absolument nécessaire pour travailler dans le sujet). Les équations diophantiennes les plus célèbres sont :

a. *La conjecture de Fermat* : pour $n \geq 3$, la fameuse équation $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solutions en nombres entiers positifs avec $xyz \neq 0$[112]. On en a beaucoup parlé au début des années 1990. Pour $n = 2$, c'est l'*équation de Pythagore*, qui admet au contraire une infinité de solutions, ce que l'on sait depuis l'antiquité. Dans la première moitié du $XVII^e$ siècle, Pierre de Fermat avait prétendu être en possession d'une démonstration de cette assertion, au moins pour les cas $n = 3$ et $n = 4$[113]. Mais on n'a jamais trouvé ni trace ni confirmation de cette démonstration. Alors le problème allait rester ouver pendant plus de trois cent cinquante années et exercer la sagacité d'innombrables mathématiciens, qui durent nombreux se résigner à ne pas parvenir à la solution complète avant de s'éteindre. Le cas $n = 4$ fut démontré noir sur blanc par Frénicle en 1676 en utilisant la méthode de descente infinie de Fermat. Le cas $n = 3$, plus délicat, fut ébauché par Euler en 1774, puis précisé par Gauss. Il fallut donc plus d'un siècle pour y parvenir ! Legendre mit au point en 1823 le cas $n = 5$ par méthode de montée infinie. Lamé en 1837 établit le cas

[25] Article *Équations diophantiennes*, *Encyclopaedia universalis*, 1997.

[111] Ce fut la solution *négative* au dixième problème de la liste des 23 problèmes proposés par Hilbert lors de sa conférence au *Congrès International des Mathématiciens* de 1900, et qui eut une si profonde influence sur le développement des mathématiques au XX^e siècle.

$n = 7$. Puis, vers 1850, Kummer vint rafler tous les exposants premiers inférieurs à 100, sauf 37, 59 et 67, et de nombreux autres au-delà. En 1893, Mirimanoff démontra le cas $n = 37$. En 1968, le théorème de Fermat était démontré pour tous les nombres premiers jusqu'à 125 000 et d'autres au-delà. Mais ce n'est qu'en 1993-1995 que le mathématicien britannique Andrew Wiles obtint des résultats qui impliquaient le théorème pour tous les nombres $n \geq 3$.

b. *L'équation de Pell-Fermat* : $x^2 - dy^2 = 1$, où l'on suppose d sans facteur carré, qui possède une infinité de solutions. Son étude amorcée par Fermat fur complétée par Lagrange et Pell.

Par extension, on appelle aussi *équation diophantienne exponentielle* une équation dans laquelle les exposants figurent parmi les inconnues.

c. La plus fameuse de ce type est l'*équation de Catalan* : $x^m - y^n = 1$, à résoudre en entiers (x, y, m, n) au moins égaux à 1. Catalan (1814-1894) affirmait qu'elle n'admettrait pas d'autres solutions que $3^2 - 2^3 = 1$. En 1976, R. Tijdeman a montré que l'équation de Catalan n'a qu'un nombre fini de solutions, et n'en avait aucune au-delà d'un certain rang, mais en donnant une borne véritablement colossale : il n'y a plus

[27]Sur la conjecture de Fermat, et la démonstration de Wiles-Taylor, voici quatre références de type "vulgarisation spécialisée", classées par ordre d'accessibilité : (1) Amir D. Aczel, *L'énigme du théorème de Fermat*, Desclée de Brouwer, 1998. (2) Yves Hellegouarch, *Fermat vaincu !*, Quadrature, $n^o 22$ (1995) ; (3) Catherine Goldstein, *Le théorème de Fermat enfin démontré*, La Recherche, Numéro hors-série, *L'Univers des nombres* Août 1999 ; (4) Yves Hellegouarch, *Invitation aux mathématiques de Fermat-Wiles*, Masson, Paris, 1997.

[113]Dans les marges des *Arithmétiques* de Diophante, Pierre de Fermat aurait écrit ces lignes qui allaient devenir une énigme légendaire : "*Il n'est pas possible de décomposer un cube en somme de deux cubes, une puissance quatrième en somme de deux puissances quatrièmes et généralement aucune puissance, d'exposant supérieur à 2 en deux puissances de même exposant*". En vérité, on ne connaît aucune trace de ces démonstrations. Presque tous les théorèmes de Fermat étaient donnés sans démonstration, car il était d'usage de proposer ses découvertes à la sagacité de ses interlocuteurs, par un jeu d'émulation témoignant d'une concurrence très vive, notamment entre géomètres anglais et géomètres français.

de solutions pour $x^m > \exp\exp\exp 250$. Après le résultat de Tidjeman, la vérification de la conjecture de Catalan était ainsi réduite à un nombre *fini* – mais très grand – de calculs. Malheureusement, cette borne se situe bien au-delà des limites de calcul – par vérification mécanique au cas par cas – que possèdent les plus puissants ordinateurs actuels ou futurs. Un vide énorme subsiste donc entre cette borne, et ce que l'on sait atteindre par une vérification mécanique de la conjecture de Catalan pour des entiers x, y, m, n bornés. Et ce vide constitue peut-être une figure originale et paradoxale – bien que transitoire[114] – de l'infini potentiel : l'infini, ce ne serait pas l'infini illimité, ce serait un infini limité qui se situerait dans l'entre-deux entre le calcul accessible par ordinateur et ce qui est inaccessible à ce dernier, *pour de simples raisons de taille physique indépassable, actuellement ou dans l'avenir*.

5.4. Conclusion. Ainsi, il existe quelques questions ouvertes sur lesquelles des générations de chercheurs se sont acharnées avant qu'une solution complète et satisafaisante ne soit apportée. Certaines sont toujours ouvertes. Il faut dire que l'intérêt pour les questions arithmétiques n'est pas partagé par tous les mathématiciens. Vladimir I. Arnold n'écrivait-il pas, à propos du théorème de Fermat-Wiles : "Il est clair que non seulement cela ne provoque pas une grande admiration pour la mathématique, mais qu'au contraire cela suscite des doutes sur la nécessité de tels efforts (comparables à l'escalade de rochers difficiles) pour résoudre des problèmes exotiques dont on peut se demander à qui et à quoi ils vont servir."[115] Heureusement, il existe des questions arithmétiques qui exigent de l'escalade de très haut niveau et que tout mathématicien reconnaîtra "utile au premier degré". Par exemple, la question la plus importante depuis près d'un siècle et demi, celle dont la réponse aurait le plus de retombées et de corollaires, non seulement en

[114] jusqu'à ce qu'une démonstration nouvelle plus puissante, abaissant considérablement la borne limite, ne soit découverte.

arithmétique, mais dans de nombreuses autres branches des mathématiques, est la conjecture dite de Riemann sur les zéros de la foncion *zeta*[116]. Mais il existe plus généralement de nombreuses catégories de questions ouvertes, plus ou moins locales, particulières, techniques et spécialisées. En général, les domaines précis des mathématiques, comme l'algèbre différentielle, la topologie algébrique ou les équations aux dérivées partielles, sont tendus vers l'étude de multiples objets complexes que l'esprit interroge sans relâche. Il serait difficile d'en parler sans rentrer dans les détails, ce qui demande une formation spécifique à chacun de ces domaines, mais nous pouvons d'ores et déjà conclure que les mathématiciens s'immergent dans les questions ouvertes, que c'est ce qui rend leur activité possible et que leur travail “pour l'honneur de l'esprit humain” répond lui aussi à une demande sociale d'élévation de l'esprit.

§6. Se maintenir disponible face à l'imprévisible et lui réserver une place de choix

La troisième condition de possibilité est la plus paradoxale. Car les dispositifs institutionnels – universités, organismes de recherche, ministères – se trouvent confrontés à un problème apparemment insoluble : *programmer l'inventivité, prévoir l'imprévisible, contraindre l'invention à être inventive*. Le paradoxe est de taille. . ., c'est presque une aporie. Il s'agit de préserver un *maintien de disponibilité face à la surrection de l'événement et de la découverte*. Et l'installation dans la durée, dans l'indétermination, dans l'indécision et dans l'hésitation semble nécessaire. Sinon, la recherche, qui demande du temps, serait abandonnée avant d'être commencée. En définitive, il semble que la recherche soit redevable d'une *confiance*

[30]V. I. Arnold, *Sur l'éducation mathématique,* Gazette des mathématiciens, n^o78 (1998), pages 19-29.

[116]Pour une présentation divertissante, *cf.* Keith Devlin, *Mathématiques, un nouvel âge d'or*, Chapitre 9, Masson, Paris, 1992.

dans la puissance de construction à long terme qu'offrent le temps et la durée. Ainsi, le financement des institutions de recherche tient compte intrinsèquement de la durée. Et l'idéal serait de *prendre sans cesse des dispositions nouvelles pour réanimer le sens de l'inventivité à long terme*[117]. Mais aucun argument philosophique, politique ou technocratique ne peut étayer la nécessité de cette disponibilité : on sait seulement que de telles dispositions, décidées à un niveau politique, sont favorables à la réussite scientifique. Le rôle de l'État et des institutions est bel et bien de *garantir* et *promouvoir* la possibilité et la mobilité de l'inventivité contre certaines forces puissantes (le marché, le profit à court terme, la rentabilité des capitaux) qui vont en sens inverse. On comprend alors rétrospectivement combien ont pu paraître ineptes et dégradants les propos “anti-mathématiques”, qui pouvaient être interprétés à juste titre comme une volonté de faire jouer ces forces puissantes contre les forces de l'esprit et de les faire jouer, sans mobile apparent, contre certains pôles d'excellence en France (littérature, mathématiques, physique des particules).

§7. Le travail de réécriture, l'évaluation, la réception et l'acceptation d'un résultat par la communauté

Près de quatre-vingt dix pour-cent du temps de l'activité en mathématiques est consacré à réécrire des textes, des articles et des livres : réécriture de ses propres manuscrits, simplification et réécriture de théorèmes connus, réécriture de livres, ajouts de chapitres, réorganisation du plan d'un livre, *etc*. Par exemple, la rédaction de chacun des fascicules du célèbre traité *Éléments de mathématique* de Bourbaki se faisait en général en sept ou huit fois. Une première rédaction était

[117] D. Lecourt, *Le conformisme dans la recherche scientifique et technique*, L'aventure humaine, $n^o 2$, Mai-Juin 1995, 52–56, Association Diderot Éditeur, Paris.

confiée à l'un des membres de Bourbaki. Cette première version était alors *lue à haute voix* lors d'un congrès, comme test, elle était alors impitoyablement critiquée par les autres membres, et ensuite, la rédaction d'une deuxième version était confiée à un autre membre, plus ou moins choisi au hasard, jusqu'au prochain congrès. . . et ainsi de suite jusqu'à ce que le processus converge, parfois par lassitude, vers une septième ou huitième version unanimement acceptée et prête à la publication.

C'est le choix d'une personne différente pour chaque rédaction successive et la lecture critique en commun qui ont fait la force du procédé d'écriture du groupe Bourbaki. L'intersubjectivité, gage de rigueur, est essentielle : elle offre des possibilités de reconstruction et d'amélioration sans égal. Dans la recherche mathématique contemporaine, la relecture et la réécriture occupent aussi une place centrale pour la stabilisation et la reconnaissance des résultats.

Lorsqu'un chercheur a longtemps travaillé sur un sujet et obtenu des résultats qu'il juge satisfaisants, sans erreur et dignes d'être publiés, il *soumet* son manuscrit à une revue, à un journal, un peu comme un écrivain, célèbre ou inconnu, soumet un roman aux Éditions du Seuil. Dans ce dernier cas, un comité de rédaction examine, le plus souvent lors d'une réunion commune, la valeur du travail soumis. Mais chez les mathématiciens, la technicité du travail et la spécialisation, font que peu de gens peuvent lire les travaux soumis. D'où la nécessité de confier ce travail à des *rapporteurs* (*referees*, en anglais) spécialisés dans la même discipline, et qui sont le plus souvent des *concurrents directs* de la personne qui soumet son travail, ou des mathématiciens établis qui ont peu de

[117] Sur Bourbaki, je recommande vivement la lecture de Maurice Mashall, *Bourbaki, une société secrète de mathématiciens*, Pour la Science, collection “Les génies de la science”, (hors-série), Fév–Mai 2000. *L'Univers des nombres*, La Recherche, Hors-série, n^o2, Août 1999.

temps à consacrer à une lecture très attentive du travail soumis et qui distribuent le travail à leurs élèves. Il faut savoir que l'examen précis d'un article peut demander plus de cinquante heures de travail. Il y a essentiellement deux règles de sélection : la première, facile à respecter, c'est que le travail puisse être jugé intéressant, digne de publication et fécond par la suite. Sur ce point, une opinion rapide peut être émise. La seconde, plus difficile à suivre, c'est que le travail en question soit juste, exempt de toute erreur, parfaitement prêt pour la publication. Alors il faut entrer dans le détail. C'est le cas lorsqu'un résultat important, comme la solution à la conjecture de Fermat, est annoncé. Si quelque chose de vraiment nouveau a été inventé sur le plan conceptuel, le délai d'attente peut devenir très long. Par exemple, le premier manuscrit de Galois (*cf. supra*), avait été égaré par Fourier. Poisson ne réussit pas à comprendre le second, long d'un quinzaine de pages seulement, et il écrivit un rapport négatif en Juillet 1831, au bout de... six mois ! En fin de compte, il fallut attendre le travail de Camille Jordan (1838-1922) dans son *Traité des substitutions* (1870), plus de trente ans plus tard, pour que l'ampleur des conceptions de Galois fût dévoilée. Si quelque chose de vraiment nouveau sur le plan technique a été inventé, le délai de vérification des détails techniques peut être aussi très long. Souvent, les rapporteurs mettent presque un an à "éplucher" un article. Car il leur faut *lire seul et sans explications informelles* un travail où tout a été compressé. Contrairement aux mémoires de mathématiques du dix-huitième et du dix-neuvième siècle, les écrits mathématiques contemporains sont en effet écrits dans un style *ultra-compact*, qui est le fruit de réécritures et de simplifications extrêmement nombreuses. En voici trois exemples.

a.[118] En Juillet 1993, lors d'une conférence sur la théorie des nombres organisée par son ancien directeur de thèse John

Coates, Andrew Wiles annonçat qu'il était en mesure de démontrer une partie importante de la conjecture de Shimura-Taniyama-Weil, partie qui suffirait pour établir la fameuse conjecture de Fermat. Tous les grands noms de la théorie des nombres étaient présents. Wiles était engagé depuis Mai 1993, date à laquelle il eut une idée qui permettait de débloquer une situation délicate, dans une course contre la montre pendant laquelle il rédigea un manuscrit de plus de deux cents pages, qu'il termina juste avant de prendre l'avion pour la conférence. Vint ensuite le moment de soumettre ce travail à la critique. Les deux cent pages furent donc envoyées à plusieurs chercheurs éminents dans le domaine de la théorie des nombres. Et Katz, amis de Wiles à Princeton, buta sur un problème à première vue anodin, mais que Wiles ne parvint pas à fixer. Parallèlement, de nombreux mathématiciens dans le monde étaient parvenus à la même conclusion. Alors la démonstration s'écroula comme un château de cartes. Le 4 décembre 1993, Wiles finit par annoncer publiquement que son manuscrit ne devait plus être distribué comme prépublication et qu'il espérait corriger l'erreur lors de son prochain cours à Princeton en février 1994. Mais ce n'est qu'en septembre 1994 que Wiles réussit à combler le trou laissé dans sa démonstration, en utilisant la *théorie horizontale d'Iwasawa*, qui lui était familière depuis sa thèse. . .[119].

b.[120] Il y a près de quarante ans, René Thom avait formulé une conjecture, dite *conjecture du gradient*, sur les tangentes à la trajectoire d'une courbe intégrale d'un champ de vecteurs à coefficients polynomiaux. Soit $P(x) = P(x_1, \ldots, x_n)$ un polynôme à n variables (ou une fonction analytique). On considère les trajectoires de l'équation différentielle d'ordre

---

[33] *cf.* Amir D. Aczel, *op. cit.*

[119] Par un éclair de génie que Wiles date du 19 Septembre 1994 : "Cela a été le moment le plus important de toute ma vie de recherche. Brusquement, de façon tout à fait inattendue, j'ai eu cette incroyable révélation. . . quelque chose qui ne m'arriverait plus jamais".

un $\frac{dx(t)}{dt} = \nabla P(x(t))$ où $\nabla P(x) = (\frac{\partial P}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial P}{\partial x_n})$ est le *gradient* de P, et $t \in \mathbb{R}$. En supposant que la solution existe pour tout $t \geq 0$, on démontre[121] que la limite $\lim_{t \to 0, t>0} x(t)$ existe toujours dans l'espace à n dimensions $\mathbb{R}^n$. Soit x_0 cette limite. Thom avait conjecturé que, de plus, la limite des *sécantes* $\lim_{t \to 0, t>0} \frac{x(t)-x_0}{|x(t)-x_0|}$ existe toujours elle aussi. Cette conjecture constituait le dernier problème ouvert de la théorie classique des ensembles algébriques[122]. Deux mathématiciens polonais, C. Kurdyka et T. Mostowski, ont annoncé en 1996 une solution à cette conjecture, dans un article touffu, de près de soixante pages, que très peu de spécialistes ont réussi à lire. Deux ans après, A. Parusinski s'est joint à ce travail, l'a lu, et l'a considérablement simplifié. Une nouvelle version, longue de dix-neuf pages de pages seulement, a alors circulé à partir de 1999, et paraîtra bientôt aux *Annals of Mathematics*.

c.[123] Voici un troisième exemple très spectaculaire de réécriture d'un théorème mathématique. En 1916, le mathématicien allemand Bieberbach avait conjecturé que tous les coefficients a_n d'une fonction holomorphe[124] $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$, $z = x + iy$, $z \in \mathbb{C}$, définie et *univalente*[125]dans le disque unité $\{z \in \mathbb{C}\ |z| < 1\}$ satisfont l'inégalité $|a_n| \leq n$, et que cette inégalité est optimale. Près de mille articles avaient été publiés sur ce sujet jusqu'à ce qu'en 1984, le mathématicien américain Louis de Branges apporte une solution, qui est restée célèbre dans les annales. En Avril 1984, de Branges se rendit exprès à Leningrad, pour visiter les spécialistes russes de ce domaine qu'on appelle la *théorie géométrique des fonctions de variable complexe*, muni d'un manuscrit énorme de… trois cents quatre-vingt-cinq pages typographiées ! Dans ce

[35]K. Kurdyka, T. Mostowski and A. Parusinski, *Proof Gradient Conjecture of R. Thom*, Preprint 1996 et 1999.

[36]En utilisant l'inégalité dite de Lojasiewicz.

[122]*cf.* S. Lojasiewicz, *Sur la géométrie semi- et sous- analytique*, Annales de l'Institut Fourier, $n^o 43$, 1993, 1575-1595.

projet de livre, de Branges élaborait toute une nouvelle théorie d'analyse fonctionnelle entièrement orientée vers une démonstration finale de la conjecture de Bieberbach dans le dernier chapitre. Il exposa sa preuve aux membre du séminaire de Leningrad, Emeljanov, Kamoskii, Kuz'mina, Milin, Goluzina et d'autres, qui avaient d'abord accueilli la nouvelle avec méfiance et circonspection, mais qui bientôt furent convaincus de la véracité de la preuve. Que firent-ils alors ? Eh bien, ils *réécrivirent en cachette* de nombreux passages de la preuve, en la traduisant dans leur langage et en essayant d'éviter tout recours à cette "théorie" nouvelle d'analyse fonctionnelle que De Branges avait bâtie. Tant et si bien qu'à la fin du séjour de De Branges, ils lui proposèrent avec insistance de publier seulement une version résumée de cette preuve dans le langage classique qu'ils utilisaient. Il fallut convaincre de Branges, qui refusa d'abord de jeter tout son livre aux oubliettes, mais il finit par être convaincu de l'intérêt de publier une preuve courte et élégante, que les Russes avaient considérablement simplifiée, et ils décidèrent d'un commun accord de faire un preprint à Leningrad, qui fut publié ensuite dans le journal suédois, *Acta Mathematica*. En définitive, les concurrents directs de de Branges, ses interlocuteurs principaux, l'ont ni plus ni moins forcé à réécrire son théorème avant qu'il ne soit publié !

§8. ÉPILOGUE

Ces trois derniers exemples montrent parfaitement l'importance des interactions, des échanges, de l'intersubjectivité et de la réécriture dans la recherche mathématique contemporaine : jeu de renvois spéculaires entre la production d'un

---

[38]La connaissance de la théorie des fonctions holomorphes n'est pas nécessaire à la bonne compréhension de ce paragraphe.

[39]Une fonction holomorphe est dite *univalente* si elle est injective : *unus*, un ; *valente*, valeur ; elle ne prend qu'une seule fois une valeur donnée.

[125]*cf.* O. M. Fomenko and G. V. Kuz'mina, *The last 100 days of the Bieberbach conjecture*, The mathematical intelligencer, vol. 8, $n^o 1$, 1996, 40-47.

résultat et sa réception par la communauté scientifique. Ces pratiques sont aussi un *travail* collectif, et la stabilisation des résultats se construit lentement dans le temps, car le temps de la recherche est très extensible. À cause des simplifications et de la réécriture, le délai entre une découverte et sa publication peut parfois dépasser cinq ans (§7 **b** *supra*). Et les communautés de spécialistes, ces “îles mathématiques” autonomes, qui sont multiples et nombreuses, ont elles aussi comme d’autres communautés une vie propre, ce sont des “collèges insulaires” dans l’immensité du monde mathématique, des collèges qui s’ouvrent sur le possible par certaines lucarnes vitales dont seuls les spécialistes reçoivent l’infime lumière qui leur permet de progresser. Par exemple, la théorie des nombres est organisée comme un grand archipel, comprenant les îles dans lesquelles Wiles et ses collaborateurs évoluent (§7 **a**). De même, l’étude des propriétés métriques, différentielles et topologiques des ensembles algébriques ou sous-analytiques est une autre “île mathématique”, dont les habitants vivent notamment en France, en Pologne, aux États-Unis (§7 **a**), *etc.* On ne peut donc que louer l’ingéniosité de Swift, qui regroupait tous les mathématiciens sur une île quasi-céleste mise en lévitation sur le monde, à ceci près qu’aujourd’hui, plusieurs îles, liées par des fils plus ou moins ténus, voguent en apesanteur, pareilles à de véritables archipels dans un océan d’inconnu.

Mais dans cette structure en archipel, où certaines îles naissent brusquement comme des volcans en mer, et d’autres ne cessent de s’enrichir par le travail patient de leurs habitants, il devient difficile pour une seule conscience de continuer à saisir l’*unité des mathématiques*, qui demeure pourtant essentielle. Et on s’entretient beaucoup, entre mathématiciens, sur les effets limitants de la “compartimentation” entre les domaines de recherche, car l’histoire a montré que de grandes idées naissent souvent d’un rapprochement théorique fécond entre deux ordres indépendants de pensée, par exemple entre l'algèbre et la géométrie depuis le livre fondateur *La Géométrie* de Descartes (Leyde, 1637), puis dans un mémoire de Dedekind-Weber (1882) reconstituant *algébriquement* la théorie des surfaces de Riemann, et dans les *Éléments de géométrie algébrique* de Dieudonné-Grothendieck (1960-70), *etc*. En définitive, le monde mathématique est très vaste, il ne cesse de s'étendre. Mais le plus important dans ce monde, c'est la présence et l'existence de *questions ouvertes*, inscrites dans le *temps de la recherche* (historique, collectif et individuel) et dont on ne perçoit l'ampleur et tout l'éveil qu'elles suscitent que de l'intérieur. Finalement, la nostalgie que l'on a d'une époque révolue où pouvaient exister des hommes de science universels ressemble à un aveu d'impuissance : aujourd'hui, il devient de plus en plus impossible à une conscience de s'installer dans un intérieur encyclopédique lui permettant de *voir* l'unité des mathématiques, et donc de *voir* ce qui manque à cette unité, c'est-à-dire *l'ouverture de l'unité* et toutes les possibilités inexplorées de rapprochement qui en découlent.

Enfin, on aurait pu parler plus longuement de la nécessité pour un chercheur de s'isoler et d'accepter la souffrance, l'échec, l'inquiétude, et le fait de "sécher" longtemps sur une question. Tous ces éléments d'incertitude entrent pour une part importante dans la vie d'un mathématicien. À ce sujet, l'académicienne Michèle Vergne déclare que l'insatisfaction et l'exigence l'ont toujours forcée à continuer : "Comprendre quelque chose de nouveau est un intense bonheur. Je voudrais aussi mentionner les longues périodes de vide, où mon jugement sur mes capacités se fait sévère. Cette alternance douloureuse entre satisfaction éphémère et doute total m'a toujours forcée à travailler."[126]

[126]*Discours et Notices biographiques*, Paris, Institut de France, tome I, 1997-1998, pp.115-118.

L'Obscur mathématique
ou
l'Ouvert mathématique

JOËL MERKER

Une philosophie offensive doit se situer résolument aux avant-postes de l'obscur, en ne considérant pas l'irrationnel comme "diabolique" et réfractaire à l'articulation, mais comme ce par quoi des dimensions neuves peuvent advenir.
Gilles CHÂTELET[129].

À ma Renarde,
très fidèle épistolière

§1. INTRODUCTION GÉNÉRALE ET PRÉSENTATION

L'Obscur mathématique est le thème – allégorique, mystérieux et presque provocateur – de cette conférence[130]. Règne de la certitude et de la rationalité, comment les mathématiques pourraient-elles subir le siège de l'Obscur ? Comment pourraient-elles entretenir de l'irrationnel, poison de leur rigueur ? Où donc s'y établiraient des zones vagues et troubles, impropres à la réflexion ? Car hélas, l'Obscur, partout, est très insaisissable.

[1]Cerisy-la-Salle, Centre Culturel International, le 8 Septembre 1999.

[128]René **Char**, *Feuillets d'Hypnos*, 93, *Fureur et Mystère*, Gallimard, Paris, 1962.

[129]*Les enjeux du mobile*, Des Travaux, Seuil, Paris, 1993, p.22. Voir aussi *"La philosophie aux avant-postes de l'obscur"*, Conférence au *Forum Européen de la Science et de la Technologie, Science, Philosophie et Histoire des Sciences en Europe*, Grand Amphithéâtre de la Sorbonne, 10 décembre 1994.

[130]Communication au Colloque : **Le réel en mathématiques, Mathématiques et Psychanalyse**, organisé par Pierre Cartier et Nathalie Charraud au *Centre Culturel International de Cerisy-la-Salle*, Manche (50) du 3 au 10 Septembre 1999.

1.1. Penser l'irrationnel en acte. Mais ces interrogations, qui semblent trop aller de soi, ne sont que pure hypocrisie, parce que *toute la question est en fait de comprendre comment débusquer le non-rationnel qui se blottit dans les franges de la connaissance*. Et il est clair que seule une *méditation philosophique en situation* (sur l'Obscur, sur l'Ouvert et sur l'Inconnu mathématique) est habilitée à maintenir en haleine l'esprit de contemplation, l'esprit de quête et l'esprit de conquête. La situation, c'est l'*acte* mathématique.

1.2. L'héritage français de philosophie des mathématiques. Cette méditation sur les mathématiques s'inscrit dans une tradition de pensée "continentale", qui s'est illustrée dans les travaux de Alain Badiou, Jean Cavaillès, Gilles Châtelet, Gilles Deleuze, Jean-Toussaint Desanti, Gilles Gaston Granger, Albert Lautman, Jean Petitot, Jean-Michel Salanskis, et d'autres. Le but est toujours de penser les germes de déploiement du sens, la surrection du vrai dans les mathématiques et l'intemporelle *présence obscure du problématique*. Ici, plus précisément, le but sera de penser l'Ouvert dans l'acte mathématique, c'est-à-dire de manière concrète et effective[131]. Au demeurant, par souci de neutraliser sa connotation dépréciative, L'Obscur sera compris constamment comme synonyme de l'Ouvert, entendu au sens allégorique. Nous exploiterons cette gémellité sémantique décidée.

1.3. Circulation objective de l'Ouvert. À un premier niveau (abstrait), des mystères rayonnent dans une histoire préliminaire, des problèmes apparaissent, se précisent, se reproduisent, s'amplifient, se résolvent, ou explosent. Tel est le génie spectral du théâtre de l'Obscur mathématique : kaléidoscope de questions offertes à l'impulsion conceptuelle. Il s'agit de la circulation, du flux et du reflux du mystère

[131] Mais les réflexions qui vont suivre ne seront pas re-situées, discutées et comparées ici à cette tradition, ce qui représenterait un long travail d'exégèse.

dans la matière objective des mathématiques, incarnés par la *production effective de questionnements techniques*, toujours en passe de provoquer l'éclatement métaphysique des paradigmes, à cause, par exemple, de l'analyse obsessionnelle d'une question épineuse ; exemples : cinquième postulat de la géométrie plane, nombres imaginaires, groupe d'une équation algébrique, transcendance de π, cohérence de l'arithmétique.

1.4. L'Ouvert posé dans des univers axiomatiques. À un deuxième niveau (langagier), l'Ouvert, ce sont aussi les structures mathématiques et les systèmes d'axiomes qui sont à la base des théories, non seulement comme réservoir de formes symboliques et de contenus formels, mais surtout comme seuils d'ouverture à de vastes univers mathématiques. Ces univers préexistent, parce que l'acte de poser un système est toujours motivé par une réalité supérieure. Exemples : introduction abstraite des nombres complexes comme clôture algébrique du corps des nombres réels, métamorphose de la notion d'espace jugulée à l'inspiration physique, constitution d'une géométrie non commutative appliquée à la physique quantique, ou encore théorie grothendickienne des *topos*, comme synthèse de la géométrie algébrique, de la topologie et de l'arithmétique. En outre, plus la réalité est riche et complexe, plus il est important que se multiplient les yeux pour la regarder, ce qui revient à *disposer de plusieurs langages pour la cerner*.

1.5. Potentialité et expression. Ainsi, toute axiomatisation *pose* des existences, par un acte décidé visant à inscrire le potentiel dans un monde structuré par des virtualités d'expression, *mais ce potentiel n'est en rien inscriptible a priori dans un système langagier contextuel* : ce n'est qu'*a posteriori* que le potentiel actué peut être ressaisi dans un système formel. Certaines potentialités sont, il est vrai, purement syntaxiques, mais elles sont rares et souvent redevables elles aussi d'une métaphysique qui les dépasse. Mis à part en logique et en théorie de la démonstration, les virtualités sont combinatoires[132], plutôt que purement syntaxiques. La rumination des hypothèses est nécessaire, et nul langage ne parviendra à circonscrire l'Obscur.

1.6. L'Ouvert intersubjectif. À un troisième niveau (intersubjectif, et corrélatif du premier niveau), des esprits mathématiciens vivent l'Ouvert, l'évolution historique de l'Ouvert, ainsi que ses cloturations locales. Exemple : il y a un *avant* et un *après* la démonstration finale de la conjecture de Fermat, lesquels sont très spécifiques pour les spécialistes du champ. Fréquentant les questions ouvertes qui circulent ou qui se déploient d'elles-mêmes, l'esprit chercheur, voire visionnaire, qui est parfois "cinglés d'énigmes", est aussi grevé d'obscures questions dont la réponse semble inaccessible pour des raisons techniques, ou pour des raisons plus profondes.

1.7. Thèse du réel de l'Ouvert. Nous sommes ici au cœur de la thèse principale de cet article : afin de dépasser le fade constat conventionnel de la présence immédiate de l'Ouvert, *il est nécessaire de conférer un statut de réalité indéniable et solide à ce qui demeure toujours disponible pour le questionnement*. Preuve en est que les mathématiciens *vivent* dans leurs questions ouvertes. Elles ont donc une réalité véritable. Le réel, en mathématiques, est primordialement un réel d'ouverture, qui dynamise l'esprit de recherche. *Plus encore, ce réel d'ouverture est la condition de possibilité de la recherche elle-même, comme pratique, comme échange, et aussi comme institution.* L'esprit de certains mathématiciens est d'ailleurs souvent connoté d'une innocence immédiate et de quelque chose d'infantile, *à cause de leur réceptivité et de leur concentration sur cette ouverture*. Il faut entreprendre des lectures *in*

[132] Sur l'aspect combinatoire de l'invention mathématique, voir H. Poincaré, *L'avenir des mathématiques*, Atti del $IV^{è}$ Congresso Internazionale dei matematici, Roma, Academia dei Lincei, I. Publ. G. Castelnuovo, Roma 1909.

situ de cette ouverture, des lectures dans les esprits et dans les textes de tous les germes d'ouverture. Car au-delà de cette analyse générale, le jaillissement des déterminations singulières possède des caractéristiques métaphysiques et pédagogiques inépuisables.

1.8. Les obscurités du travail inachevé. L'Obscur, ce sont aussi toutes les stratégies perdantes devant un grand problème, qui s'évanouissent et disparaissent lorsqu'une solution est apportée, mais aussi les travaux obscurs, incomplets, abandonnés, c'est Andrew Wiles, déçu par une lacune dans sa preuve de la conjecture de Fermat, se retirant ensuite plus d'un an dans son grenier (*sic*[133]) pour achever sa démonstration célèbre, ce sont les virtualités recevables, mais inachevées qui moisissent dans des tiroirs, c'est le non-publié ; exemples : innombrables manuscrits de Bourbaki, ou autres travaux abandonnés, thèmes sans lendemain.

1.9. Le Voir de l'Ouvert. Mais l'Ouvert partageable et conventionnel semble n'être rien, à cause d'un aveuglement sur l'objet, d'un aveuglement sur le donné, et d'un aveuglement sur la fermeture de l'acquis et du conquis. Ceci conduit à n'avoir qu'une vision restreinte de l'Ouvert, à cause d'un nombre de problèmes fréquentés trop faible, à cause d'une réceptivité insuffisante ou d'un refus de reconnaître et de formuler comme telle la réalité de l'Ouvert. Au contraire, j'affirme résolument qu'*il existe un Voir de l'Ouvert*, c'est-à-dire des *visions effectives de l'ouverture dans un champ technique donné, des appréhensions effectives, des compréhensions effectives de l'Ouvert*, dont l'expression dans le texte – et pas exclusivement dans les grands textes (Riemann, Poincaré, Hilbert, Gromov) – peut être exceptionnellement explicite. Il n'y a pas seulement une question de style, ou de présentation. *Il n'y a pas seulement d'herméneutique scientifique implicite*

[133]D. Aczel, *L'énigme du théorème de Fermat*, Desclée de Brouwer, Paris, 1998.

ou passive. Tout le problème est alors de savoir *comment* déchiffrer authentiquement cette ouverture, à la fois sur le plan informel (échanges oraux et pratiques scientifiques) et sur le plan formel (texte), ainsi que la circulation et la communication de l'Ouvert entre ces deux niveaux.

§2. Discussion

2.1. Avertissement. L'Ouvert ne se définit pas en termes dogmatiques ou fixistes. En vérité, l'Ouvert est une *multiplicité d'ouverture* et le terme "L'Ouvert" au singulier et allégorisé, n'est qu'un pis-aller dénominatif. *Ce n'est ni un concept ni une réalité stable : ce n'est qu'une désignation de l'ouverture plurielle.* Toute connotation religieuse, exégétique, ou herméneutique est donc à écarter. Seul compte le rapport à la mobilité et à la disponibilité, impliqué par le choix de ce terme. De plus, l'Ouvert mathématique fait référence implicitement à une réalité pratique tangible qui est inscrite dans les champs de recherche mahématique et qui se décline suivant leur variété. Bref, l'arrière-plan spectral de ce discours, ce sont les pratiques mathématiques effectives. Il serait donc erroné de mettre en doute ce que désigne le syntagme nominal "L'Ouvert mathématique" en y décelant une connotation mystique.

2.2. Fausse interprétation de mysticisme. En effet, c'est d'abord la raison qui est à l'œuvre dans tous les procédés de recherche mathématique. La pensée mystique quant à elle s'arrête souvent au sentiment, ou à des explications en termes d'énergie, elle exprime une séduction pour des voyages vers des sources d'origine ineffable. L'expérience mystique procure à l'âme un sentiment de jouissance, un sentiment de complétude et d'achèvement, elle est "saisie d'une réalité totale et comblante qui transcende la limite, la particularité, la clôture de l'individuation, et fait accéder, au moins pour un temps, à l'universalité et à la réconciliation de soi et du tout" (Louis Gardet). Rien de tout cela dans la méditation *philosophique* sur l'Ouvert mathématique, car le but est de questionner et de penser, l'objectif est argumentatif, l'objectif est spéculatif. Ceux qui objecteraient la tentation d'irrationalité du propos n'ignorent pourtant pas l'importance de l'action, de la tension, et de la motricité des concepts scientifiques dans les problématiques contextuelles, ainsi que leurs origines métaphysiques obscures.

2.3. Appréhension dynamique. Si c'est seulement dans l'appréhension *humaine* que peut résider l'illumination inventive, et non dans la matière objective, il n'en reste pas moins qu'on ne peut refuser d'analyser *dans leur apparition motrice* les idées ou les perspectives géniales qui débloquent des problèmes difficiles. Car s'il est possible de conceptualiser ce qui est de la pensée en acte, on doit forcément pouvoir conceptualiser aussi ce qui n'est que de la *pensée en gestation*, *en mettant en lumière les aspects dynamiques provisoires du réel dans le jeu spéculaire entre le sujet qui l'invente et l'objet qui le structure*. Ainsi, la représentation conventionnelle de l'acte rationnel néglige une réalité essentielle : la circulation à double sens qui va de l'objet au sujet, le sujet étant le seul des deux termes qui soit *apte à insuffler de l'inconscient et du conscient dynamique dans l'objet*.

2.4. Conserver la trace du mouvement. La métaphore informatique aidera à mieux saisir cette perspective, par analogie. Dans le monde du virtuel cybernétique, qui va du multimédia à la pratique de l'écriture sur ordinateur, en passant par l'Internet, c'est la puissance combinatoire du calcul et de la mémoire informatique qui permet l'enregistrement constant des données, par exemple : sauvegarde sur traitement de texte, pages Web conservées en mémoire dans des répertoires "cache", "cookies", *etc*. Cet enregistrement s'assimile ainsi à une *conservation immédiate de la trace du mouvement du langage* *et de la pensée*. Et pour cette conservation, une mémoire colossale est nécessaire. Le philosophe peut donc maintenant focaliser son regard sur l'importance de la trace du virtuel et lui conférer une réalité plus visible et plus solide pour l'appréhender comme un réel. L'informatique offre ainsi les prémisses séduisantes d'une synopsis langagière et visuelle du mouvement. Par analogie, l'appréhension des réels d'ouverture naît d'une inspiration homologue, qui est rendue possible par ce contexte technologique historique.

2.5. Un texte de colloque. Ce texte à caractère philosophique se situe délibérément dans la perspective du colloque : étude du réel et du sujet mathématique. On trouvera des éléments complémentaires, plus proches du souci psychanalytique, dans un texte antérieur : *La satisfaction mathématique*[134].

§3. Choisir un style de discours sur l'Ouvert

3.1. Métaphores lumineuses. Alors que la lumière et l'obscurité naturelles pénètrent les espaces terrestres avec l'aisance du rayonnement physique et de son absorption, lumières et obscurité de l'esprit tirent leur impulsion d'énergies laborieuses et ingrates. Pour caractériser la luminescence, voir l'incandescence des idées, c'est-à-dire leur capacité de rayonnement, de réflexion et de diffraction, l'allégorie lumineuse est peu représentée dans la langue. Tout au plus parle-t-on des "lumières", d'une présentation ou d'un exposé lumineux, à travers quelques expressions typiques. C'est la clarté qui supplante la lumière dans les acceptions abstraites appartenant au lexique de l'intellect. Ainsi, la lumière, toute puissante dans les champs sémantiques concrets, est en retrait dans le champ lexical de la pensée, et elle exigerait, pour s'imposer, une nouvelle perspective sur les efforts de l'énergie d'invention. Au

[134]Communication au Colloque : **Mathématiques et Inconscient**, organisé par Nathalie Charraud, Marie-Françoise Coste-Roy et Bernard Teissier. *Paris, École Normale Supérieure, 13-15 Juin 1997*. Version pdf sur la toile : **protis.univ-mrs/$\sim$merker/index.html**

contraire, même s'il est globalement péjoratif, le registre métaphorique de l'Obscur doit sa richesse à une présence abstraite, et indélébile, de l'Inconnu dans le connu. Persistance de zones d'ombres. . .

3.2. Limites du discours didactique. Pour en discourir, il faut envisager d'abord la congédiation de toute approche qui ne désigne pas comme intrinsèquement problématique le type de discours qu'il est possible de tenir sur l'Inconnu, en mathématiques. *Domination universelle de la problématicité* ! Ensuite, il faut être comme "les philosophes d'origine, dont l'existence, l'inspiration, la vue, l'arête et l'expression ne supportent que peu de temps l'intérieur cloisonné de la pensée didactique"[135]. Il faut être – au moins en partie et à certaines heures, c'est sûr ! – mu par un *rejet instinctif du plat discours didactique*, car les arguments contre foisonnent, dans la zone obscure des inversions et des réversions topologiques du réel, que seul un discernement audacieux sait capter. Et ce rejet est motivé par une *croyance en la valeur du style spéculatif*, qui, malheureusement, disparaît peu à peu étouffé par le style didactique et par l'uniformité du discours véhiculé dans les articles contemporains. Le style spéculatif, c'est la philosophie, c'est Descartes, c'est Kant, c'est Hegel, c'est Heidegger. Enfin, la langue qu'il faut inventer pour parler de l'Obscur est peut-être avant tout homologue à celle du poème.

3.3. Proximité de la parole poétique. Par proximité, présence en filigrane, inspiration sporadique et étonnement fulgurant, le grand verbe poétique est en fait immanent à ce discours, qui en est une variation, un avatar. De Héraclite, à René Char, en passant par Charles Baudelaire, c'est un même discours âpre et tacite qui roule par le monde et qui se bat avec le

[135]René **Char**, *Recherche de la base et du sommet, III Grands astreignants ou la conversation souveraine*, La barque à la proue altérée, *Oeuvres complètes*, Gallimard, La Pléïade, Paris, 1983, p.719.

mystère. Car seule la parole poétique peut transmettre authentiquement l'attrait irrésistible de l'Obscur et de l'Incertain, et le désir de trouver du nouveau[136], les autres paroles ne s'y risquant pas, par peur du défi, peut-être. Ce n'est donc pas un hasard si Grothendieck, dans *Récoltes et Semailles*, lorsqu'il analyse ses propres travaux, excelle en métaphores et en lyrisme spontané. Dans les écrits de Gilles Châtelet – même dans ses écrits philosophiques – le travail de composition d'expressions percutantes témoigne aussi de l'importance de la lettre. En vérité, la méditation que j'entreprends et toute ma pensée portent le sceau d'une prédilection pour les textes poétiques. Comme le dit une expression d'Alain Badiou, il faut *suturer* la langue épistémologique à la langue du poème. Geste qui s'illustre nettement dans ses livres et dans ceux de Bachelard. D'où la nécessité de s'inspirer du verbe poétique, d'inviter la poésie, comme démarche stylistique, dans l'expression de la pensée spéculative, lorsqu'il s'agit de l'Ouvert. Tous ceux qui parlent des mathématiques avec une inspiration de "philosophes de l'origine", mais sans égard pour la parole poétique, ignorent et perdent un aspect essentiel de la quête. C'est un peu comme si on ignorait dans une recherche mathématique que tout ce que l'on cherche a déjà été médité et publié dans l'ex-union soviétique vingt ans plus tôt, et qu'après l'avoir découvert, on se refuse encore à admettre cette existence de travaux antérieurs.

§4. Thèses sur l'Ouvert et sur le principe de non-savoir

4.1. Existence. La première de ces thèses est un axiome d'existence : *L'Ouvert dans la pensée existe au même titre que le mouvement dans les réalités matérielles*. Autrement dit,

[136]Charles **Baudelaire** : "Plonger au fond du gouffre, Enfer ou Ciel, qu'importe ?// Au fond de l'Inconnu pour trouver du nouveau !", *Horreur sympathique* LXXXII, p.77. Et encore : "Insatiablement avide // de l'obscur et de l'incertain", *Le Voyage*, CXXVI, p.134. *Les Fleurs du mal,* Gallimard, La Pléïade, Paris, 1975.

l’Ouvert, qui existe, est un “impensable” de type réflexif, et il continue à être aussi mystérieux *pour la pensée* que le mouvement. De plus, l’Ouvert s’articule fondamentalement à un *principe de non-savoir décidé dans la pensée*.

4.2. Principe de non-savoir. En résumé, ce principe de non-savoir énonce qu’il y a du non-savoir pur. Il énonce aussi que l’on sait qu’il y a du non-savoir. De plus, il se trouve que ce principe est “le” principe même de “suspension du savoir”, que la méditation philosophique rigoureuse prend pour guide dans sa progression, en tant qu’elle ressasse indéfiniment le message socratique, d’après lequel : “je sais [surtout] que je ne sais pas”. Ce sera donc ce philosophème dû à Socrate que l’on prendra pour formulation du principe de non-savoir, à condition bien sûr de l’entendre aussi au sens impersonnel : “le savoir sait [surtout] qu’il ne sait pas”, ou, de manière équivalente, “le savoir sait ne pas savoir”. Ainsi s’éclaire la conscience abstraite que possède le savoir mathématique, de l’incessant et de l’irréversible décalage entre des hypothèses provisoires et des résultats idéalement définitifs.

4.3. Maintien de la mobilité. Thèse générale : *Le principe de non-savoir concerne la pensée dans son intégralité ; il s’exerce donc évidemment dans la philosophie et aussi dans les sciences, où il est actif, structurant et producteur à terme de connaissance concrète.* Le principe de non-savoir est une condition *sine qua non* de la mobilité de l’interrogation mathématique. C’est bien parce qu’elles pensent que tout a une raison, conformément au *principe de raison* leibnizien, que les mathématiques puisent de l’énergie conceptuelle effective dans le non-savoir. Pour défendre cette thèse, tout l’enjeu est alors de décrire *comment* le non-savoir mathématique exerce une action sur le savoir mathématique, et d’estimer aussi l’intensité de cette action.

4.4. Suspension et volonté. L'Ouvert vit en suspens, demeure toujours *a priori*, c'est-à-dire en attente perpétuelle. Il est retenu aussi par des mises en abyme dans sa propre histoire. Il est posé virtuellement. Et l'esprit est toujours à l'affût d'une intuition disruptive qu'il ne traduira pas d'abord dans le langage. En outre, l'Ouvert, en attente, s'articule à une *volonté réalisante,* mouvement de l'esprit qui contribue à l'actualisation du potentiel. Si l'entreprise ne s'était pas révélée *a posteriori* absurde, on aurait dû songer à dresser un “plan cadastral” des psychologies de chercheurs pour localiser les endroits et déterminer les moments où germent *les idées qui ne sont que des questions provisoires*.

4.5. Indices d'ouverture. Tout le problème est alors d'attester et d'analyser “ce qui fait signe”, comme l'écrit Alain Badiou[137] : ce qui fait signe pour l'Obscur dans le Clair, ce qui fait signe pour l'impersonnel dans le personnel, ce qui fait signe pour le virtuel dans l'actuel, pour le départ dans le retour, pour le nomadisme des concepts dans le dogmatisme des concepts, ce qui fait signe, ce qui le peut et ce qui le doit, *tout le problème est d'attester ce qui fait signe pour l'Ouvert dans le Clos*.

4.6. Comment l'Ouvert est ouvert. Mais comment ? Étant en acte, comment le Clos peut-il instaurer une communauté hétérogène de singularités *qui font signe* ? Ainsi, *par la seule question du comment,* toute l'évidence de la méditation de l'Ouvert semble s'annuler d'un seul coup. Car il faudrait que l'être de l'Ouvert se trouvât distribué en catégories susceptibles de rendre compte au moins partiellement de ce qui fait que l'Ouvert s'ouvre, est ouverture, est protension créatrice, est constructivité, il faudrait des catégories qui thématisent et qui expliquent l'accrétion du vrai en gestation au vrai en

---

[137] *De la Vie comme Nom de l'Être*, manuscrit, 1996.

acte dans les mathématiques, qui éclairent de conceptualisations adéquates ce qui fait que la pensée s'oriente dans la non-orientation et se contemple avec confiance comme productrice de rationalité. La question cruciale n'est donc pas de savoir pourquoi il y a de l'Ouvert, voire de savoir comment l'Ouvert est possible, ou s'il est pérenne. C'est un postulat. Non, l'enjeu brûlant, le vrai travail, c'est de décrire *comment* l'Ouvert est ouvert. Et ceci constitue un vaste programme de recherche.

4.7. Insuffisance des épistémologies classiques du concept. Les mathématiques ne sont donc pas seulement une histoire imprévisible, qui ne serait interprétable que dans l'*a posteriori* événementiel de son déroulement. La position de Jean Cavaillès, pour qui “Ce qui est après est plus que ce qui était avant, non pas parce qu'il le contient ou même qu'il le prolonge mais parce qu'il en sort nécessairement et porte dans son contenu la marque de sa supériorité ; il y a en lui plus de conscience – et ce n'est pas la même conscience[138]” ; cette position est insuffisante : elle conduit à éclipser à terme l'existence de la *conscience prospective*, plus, à la comparer directement à une *conscience cristallisée*, et elle conduit aussi à regarder l'achevé comme l'inachevé seulement à travers le prisme de la conscience rétrospective. C'est une position d'historien, non d'acteur. Cavaillès passe à côté d'un réel essentiel. En privilégiant trop l'interprétation *a posteriori* des contenus, le philosophe passe en effet à côté de réalités profondes : l'existence *et la permanence* d'intentions liminaires et de virtualités attendues, toute la structure en attente des mathématiques conçues comme projet d'étude d'objets qui résistent. *Et cet aspect s'exprime* aussi *explicitement dans les textes*. Albert Lautman, à travers sa théories des Idées dialectiques productrices de réalité mathématique, semble avoir mieux défendu cette idée. Ce n'est d'ailleurs pas un hasard si le mathématicien Élie Cartan, en 1939, a saisi plus profondément l'intervention de Lautman que celle de Cavaillès[139].

4.8. Formulation de la thèse principale. Thèse sur le réel mathématique :

Thèse principale *L'Ouvert mathématique forge une réalité d'un type supérieur, simultanément objective et subjective, évidente, partageable et réellement présente. Ainsi, ce réel d'ouverture est attestable intersubjectivement comme partage de problèmes ouverts entre spécialistes d'un champ. Ce réel multiplie les occasions de se manifester à la manière d'une algèbre spontanée de questions et d'un clinamen*[140]*des hypothèses.*

4.9. Commentaire. Cette thèse *décalque immédiatement sur les concepts une nouvelle saisie universelle de leur problématicité*. La thèse dit que nous sommes noyés d'ouverture. La thèse dit que les questions mathématiques sont aussi présentes que les théories mathématiques ; et seule la mauvaise foi réaliste nous persuade que l'Ouvert ne tient au Clos que par un "fil ténu"[141]. Non, l'Ouvert s'ouvre du Clos vers l'Ouvert par une fenêtre d'une dimension hyperbolique. Mais cette fenêtre s'offre difficilement au regard, car un exercice soutenu du regard et une attention obsessionnelle de l'esprit sont requises. La thèse dit que les concepts mathématiques sont inséparables

---

[12]*Sur la logique et la théorie de la science*, Oeuvres philosophiques complètes de philosophie des sciences, Hermann, Paris, 1994, p.560.

[139]*La pensée mathématique*, Communications de Jean Cavaillès et d'Albert Lautman à la Société française de Philosophie, 4 Février 1939.

[140]Dans la théorie physique d'Épicure, le *clinamen*, mouvement de déviation des atomes sans cause externe, est un principe physique de *liberté* analogue au mouvement volontaire et placée à l'origine des choses *pour expliquer la liberté humaine*. Inscrit au cœur du procès d'auto-approfondissement, et essentiel aux déplacements conceptuels et spéculatifs, le clinamen des hypothèses mathématiques rayonne dans le travail mathématique à tous les niveaux : c'est seulement en changeant volontairement et stratégiquement la direction des hypothèses que la réalité mathématique peut se métamorphoser dans le travail de la pensée. Exemple : l'inversion des intégrales elliptiques dans la théorie d'Abel, ou la force des *problèmes inverses* en mathématiques.

des questions ouvertes, même dans les théories les plus achevées. Bien conduite, cette thèse pourra contribuer aussi à déstabiliser définitivement l'empire du langage, ses jeux, ses rituels, et à mettre en joue l'effarouchement absurde du positivisme logique devant l'Ouvert (contre Carnap, contre Wittgenstein). Cette thèse montre enfin comment les concepts se forgent parfois à partir d'expériences immatérielles, ou "métaphysiques", où la question pure domine sans l'aide de certitudes matérielles préparatoires (philosophie de Hilbert). En conclusion, l'Ouvert par sa présence ubiquitaire instaure la seule pratique non discursive, non matérielle et non gestuelle qui soit et *suscite des expériences de pensée articulées bien avant tout saisie conceptualisante*[142].

4.10. Le sujet idéalement réceptif à l'Ouvert. C'est avec sincérité que Grothendieck, dans son testament mathématique[143], analyse ses propres créations et sa puissance d'invention en termes de "propension naturelle" à élaborer les "bonnes notions" et les concepts "visiblement cruciaux". "Écrire sous la dictée", suivre la pulsion qui pousse à "voir des *questions* visiblement cruciales que personne n'avait vues", tel est son réel. D'innombrables questions et points de vue féconds "*naissent* spontanément, avec la force de l'évidence ; à la même façon qu'une lumière (même diffuse) qui surgit dans la nuit noire, semble faire naître du néant ces contours plus ou moins flous ou nets qu'elle nous révèle

[15]"Le tout réel pourrait bien être une continuité indivisible. *Le tout n'est jamais un ensemble clos*, mais au contraire ce par quoi l'ensemble n'est jamais absolument clos, jamais complètement à l'abri, ce qui le maintient ouvert quelque part, comme un fil ténu qui le rattache au reste de l'univers." Gilles Deleuze, *L'image-mouvement*, Minuit, Paris, 1983, p.20. Cf. Alain Badiou, *ibidem*.

[142]En ceci, je vise une homologie de pensée avec la maxime de Gilles Châtelet : "Les stratagèmes allusifs induisent une discipline de gestes et suscitent des expériences de pensée articulées bien avant toute saisie formalisante". En vérité, j'ai pour objectif implicite d'effacer un peu la prééminence du geste et de l'opérativité au profit de la question pure : c'est une perspective hilbertienne. L'ouverture de la question n'est qu'accidentellement ressaisissable dans l'acte. L'acte est l'un des accidents de l'ouverture.

soudain”. Elles sont soumises à la *dynamique de l’Ouvert*, ces “notions tellement naturelles que personne n’avait songé à les dégager”, parce que cela était impossible “*aussi longtemps que les questions qui les ont suscitées, et les notions qui permettent de les formuler n’étaient pas apparues encore*”. L’Ouvert, c’est la suscitation et le jaillissement des questions, c’est la constructivité des questions, c’est leur réalisation. Ainsi, les auto-analyses de Grothendieck fournissent donc un exemple paradigmatique de sujet “idéalement réceptif à l’Ouvert”, *mais cette réceptivité idéale a pour corrélat objectif et intersubjectif une réceptivité idéale de la matière spéculative à l’Ouvert*. Notre parcours spéculatif s’accomplit : *c’est la génialité, la solidité et la stratification de l’Ouvert objectif qui dispensent de le faire reposer sur une bien contestable théorie du génie*.

§5. Figures allégoriques de l’Obscur, du non-voilement et de la vérité

5.1. Métaphores terrestres. Comment alors se représenter allégoriquement la progression de la connaissance, scientifique et encyclopédique ? *Il y a là un réel besoin de récit et d’images en réseau*. Obscurité dynamique et motrice, pénétration dans l’ombre, éclaircissement progressif de places obscures, *telle est l’arcane*, affirme Diderot : “Je me représente la vaste enceinte des sciences comme un grand terrain parsemé de places obscures et de places éclairées[144].” Cette comparaison spatiale est riche en intuitions quant à l’exploration scientifique : il y a là un air de famille avec les métaphores de Grothendieck bâtisseur de maisons. Diderot poursuit : “Nos

[143] *Récoltes et Semailles, Prélude en quatre mouvements, Promenade à travers une œuvre – ou l’Enfant et la Mère,* 65 p. dactylographiées. Des éléments biographiques et historiques concernant la vie privée de Grothendieck (*Récoltes et Semailles* en contient peu), sont donnés par Pierre Cartier, *La folle journée, de Grothendieck à Connes et Kontsevich*, *Évolution des notions d’Espace et de Symétrie*, Fetschrift for the 40^{th} anniversary of the IHÉS, Publications de l’IHÉS, Bures-sur-Yvettes, 1998.

travaux doivent avoir pour but, ou d'étendre les limites des places éclairées, ou de multiplier sur le terrain les centres de lumière. L'un appartient au génie qui crée ; l'autre à la sagacité qui perfectionne." Au-delà de cette vision et pour la renforcer, c'est à un cortège de métaphores concrètes, topographiques, terrestres, astronomiques, géologiques, c'est à une allégorisation de la vision, c'est à l'hallucination du spéléologue[145], c'est à une sonde glissée dans l'espace fractal de la géographie terrestre, de prolonger et d'enrichir ces intuitions dans l'imaginaire.

5.2. Nécessité des allégories de la connaissance. L'allégorie la plus courte possède un double sens absolu, elle est *transitive* : le sens figuré y est énoncé en dehors du sens propre, et *hétéro-télique* : le sens propre ne vaut pas pour lui-même, mais pour le sens figuré[146]. Contrairement à la métaphore scientifique selon Gilles Châtelet, qui est habilitée à exhiber des agencements et des pratiques qui secrètent de la naturalité et de l'évidence (*stratagèmes allusifs*, *métaphores-orchestre*, figures sensibles vues comme des diagrammes, *dispositifs d'extraction de gestes*), l'allégorie n'a d'autre visée que la représentation poétique et la suggestion plastique d'un mystère ou d'une théorie philosophique. Ceci en fait la faiblesse, du point de vue de l'effectivité, lorsqu'on la compare à la métaphore scientifique, mais aussi la force : il y a un réel besoin de puiser des représentations visuelles dans le monde sensible, d'établir des analogies, et d'exciter les résonnances et les homologies

[18]*Pensées sur l'interprétation de la nature* (Opuscule de 1754), §14.

[145]C'est un témoignage connu : des phénomènes hallucinatoires marquants, consistant en visions prolongées de réalité terrestre, surgissent lors d'un séjour prolongé (au moins 72 heures) dans l'obscurité des gouffres, comme si le besoin visuel était mis en mémoire dans le cerveau.

sourdes entre l'abstraction et le monde sensible. Deux allégories sont présentées : l'allégorie de la caverne de Platon, et l'allégorie du bâtiment mathématique, de Grothendieck.

5.3. L'allégorie de la caverne. Il faut avant tout intepréter ici l'allégorie comme une décision philosophique volontaire, et non arbitraire, de faire droit à *l'exigence de vivification des idées*. L'allégorie philosophique est une invention, un récit, un stratagème didactique qui ne se réduit en rien à un "illustratif subsidiaire". Et Platon, en écartant l'influence des mythes ancestraux, leur substitue des allégories à visée formatrice, pédagogique et éducatrice ; par exemple – la plus célèbre d'entre elles et qui nous intéresse – l'allégorie de la caverne. Celle-ci met en scène comme un mystère de la connaissance, une *réminiscence de l'ombre et du non-dévoilé* qui ne s'expliquent bien que par l'allégorie, parce que l'allégorie met en scène le *mouvement de décèlement de l'Idée* : le regard des prisonniers ne s'accoutume que progressivement à la lumière, après leur libération, car ils sont tout d'abord éblouis par l'éclat du soleil et incapables de voir le réel, puis ils découvrent, dans leur parcours vers la lumière, des simulacres qui projetaient des ombres sur la paroi de la caverne, et enfin, montent vers l'Idée du Bien, montent vers l'absolu ; bref, *l'accession se fait par étapes*, ce qui confirme l'existence fondamentale du *mouvement d'assomption de la connaissance vers le vrai*.

5.4. Théorie de la vérité et du non-voilement. En amont d'une théorie des Idées, l'allégorie de la caverne présente donc une dialectique de la présence éloignée au regard, ou une dialectique de la visibilité de l'ombre, bien plus qu'une dialectique de la genèse des essences. Les analyses de Heidegger[147] affirment que l'*essence originelle* de la vérité réside dans le *non-voilement* ($\grave{\alpha}\lambda\acute{\eta}\vartheta\varepsilon\iota\alpha$, dont l'étymologie stricte est "non-latent", puisque *lateo* $= \lambda\alpha\nu\vartheta\acute{\alpha}\nu\omega$), qui apparaît

[146] Cf. article "Allégorie", *Encyclopédie philosophique universelle*, *Les notions philosophiques*, Paris, Presses Universitaires de France, 1990.

comme le trait fondamental de l'étant lui-même dans la pensée grecque. *Ce qui demeure essentiel pour le non-voilé, c'est que le non-voilé surmonte constamment un voilement du voilé.* Il y une victoire de tous les instants sur l'absence de formation, une victoire de tous les instants de l'éclaircissement sur l'obscur. *Le non-voilé doit être arraché constamment à son occultation.* En vérité, c'est le *mouvement vers le vrai*, et non l'Idée, qui occupe la place essentielle. Les vérités mathématiques seraient comme des fruits mûrs concentrant tous les germes de mouvements qui les ont rendues possibles. Une telle image départagerait équitablement réalisme et constructivisme. Dans cette alternative, on serait presque tenté, pour montrer combien la synthèse du réel mathématique est empreinte d'une dynamique indélébile, de risquer, pour l'expliquer, l'oxymoron de "*constructivisme platonicien*".

§6. Indécision de la position d'hypothèses et construction du vrai

6.1. Grothendieck bâtisseur de maisons. Autre registre allégorique, complétement différent : la maçonnerie et le bâtiment. Il ne s'agit plus de la mathématique comme organisme ou comme protention, mais de la mathématique comme architecture et comme construction. Il s'agit de la mathématique comme *action*, celle de l'ouvrier et celle du maçon, dont les mains travaillent au contact du béton. Comme pour se dédouaner de son inventitvité abstraite, Grothendieck esquisse à grands traits deux portraits : celui du "mathématicien casanier" "qui se contente d'entretenir et d'embellir un héritage", et celui du "bâtisseur-pionnier", "qui ne peut s'empêcher de franchir sans cesse ces "cercles invisibles et impérieux" qui délimitent un Univers". Quand les premiers s'affairent, c'est pour "réparer un meuble bancal, crépir une façade, affûter un

[147] *Platon Lehre von der Warheit*, A Francke A. G., Berne, 1947. Trad. André Préau, *Questions I et II*, Gallimard, *Collection Tel*, Paris, 1990.

outil, voire même parfois, pour les plus entreprenants, fabriquer à l'atelier, de toutes pièces, un meuble nouveau." Faisons abstraction ici du ressentiment, du jugement et de l'amertume de Grothendieck, qui poursuit sur un plan très personnel son allégorie. Citons un passage de ce texte beaucoup moins célèbre que le texte de Platon *in extenso* : "Je me sens faire partie, quant à moi, de la lignée des mathématiciens dont la joie spontanée est de construire sans cesse des maisons nouvelles. Chemin faisant, ils ne peuvent s'empêcher d'inventer aussi et de façonner au fur et à mesure tous les outils, ustensiles, meubles et instruments requis, tant pour construire la maison depuis les fondantions jusqu'au faîte, que pour pourvoir en abondance les futures cuisines et les futurs ateliers, et installer la maison pour y vivre et y être à l'aise. Pourtant, une fois tout posé jusqu'au dernier chêneau et au dernier tabouret, c'est rare que l'ouvrier s'attarde longuement dans ces lieux, où chaque pierre et chaque chevron porte la trace de la main qui l'a travaillé et posé. Sa place n'est pas dans la quiétude des univers tout faits, si accueillants et si harmonieux soient-ils – qu'ils aient été agencés par ses propres mains, ou par celles de ses devanciers. D'autres tâches déjà l'appellent sur de nouveaux chantiers, sous la poussée impérieuse de besoins qu'il est peut-être le seul à sentir clairement, ou (plus souvent encore) en devançant des besoins qu'il est le seul à pressentir[148]."

6.2. Schéma de l'indécision de la position d'hypothèses. Quittons ce registre, qui ne ménage guère de place à l'obscur[149], pour étudier rapidement le dispositif qui étaye conceptuellement la théorie du dé-voilement mathématique, dispositif que je nommerai *schéma abstrait de l'indécision de la position d'hypothèses*. À un premier niveau, ce schéma présente les énoncés mathématiques en les articulant à un faisceau de

[148] *Récoltes et Semailles, Prélude en quatre mouvements, Promenade à travers une œuvre – ou l'enfant et la mère*, pp.12–13.

problèmes dans lesquels ils s'insèrent. Tout théorème incorpore des hypothèses imbriquées les unes dans les autres, et une ou plusieurs conclusions. *Les hypothèses demeurent indécises, c'est-à-dire en question et en suspension pour un remplacement possible, tant qu'elles peuvent être déplacées pour obtenir le même résultat.* Existe ainsi une dynamique de déplacement d'hypothèses en vue de trouver des énoncés optimaux : c'est une manifestation *in situ* de l'Ouvert mathématique technique. À un deuxième niveau, réciproque du premier et qui lui est supérieur, ce sont les conclusions qui sont affectées de mobilité. L'indécision se manifeste alors en tant que les hypothèses doivent être choisies pour fournir une étude adéquate d'objets qui résistent par leur richesse et par leur profondeur. À ce niveau, les hypothèses se confondent avec le choix et l'invention des concepts, *et l'indécision du choix demeure omniprésente dans l'étude actuelle des objets constitués*. Enfin, à un troisième niveau, il s'agit de l'*indécision de la position d'axiomes*. Exemple historiquement célèbre et canonique : le problème du continu. Il s'agit de la question du choix (ou du non-choix) de l'*axiome de détermination complète* des cardinaux, après que Kurt Gödel (1947)[150]et Paul Cohen (1963) ont démontré qu'il ne découlait pas des axiomes de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel. Mais dans la perspective dite platonicienne de Gödel, *le problème crucial est celui de la vérité* (et non du statut d'Idées préexistantes) ; autrement dit, la question centrale est de savoir quel choix pourrait être *le vrai choix*. Il est bien connu que l'analyse de ce problème ne s'est pas révélée très féconde, et qu'aucune incidence potentielle sur le fonctionnement des mathématiques et de la logique ne s'est signalée depuis, de sorte que la question de ce choix demeure pour l'instant une question privée de motivation supérieure. Mais ce problème a eu au moins le mérite de mettre en lumière l'importance d'"appels répétés à l'intuition mathématique pour obtenir des réponses non ambiguës aux questions de la théorie des ensembles”, c’est-à-dire l’importance des *décisions (choix d’axiomes) au regard de l’indécidable (questions pures)*[151].

6.3. Dynamique de l’éclaircissement. En définitive, *l’allégorie de l’Obscur ne vise qu’à illustrer visuellement la présence de germes d’ouverture qui circulent dans les mathématiques à tous les niveaux et qui se reproduisent et essaiment, ou se retirent dans l’opérativité, voire se tarissent, le tout sur le plan historique*. De plus, cette allégorie ne se cantonne pas à l’illustration, elle est étayée par un dispositif de *fluidification des questions techniques* et elle vise à l’exigence de ressaisir les champs de problématiques, de diagrammatiques et d’incarnations linguistiques, qui sont au cœur des théories. Enfin, la dialectique de l’incertitude, qui est au cœur des pratiques heuristiques, possède de véritables *structures de provocation à la question*, lesquelles, même si rien ne peut jamais les fixer dogmatiquement, même si elles menacent de se renouveler et de s’enrichir sans cesse, possèdent néanmoins une force de reproduction et de réactivation, qui sont déjà suffisantes à la promulgation des lois d’une *mathématique indéfinie*. Ces éléments généraux doivent s’accompagner d’une étude des aspects spéculatifs particuliers de l’Ouvert mathématique, étude rivée au mystère du *mouvement* de la pensée mathématique, que l’on pourrait mener à bien en examinant des mémoires et articles mathématiques.

---

[23]Tout est clair pour Grothendieck (!) : “Si j’ai excellé dans l’art du mathématicien, c’est moins par l’habileté et la persévérance à résoudre des problèmes légués pas mes devanciers, que par cette propension naturelle en moi qui me pousse à voir des *questions* visiblement cruciales, que personne n’avait vues, ou à dégager les “*bonnes notions*” qui manquaient” (p.15).

[24]K. Gödel, *What is Cantor’s continuum problem* ?, American Mathematical monthly, **54** (1947), 515–525.

[151]*Cf.* Alain Badiou, *Théorie des ensembles et théorie des Topos sous l’œil du philosophe*, dans *L’objectivité mathématique, Platonisme et structures formelles*, sous la direction de M. Panza et J.-M. Salankis, Masson, Paris, 1995.

§7. CONCLUSION

Les thèses centrales ont été formulées au cours de la réflexion. Celle-ci ouvre des voies vers une nouvelle philosophie du mouvement et du questionnement, vers une nouvelle appréhension de la *pensée mathématique en tant que recherche*. Ce type d'approche exige comme approfondissement une étude située de la pensée en filigrane, mais omniprésente, et omni-puissante, qui ne peut s'empêcher d'émerger et de s'exprimer dans les textes et dans les pratiques mathématiques effectives[152]. Une telle certitude dans la thématique de l'Ouvert mathématique technique s'accompagne ici d'une pensée qui vise à conférer un statut de réalité solide, à la fois objective et subjective, à l'ouverture mathématique, ce qui nécessite un recours constant à l'allégorie comme représentation forte de la pensée mathématique pour le monde philosophique. On a souligné aussi les aspects mobiles et duplicatifs de l'Ouvert. Enfin, de nombreux aspects strictement spéculatifs n'ont pas été abordés dans ce travail, par exemple : la position de l'Ouvert par rapport au platonisme ou les articulations de l'Ouvert aux mathématiques *spécifiques*, *etc.* Le champ de la réflexion est donc largement “ouvert”. . .

Remerciements *Je tiens à remercier les organisateurs de ce colloque, Nathalie Charraud et Pierre Cartier, de m'avoir invité à exposer ces idées et à participer aux discussions informelles, qui furent d'une vivacité et d'une vigueur mémorables.*

[152]Par manque de place, je n'ai pas abordé dans ce texte la lecture et le commentaire de la thèse inaugurale de Riemann et de sa thèse d'habilitation, la lecture de mémoires de Poincaré, notamment *Sur les courbes définies par une équation différentielle*, la lecture de la conférence de Hilbert au Congrès International des mathématiciens de 1900, *Sur les 23 problèmes*, ou encore la lecture de Gromov, *Partial differential relations*, *etc.*

Gilles Gaston GRANGER, *L'irrationnel*. Odile Jacob, Paris, 1998.

> La création esthétique, philosophique et scientifique de premier rang semble habiter son environnement intérieur singulier dans un imprévisible éloignement des sentiers battus (c'est vrai aussi des échecs). Elle semble naître de là. Sa genèse, sa rareté demeure un « nombre irrationnel ».
> Georges STEINER, *Errata*, Gallimard, 1998.

par **Joël Merker**

Le thème annoncé de cet ouvrage, qui se veut accessible à un large public est l'*irrationnel*. L'irrationnel ? Non pas, certes, que le lecteur puisse s'étonner de voir Granger faire ici l'apologie de l'irrationnel comme le fruit de ses conceptions tardives, mais la question est d'*actualité* – surtout en épistémologie, où l'on a vu fleurir récemment de nombreuses tentatives de plus en plus « osées » pour aborder les principes mystérieux de la *création* en sciences[153]. Il s'agit donc essentiellement ici de l'irrationnel polymorphe qui dessine en creux certaines formes de la rationalité. Car aujourd'hui, notamment grâce au développement de l'histoire et de la philosophie des sciences, la théorie de la connaissance ménage une place à l'irrationnel, lui concède des droits, lui donne un fondement, plus encore, y trouve certaines de ses raisons. Mais qu'on me fasse grâce de recenser les séminaires et colloques d'épistémologie qui y touchent, car c'est évident, les abîmes irrationnels de la connaissance veulent s'accaparer une parole. Et ces tentatives respectables risquent la semaille, provoquent l'émulation, excitent l'oxymorique.

[153]En particulier, j'ai noté la parution de deux ouvrages aux éditions Albin Michel, dans la collection « sciences d'aujourd'hui », qui spiralent autour de la question : D. Terré-Fornacciari, *Les sirènes de l'irrationnel* (1991) et un collectif fort passionnant intitulé *Dictionnaire de l'ignorance*, sous la direction de Michel Cazenave qui regroupe vingt-deux textes d'une dizaine de pages émanant de scientifiques (surtout des physiciens), J.-M. Lévy-Leblond, M. Lachièze-Rey, G. Cohen Tannoudji, E. Klein, J.-P. Luminet, G. Lochak, I. Stengers et d'autres (1998).

Car – pour sûr, inconscient psychanalytique, pratiques intuitives, diagrammes ou encore secrets de spécialistes, fantasmes d'auto-engendrement, désir de comprendre, intention créatrice, tension chercheuse, force, actuation, obscurité, incohérence, irrationnalité – tel est le cyclone réel et la part d'ombre réelle de l'épistémologie qui s'intéresse vraiment à la création des concepts scientifiques majeurs. Et dans cet ouvrage qui suit *Le probable, le possible et le virtuel* (Odile Jacob, Paris, 1995), Granger semble l'avoir définitivement flairé et son livre prouve qu'il a une longueur d'avance.

Néanmoins, l'A.[154] n'entreprend pas ici une célébration de l'irrationnel. En souhaitant porter son attention sur les complexités de l'œuvre de science, il convie à l'irrationnel mais sans en ériger une approche systématique ni, à vrai dire non plus, une définition caractéristique. Son ambition est d'introduire à l'irrationnel comme *métaconcept philosophique* et aux irrationnels qui partageraient entre eux la célèbre « ressemblance de famille » (Wittgenstein). Au total, et bien que quelques chapitres n'y soient pas consacrés, il s'agit dans ce livre d'une (nouvelle) *variation* sur le (même) *thème* (canonique de l'épistémologie) de la gestation de l'œuvre de science à travers son histoire « qui n'est pourtant pas une histoire », comme l'écrivait le maître de l'auteur, Cavaillès. Évidemment : « *La puissance de création appartient indéniablement à l'irrationnel* » (*cf.* citation de Steiner en épigraphe).

Donc voilà ! Le lecteur appréciera cette mise en bouche, mais... je manque d'enthousiasme pour restituer compendieusement la saveur réelle des garnitures de l'ouvrage. D'autant que la tâche consistant à penser la notion d'irrationnel en tant que tel, à articuler la dialectique de ses potentialités et à traiter toutes les questions qui surgissent naturellement est tellement *électrisante* que l'envie m'a pris mille fois à la lecture de ce

[154] « l'A. » : abréviation de « l'auteur ».

livre d'aller consulter toutes les références et de tout réécrire ! [Mais laissons cet aspect-là de côté pour l'instant.]

Tout d'abord, on constate – et c'est vrai ! – que l'ouvrage est construit comme une (assez longue : 275p.) dissertation d'agrégation, portant sur un sujet d'allure conventionnelle, un sujet qui existe (je crois) dans les annales et qui s'intitulerait tout simplement « l'irrationnel » comme d'autres sujets s'intitulent « la crédulité », « le dégoût », « l'absurde », *etc.* En effet, Granger distribue son analyse en *trois parties* : I. L'irrationnel comme *obstacle*. II. L'irrationnel comme *recours*. III. L'irrationnel comme *renoncement*, elles-mêmes subdivisées en trois chapitres exactement qui contiennent invariablement de trois à quatre paragraphes. Le plan choisi est donc un plan *notionnel*. Ses proportions sont équilibrées. Cette structure progressive semble la bienvenue. Or seule une partie de ce plan est traitée, celle qui s'éloigne le plus de l'« irrationnel authentique ». Mais tout compte fait, on se réjouit plutôt d'y voir l'épistémologie privilégiée.

En effet, dans ce plan, l'A. annonce qu'il distinguera trois types significatifs d'irrationnels, déjà cités :

1. Le premier sera l'*irrationnel comme obstacle* – le seul qui soit réellement positif. Il se manifeste en tant que surgit une impossibilité d'appliquer sans contradiction des règles à une catégorie d'« objets au sens large », bref, quand surgissent un échec ou une interdiction qui exigent que l'obstacle soit *vaincu*.

2. Le second type sera l'irrationnel comme *recours*, caractérisé par le fait qu'en lui les règles sont délibérément violées ou abandonnées dans l'espoir d'« inattendus » ou « pour trouver du *nouveau* ».

3. Et enfin, le troisième type sera l'*irrationnel comme renoncement* ou par *abandon*, celui-là même qui est fantaisiste, permissif, déréglé, bref celui qui prône le véritable rejet du rationnel.

– *eux-mêmes* subdivisés respectivement à une classification antérieure de la rationalité que l'A. avait formulée il y a quelques années, laquelle distingue un irrationnel « épistémique », un irrationnel « technique » et un irrationnel « axiologique ».

L'auteur fournit une brève explication de ce tableau dans l'introduction, mais ses compétences n'étant pas universelles, il laissera de côté les registres « technique » et « axiologique ». Pourquoi privilégier l'épistémique ? L'explication est simple : c'est le seul lieu d'exercice où l'irrationnel se révèle productif de rationalité scientifique. Au total, cette optique s'harmonise avec les approches antérieures conduites par l'A. : « Mon projet dans ce livre est modeste. Il consiste à considérer le sens et le rôle de l'irrationnel dans certaines *œuvres* humaines, dans certaines *créations* majeures de l'esprit humain, et tout particulièrement dans les œuvres de science ».

Par conséquent, ce choix épistémologique va prémunir grandement son auteur de la tentation philosophique ou littéraire à l'irrationnel et l'orienter aisément vers le patrimoine historique de la pensée scientifique, ce lieu où l'admiration rétrospective nécessite l'accompagnement de *dispositifs conceptuels* suffisamment *puissants* pour

1. nous rendre sensible l'essence des potentialités des œuvres dans ce qu'elles ont d'interrogatif, de provisoire, d'informel voire d'irrationnel ;

2. et nous faire accéder au noeud gordien de la rationalité mobile qui inscrit ces œuvres que l'on analyse dans une perspective transhistorique nous montrant en quoi leur irrationnalité provisoire est un trait qui se ramifie en nous jusqu'à notre époque.

En définitive, bien que tous les aspects culturels, sociologiques, psychologiques, littéraires, *etc.* de l'irrationnel aient

[154] Expression de Kant, « fanatisme mystique » qui consiste « en son sens le plus général à entreprendre de dépasser les limites de la raison humaine. »

été écartés, ce livre s'oriente malgré tout vers une grande diversité de sujets scientifiques illustrant largement l'importance de ces mouvements négatifs et contradictoires qui structurent la phénoménalité chaotique du nouveau. Mais je me permettrai, avant d'énoncer ces thématiques pour convaincre de leur richesse, de noter qu'on pourra quand même être sensible à un certain *hiatus* dans ce livre entre *forme* (la dissertation, épreuve non spontanée qui inscrit une démarche de réflexion personnelle dans un cadre rigide) et *contenu virtuel* (le souffle propulseur qu'est la perception des mystères coprésents d'un grand livre), ce *décalage* provenant vraisemblablement de ce que l'A. s'est engagé sans grande conviction dans une voie où, semble-t-il, il a peu d'intuitions « électriques » et de ce qu'il se soit refusé à aborder une analyse des motivations profondes de la tendance au mysticisme et à l'irrationnel pour découvrir d'autres mystères.

Ces thèmes qui exigent de l'érudition historique et de la rigueur, les voici :

I.1. Les origines grecques de la notion mathématique de l'irrationnel et les amphibologies du problème de la mesure des grandeurs.

I.2. La conquête géométrique d'un statut de rationalité par les nombres imaginaires qui prépare l'ouverture du champ de l'*analyse complexe*. Irrationnels et imaginaires ont cet « air de famille » découlant de l'impossibilité d'effectuer certaines opérations *algébriques* sur des objets préalablement admis sans contradiction.

1.3. La représentation bidimensionnelle d'un contenu spontanément saisi en un sens intuitif comme tridimensionnel, *i.e.* la perspective (Dürer, Piero Della Francesca, Jean le Viator, Alberti, Desargues).

II.1. Manipulation délibérée de concepts et symboles non justifiés rigoureusemet en physique : a. le calcul symbolique

(Heaviside 1893-1912, Carson 1926). b. La dualité onde-corpuscule. c. La fonction δ de Dirac, comme être mathématiquement aberrant.

II.2. Le recours à l'irrationnel en logique : logiques paraconsistantes (Newton da Costa 1980, S. Jakowski 1969, N.A. Vasil'ev 1921).

II.3. Les mouvements dada et surréaliste comme provocation et manifeste pour la « continuelle contradiction » (Tzara 1916, Breton 1920-1924).

III.1. La « tentation » de renoncement au rationnel dans le traitement par Einstein du problème cosmologique (Einstein 1917, de Sitter 1917, Friedman 1924).

III.2. La réduction du paquet d'onde de la conscience (... !) (Wigner, Szilard, Mattuck).

III.3. La science et les mythes pseudo-philosophiques, liste noire dans laquelle Granger inscrit : (i) La « nouvelle alliance » de Prigogine et Stengers. (ii) Le « subjectivisme sélectif » de la « théorie fondamentale » d'Eddington. (iii) La métaphysique moniste de D. Bohm. (iv) Le « Schème cosmologique » de Whitehead et (v) Le « Tao de la physique » de F. Capra.

Maintenant, pour comprendre le dispositif philosophique qui organise la synthèse de ces sujets variés, il est nécessaire d'effectuer quelques rappels concernant la manière dont Granger a déjà traité de la question de la *création* en sciences dans ses précédents ouvrages. Pour notre analyse, ce moment est capital, puisqu'on ne saisit pas d'emblée *a priori* comment l'A. a pu exercer une synthèse entre ces thèmes disparates.

Il est important en effet de rappeler que l'*Irrationnel* $(\mathcal{I})$ s'inscrit dans la continuité de deux livres de l'A. parus ces dernières années : 1. ce recueil d'articles *Formes, opérations, objets* $(\mathcal{FOO})$ (1994) et *Le probable, le possible et le virtuel* $(\mathcal{PPV})$ (1995).

Bien que les thèses qui y sont énoncées ne transparaissent plus directement dans l'*irrationnel*, on peut néanmoins opérer deux ligatures principales, lesquelles vont nous permettre de présenter et d'évaluer le squelette de dispositif conceptuel de $(\mathcal{I})$.

I. Dans $\mathcal{FOO}$, Granger avait synthétisé sa thèse principale. Celle-ci, on le sait, consiste à déplacer légèrement le thème formaliste strict en s'inspirant des données dynamiques du symbolique et du linguistique en sciences. La pensée de l'objet se concentre alors sur son déploiement formel, symbolique : « Le scientifiquement connaissable dépend exclusivement des déploiements de la pensée formelle. » Par formel, il faut bien sûr entendre la vie des « caractéristiques » diversifiées que la science dans son *imagination symbolique* développe et invente comme support « matériel » de son progrès : l'espace grignoté sur l'inconnu est, comme le texte logique, *formel*. Exemples : calcul des propositions, calcul des prédicats du premier ordre, calcul des séquents, logiques modales, λ-calcul, calcul tensoriel, spinoriel, formalisme des Opérateurs de Fourier Intégraux, Calcule de Heisenberg, *etc.* Les conditions de possibilité de l'objet reposent alors sur la matérialisation symbolique encadrée par des règles et le déploiement formel se fait par des opérations idéalement non contradictoires. Or c'est la notion de *règle* qui permet à Granger – mais il l'explique très rapidement et sans proposer une dialectique règles admises/règles rejettées – de définir l'*irrationnel épistémique* : celui-ci surgit lorsque « *l'enchaînement des opérations est interrompu par impossibilité d'appliquer les règles* » – celles qui peuvent ou doivent l'être.

Enfin, il faut aussi rappeler que Granger avec sa notion de *contenu formel* avait cherché à penser l'irréfrénable « différance » (Derrida) qui « pousse le connu à se délivrer dans l'inconnu » : en tant que l'exacte coïncidence entre la *figure* (le sens, la sémantique) de l'objet et la *manipulation symbolique* (la syntaxe logique), *i.e.* l'*opération*, cesse d'être satisfaite dans les langues formelles qu'utilisent les sciences (*cf.* Ackermann 1928, Gödel 1931), *i.e.* en tant que l'opératoire et le symbolique cessent de se refléter complètement, il faut admettre l'existence d'un *contenu « cis-formel »* qui soit, comme le sourire du chat de Cheshire, la trace évanouie de l'incomplète codétermination forme/contenu. Comme le *contenu formel*, le *virtuel* et la codétermination ou *dualité opérations/objets*, l'*Irrationnel* est érigé au rang de *métaconcept philosophique* : la clé de cette même appartenance est bien entendu le rêve épistémologique de comprendre la *surrection des concepts*. On hypostasie d'une manière ou d'une autre l'explication ultime des moteurs et des mystères. Mais je reviendrai sur les modalité d'affaiblissement possibles de cette hypostase.

II. Dans $(\mathcal{PPV})$, Granger s'orientait encore plus avant dans ce problème épistémologique primordial, puisqu'il proposait d'analyser le rôle fondamental joué par le non-actuel dans la science en privilégiant le caractère de virtualité des énoncés objectifs sur leur caractère de nécessité. La thèse générale du livre avançait que « *Toute connaissance scientifique porte en définitive et fondamentalement sur le « virtuel »* ». Car le réel ne se réduit pas à des actualités. Le *virtuel* dans la démarche scientifique est une représentation des choses et des faits détachée des conditions d'une expérience complète : les objets sont construits pour être représentés virtuellement dans un référentiel réglé – on pense bien sûr au formalisme de la Mécanique Quantique. Car les « objets quantiques » sont l'exemple canonique (et aussi énigmatique) d'une réalité virtuelle déposée dans la notion mathématique d'espace hilbertien représentant cependant le passage à l'actuel du système virtuel respectivement aux distributions statistiques d'événements observés. Dans cette optique, Granger s'attachait à analyser en quoi l'*ontologie virtuelle* structurée de manière robuste et prégnante en systèmes opératoires pouvait se substituer à l'*ontologie actuelle* mais partiellement mystérieuse et élusive des objets de l'expérience des actualités. Ainsi souhaitait-on privilégier le réel provisoire sur le réel en acte en exhibant les systèmes conceptuels de la science comme représentation des phénomènes dans des univers réglés de virtualités, mathématiques comprises. Expliquer, c'est insérer des représentations dans des systèmes de virtualités où elles s'enchaînent et c'est formuler des règles déterminant celle des virtualités qui sera l'image d'un événement actuel. Et ces structures de virtualités organisant le non-actuel constituent le paradigme épistémologique censé apporter un nouvel éclairage sur « ce qu'est vraiment l'invention scientifique ».

Première remarque : c'est entre $(\mathcal{PPV})$ et $(\mathcal{I})$ que les parentés de composition sont les plus frappantes : chapitres, thèmes, analyses ont un « air de famille » patent, à ceci près que l'A. dans $(\mathcal{PPV})$ manifeste une bien plus grande dextérité rhétorique à inscrire ses analyses thématiques dans le sujet traité, tandis que le manque d'unité apparent de $(\mathcal{I})$ me semble provenir d'une carence de dispositif conceptuel élaboré.

Plus encore, le lecteur pourra noter que suggestion d'irrationnalité et suggestion de virtualité entrent en compétition et se détruisent : se brûlant au Mystère, les deux thèses s'annihilent, comme tant d'autres.

Deuxième remarque, quant au système de pensée.

Cette présentation rapide de $(\mathcal{FOO})$ et de $(\mathcal{PPV})$ permettra de comprendre que Granger se soit raccroché dans $(\mathcal{I})$ à un dispositif minimal qu'il ne présente et n'analyse qui plus est que dans l'introduction : l'irrationnel « épistémique » – c'est la thèse principale – se manifeste dans le procès de connaissance lorsque ce procès rencontre inopinément une propriété de son objet qui entre en contradiction avec les règles opératoires, *i.e.*

la légalité, auxquelles il était soumis jusqu'à présent. Bien entendu, dans le cas d'un recours ou d'un abandon, cette manifestation de contradiction dans les règles provient du sujet connaissant et c'est le cas d'obstacle lors de la rencontre d'un objet « résistant » non constitué qui présentera l'intérêt le plus élevé pour la pensée. Autrement dit, l'A. – quoiqu'il oublie d'en informer son lecteur – se range implicitement à sa philosophie de la légalité symbolique érigée dans $(\mathcal{FOO})$. Mais on observera d'assez grandes lacunes dans la théorisation, laquelle devait *a priori* présenter d'énormes difficultés, de cette négativité de la violation (de règles).

Ces difficultés pourraient comprendre notamment *a priori* : (a) Le problème de l'explicitation des règles coprésentes d'une violation – car bien souvent, le théâtre d'une irrationnalité provisoire s'identifie à l'horizon fantôme d'une *incomplète détermination* des *hypothèses* décisives eu égard aux *hypothèses* amovibles. (b) Le problème de comprendre comment la prémonition d'harmonie dessine une constellation de règles nouvelles transcendant négation et violation d'anciennes règles – qui deviennent minuscules (le paradigme des métathéories grothendickiennes). Bref, s'il s'agit essentiellement de règles comme le soutient Granger et si l'on veut les scruter dans leur virtualité provisoire il serait souhaitable alors de les *modaliser*, de les diversifier, de les définir, de les enrichir dans un système très nuancé mais très difficile à inventer et très loin d'être inventé sur le plan philosophique et d'en exhiber les facettes mystérieuses, celles qu'on pourrait identifier au « kaleidoscope d'infiltration de l'irrationnel ». L'A. semble au contraire posséder une idée préconçue de la notion de règles, parente des règles que l'on connaît bien dans les systèmes logiques axiomatisés et donc cette idée se révèle vite insuffisamment riche pour rendre compte de l'universalité de l'irrationnel dans l'invention scientifique. Néanmoins, malgré ces obstacles de pensée évidents, l'A.

ne se dispense pas de proposer une description phénoménale située dans ce cadre conceptuel : *grosso modo*, il s'en tiendra à l'idée que l'irrationnalité apparaît « quand la production de l'oeuvre se situe ou se développe contre ou en dehors de ce cadre originaire, devenu éventuellement trop contraignant ou stérilisateur ».

Mais même en se cantonnant aux modalités phénoménales de l'irrationnel, les questions de la mobilité, des puissances et de la motricité de l'irrationnel devraient avoir disqualifié comme insuffisant ce dispositif par « règles ». Dans l'horizon d'idéalité qu'appelle la notion de rationalisation de l'irrationnel, on ne peut plus non plus je crois se contenter de s'aligner sur les positions de l'épistémologie post-cavaillésienne d'après laquelle l'autonomie du concept surgit dans et par un mouvement historique. Le mystère reste total.

Car les problèmes soulevés sont les *brûlants* fruits d'une longue tradition philosophique française et d'une aspiration élevée à comprendre les propriétés épistémologiques concrètes des objets que les mathématiques ne cessent de produire. Et je voudrais dans ce compte rendu attirer l'attention du lecteur sur les questions connexes à celles du rôle *dialectique* de l'irrationnel, questions *sismiques* dont *aucune* me semble-t-il n'est à l'œuvre dans ce livre – et qui pourtant auraient dû en constituer l'*épicentre* ! C'est là à mon avis la meilleure manière de susciter un réveil philosophique salutaire.

Les neuf items questionnels ci-dessous pourront apparaître constituer seulement une batterie de questions éparpillées que je reprends à mon compte pour susciter ce réveil. Une sorte de rétablissement légitime de l'autorité des problèmes. Je choisis néanmoins de les énoncer d'abord ici dans leur vivacité brute, ne serait-ce que comme exercice de style pour provoquer l'*intuition d'épicentres multiples* dans ces tremblements philosophiques du sol épistémologique. Enfin, il va sans dire que ces problèmes ont été largement abordés par l'épistémologie classique. Les formulations que je choisis sont à dessein dubitatives.

Cette liste de neuf questions, la voici.

1) Est-il certain qu'il s'agisse uniquement d'une question de règles ? (Pour les irrationnels, pour les imaginaires, par exemple. En effet, le corps **C** possède une universalité physico-mathématique bien mystérieuse, l'irrationalité physique est le moteur le plus puissant du développement des mathématiques[155], *etc.*)

2) Quel statut accorder à l'irrationnel ? Granger parle d'un métaconcept, mais la question se pose de savoir si l'irrationnel épistémique doit posséder un quelconque statut ontologique, métaphysique, transcendental, virtuel, provisoire, illégal, illégitime, problématologique, ou encore **de savoir si c'est une force motrice mystérieuse**, *etc.* – CAR C'EST LA QUESTION !

3) Question non moins difficile : comment attester résolument (au sens de *résolution*, c'est-à-dire solution à une question, en disqualifiant toute tentative dogmatique) et sans contradiction de l'existence et de la persistance d'une irrationalité polymorphe dans les sciences ? On risque en effet d'assimiler rapidement les formes de l'irrationnel dans la pensée occidentale aux mysticismes authentiques qui expriment quant à eux une vraie tendance à l'irrationnel ?

4) Ce qu'on désigne comme irrationnel épistémique ne recouvrirait-il que le moment provisoire de gestation, *i.e.* le moment du travail de mise en forme et n'aurait donc pas droit de cité ? Ou encore, ce que Granger désigne comme irrationnel épistémique, par exemple dans le problème cosmologique, ne

[155] À creuser !

se caractériserait-il pas mieux en tant que les *hypothèses scientifiques* propres à un champ d'investigation relèvent d'une dialectique de la *recherche* qui maintient à dessein un *flou de rigueur* provisoire lorsqu'un objet important est pressenti ? Évidemment, ce pressentiment pourra être partagé intersubjectivement, par exemple l'idée de fonction non régulières conduisant aux *distributions* ou le mythe de la rationalisation mathématique des intégrales de Feynman. L'organisation axiomatique des hypothèses concordatoires ne venant qu'après-coup dans un *a posteriori* que le philosophe des sciences aurait le devoir d'expliquer ?

5) Comment rendre compte de la découverte chaotique des concepts scientifiques, *i.e.* ici de la rationalité *a posteriori* de l'irrationnel, sans introduire une rationalité supérieure qui présiderait à leur venue ?

6) Quel type de rationalité constituerait-il un obstacle à la naissance de l'irrationnel ? Quels cadres, quelles règles, quels paradigmes, quelles croyances, quelles pratiques ? Comment les définir ? Tout le débat sur l'irrationnel épistémique ne se réduit-il pas au caractère dialectique de la *rationalité en puissance* ?

7) Comment articuler le *ressaisissement rationnel de l'irrationnel* sans privilégier, de l'irrationnel, ce qui en était par avance rationnel ? Tous les exemples choisis par Granger ne laissent-ils pas de côté la part réellement obscure de la rationalité, celle-la même qui pourrait être visée en tant qu'*Irrationnel* ?

8) Comment comprendre en profondeur l'articulation du *travail de gestation* (analytique et chaotique) avec le *travail de maturation* (synthétique et ordonné) ? Bien entendu, à un niveau individuel mais aussi social, culturel et historique ?

On sait bien que la crise des irrationnelles dans la grèce antique a mis en lumière la capacité qu'a la raison de remanier l'édifice de la connaissance pour y englober des objets qui étaient d'abord l'occasion d'apories. Apories $\cong$ gestation ?

9) Enfin, comment articuler globalement l'inscription et l'immersion de l'irrationnel dans les contextes culturels d'une époque ?

Si toutes ces questions labourent indubitablement le sol gelé de $(\mathcal{I})$, nul n'ignore combien elles sont associées aux réponses partielles fournies par les épistémologies « classiques » : Couturat, Duhem, Bachelard, Cavaillès, Lautman, Canguilhem, Desanti, Popper, Kuhn, Lakatos, *etc.*. Mais toutes ces problématiques et d'autres ne me semblent pas avoir été envisagées dans ce livre, l'impression s'en dégageant étant que l'A. a choisi des thèmes qu'il connaissait et les a inscrits à telle place dans les cases de son plan, les transitions effectuant le lien avec le sujet. Par conséquent, la meilleure critique constructive que l'on pourrait adresser consisterait à ériger une approche philosophique synthétique et **lucide** de ces questions (submergentes, j'en ai écrit une liste supplémentaire de trois pages) qui s'articulerait dans un rapport de filiation réel et de négation réelle avec la philosophie des sciences traditionnelles, un rapport qui, pour être profond, exigerait une imprégnation et une analyse liminaires suffisantes à propulser l'*exigence de dépassement*. Hélas, en imitant modestement Bachelard ou Cavaillès et en oubliant de ressourcer régulièrement ses faiblesses à la lecture des hésitations des grands, il est à craindre que notre « Nouvelle Histoire des Sciences » produise des oeuvres plus fades que si elle s'était confrontée *en pensée* à ses pères et nous avait restitué patiemment les fruits de cette confrontation négatrice : l'auteur de l'*Irrationnel* n'a pas, je crois, ressenti ces *travaux nécessaires*, simple réveil salutaire qui aurait montré combien il est difficile de penser mieux que ses prédecesseurs ce qui « appartient indéniablement à la puissance de création ».

La satisfaction mathématique

Joël Merker

Dédicace. Aujourd'hui[156], j'ai une pensée et un souvenir émus pour Gilles Châtelet. Notre amitié et nos échanges philosophiques étaient nés lors du colloque " Mathématique et Inconscient" (ENS Ulm, 13-15 Juin 1997), préfigurant il y a deux ans ce colloque à Cerisy, où son absence se fait, je crois, sensiblement sentir dans les débats enthousiastes qui ont lieu.

Un philosophe contemporain a prématurément disparu.

Car dans son silence, au début de ce mois de juin 1999, Gilles Châtelet arrêta secrètement la mort "non triviale" qui sommeillait dans ses abnégations corporelles ; après avoir vainement cherché à qui confier sa solitude, sans avoir eu le temps de dire adieu, sans ultimes rendez-vous, sans même avoir pu s'assurer de la pérennité de sa pensée, dans une hypothétique descendance. J'y vis tout de suite le stratagème nomadique du corps indisponible, sans secret pour ses pairs. C'était dans des circonstances graves. Et Gilles Châtelet était très sentimental.

Mais je vécus surtout, comme tant d'amis, la révolte égoïste de voir disparaître son âme incandescente. Car deux années seulement d'amitié pourraient rapidement conduire à diluer en moi ce trop peu de dons et de souvenirs, à les défalquer du temps essentiel, puis à les dérober à ma mémoire, par l'insouciance du devenir. Je n'ai pas eu le temps de mieux *connaître* Gilles Châtelet !

Alors, il ne me reste plus qu'un vœu à formuler : que sa mort n'anéantisse *jamais* cette proie offerte au *flair instinctif* que nous avions en commun : la certitude dans la valeur des volcans qui sommeillent et l'assurance en la hardiesse et en les crispations qui détonnent.

Et que la pensée de René Char, exprimée dans un contexte tragique de résistance[157], incite encore à la persévérance : "La symphonie qui nous portait s'est tue. Il faut croire à l'alternance. Tant de mystères n'ont pas été pénétrés ni détruits." *À une philosophie de combat de continuer à faire sienne l'âpre méditation de tout cet inconnu.*

Une philosophie offensive doit se situer résolument aux avant-postes de l'obscur, en ne considérant pas l'irrationnel comme "diabolique" et réfractaire à l'articulation, mais comme ce par quoi des dimensions neuves peuvent advenir.
Gilles CHÂTELET[158].

À ma Renarde,
très fidèle épistolière

§1. INTRODUCTION

Le sujet dont nous allons traiter[159] est loin d'être inexploré[160] et l'on pourrait souligner de manière liminaire l'existence de nombreuses tentatives pour aborder les liaisons mystérieuses qui existent entre les termes d'une quadrilogie qui est

---

[1]Cerisy-la-Salle, Centre Culturel International, le 8 Septembre 1999.

[157]René **Char**, *Feuillets d'Hypnos*, 93, *Fureur et Mystère*, Gallimard, Paris, 1962.

[158]*Les enjeux du mobile*, Des Travaux, Seuil, Paris, 1993, p.22. Voir aussi *"La philosophie aux avant-postes de l'obscur"*, Conférence au *Forum Européen de la Science et de la Technologie, Science, Philosophie et Histoire des Sciences en Europe*, Grand Amphithéâtre de la Sorbonne, 10 décembre 1994.

[159]Le présent texte est une reprise par l'auteur de sa communication au Colloque : **Mathématiques et Inconscient**, organisé par Nathalie Charraud, Marie-France Coste-Roy et Bernard Teissier. *Paris, École Normale Supérieure, 13-15 Juin 1997* (dernier remaniement : Mars 2000). On trouvera le texte initialement prévu pour ce colloque, intitulé *L'Obscur Mathématique* en version pdf (*portable document format)* sur la toile à l'adresse **www.cmi.univ-mrs.fr/∼merker/**.

[160]Clin d'œil à l'ouverture de l'ouvrage bien connu de Jacques Hadamard, intitulé *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field*, Princeton, 1945, et traduit chez Bordas en 1975.

au cœur de ce colloque :

$$\begin{tikzcd}
\textbf{Inconscient} \arrow[r, "?"] & \textbf{Découverte} \arrow[d, "?"] \\
\textbf{Travail} \arrow[u, "?"] & \textbf{Conscient.} \arrow[l, "?"]
\end{tikzcd}$$

Cette rencontre a lieu autour du thème “Mathématiques et Inconscient”, et nous avons la chance d’accueillir des psychanalystes de profession, intéressés par la mise en question – par les mathématiciens eux-mêmes – de ce qui fait sens en mathématiques. Aujourd’hui, la difficulté de ce sujet : l’étude philosophique, sociologique et psychanalytique de l’invention mathématique, à travers le prisme de cette quadrilogie, cette difficulté a cessé d’être seulement intrinsèque. Autrement dit, elle n’est plus seulement due au caractère intrinsèquement contingent et imparfait de toute activité humaine, que l’on étudierait dans son inachèvement, comme l’artisanat, la composition musicale ou le travail d’écriture mathématique. Car à la difficulté intrinsèque du sujet se superpose une difficulté extrinsèque : *l’enjeu de ce qu’on peut dire et de ce que l’on choisit de dire sur la création mathématique* et par conséquent aussi, *l’enjeu de ce que dit le discours des autres*, et ce dernier enjeu constitue d’ailleurs l’un des obstacles les plus évidents et les plus difficiles à surmonter dans un tel travail réflexif. *Car il s’agirait avant tout de trouver une posture d’inscription originale et neuve dans des champs prédéterminés d’analyse*. Il s’agirait d’enfoncer le coin dans plusieurs failles essentielles du discours épistémologique classique. Et l’inconscient mathématique signalerait à merveille l’existence de ces failles !

Enfin, ce sujet est devenu d’autant plus délicat que les orientations de la psychologie cognitive et les exigences de la philosophie des mathématiques semblent maintenant converger pour désigner un objet de pensée, une objectivité adéquate pressentie, dont on attendrait qu’elle rende compte pleinement des forces de création (plutôt incontrôlées !) qui sont à l'œuvre dans *notre* contexte socio-culturel. Cette objectivité se déclinerait de plusieurs manières – je n'en dirai rien pour l'instant, toute la bataille est bien là ! – , mais elle ne serait plus aujourd'hui réductible au paradigme structuraliste qui a connu son apogée en France dans les années 1950 à 1970. Il n'est donc pas étonnant qu'un déploiement nouveau doive être mis en œuvre par rapport à la primauté accordée dans la plus grande période du vingtième siècle au langage et à la formalisation.

Organisation de l'intervention. Elle sera rhétorique puis théorique : l'économie des paragraphes introductifs n^o 2 à 10 étant de nature essentiellement argumentative et introductive, la partie spéculative originale de ce travail sera présentée en fin de parcours dans les paragraphes n^o 11 à 20 ci-dessous. Je souhaite en effet galvaniser au préalable le cercle de l'hésitation traditionnelle quant au thème délicat de l'inconscient mathématique.

§2. Difficultés liminaires

2.1. La spécialisation : obstacle à la pensée des mathématiques ? Mais d'un côté, l'exigence actuelle de se dessaisir du catéchisme formaliste – trahison d'une mode ? – est saisie dans une pure attente d'analyses entièrement nouvelles de la création en mathématiques, et d'un autre côté, sans cesse, le dispositif de la science se *durcit*. La science progresse. La science se spécialise. Elle échappe de plus en plus à l'emprise de la philosophie, mue ses concepts en opérations, et *métamorphose de plus en plus finement le mouvement en langages*. De tels dispositifs ne se contentent pas, hélas, de protéger la souveraineté de la science par la spécialisation, prétexte pour elle de “tour d'ivoire”, dû à son organicité et à sa complexité inexorables. Il y a en sus un phénomène bien connu d'*autonomisation* de plus en plus marquée par rapport à la pensée philosophique, par rapport à la “pensée universelle”. Ainsi, si la mathématique s'enfouit dans des terres granitiques, et organisées en profondeur, si elle subit le travail constant et sûr des déformations métamorphiques (les mathématiques sont une roche qui pénètre comme le gneiss dans des profondeurs terrestres qui en modifient la structure), on ne voit pas bien alors comment recentrer la question psychologique ou la question psychanalytique et comment satisfaire la tentation de *saisir les mathématiques comme dominées par le désir*, le désir d'originalité, par le besoin, le *besoin d'élévation*, par une force unique, la *force motrice*, par une quête, une *quête du sens*, qui ne se réduisent pas au sens esthétique (tentation d'une vision réductrice et partielle du travail d'harmonisation nécessaire de la pensée), et encore moins au sens logique (apanage paradoxal d'un positivisme anglo-saxon routinier lui aussi hautement menacé de ringardise) !

2.2. Premier doute quant au transfert des catégories psychanalytiques dans les mathématiques. Car le dispositif de la science confronte actuellement tant l'historien que le philosophe aux formes de scepticisme et de découragement que ressentent les spécialistes eux-mêmes devant l'inertie et la lourdeur des techniques spécialisées lancées au galop. Notre époque saura-t-elle déplacer, modifier puis repenser sous un angle de visée universel, l'équilibre de la mathématique acquise ? Saura-t-elle réhabiliter le statut du sujet mathématique ? Saura-t-elle reconsidérer l'*émergence subjective* des objets actuels avec un sage recul interne et immédiat ? Ou bien, au contraire, ces formes de révolutions paradigmatiques locales, ces charnières de la pensée, ces présences de l'irrationnel, ces *fulgurations silencieuses de l'intuition* qui sont oubliées par l'histoire, toutes ces *couleurs subjectives* de l'inventivité et de la constructivité mathématique, ne sont-elles pas déjà acquises, cristallisées, durcies, *scellées* au point que leur *exigence* et que leur *méditation* passent pour une *évidence* ? *On peut se demander finalement à fort juste titre si* *l'expérience, le geste, la pulsion, la satisfaction, ne sont pas à présent enveloppés, involués, implicités et cachés, à l'intérieur même des mathématiques et dans le travail de la preuve*. Même le métaphorique, supplanté dans l'exposition par le technique, serait réduit à n'être plus qu'une coulisse subsidiaire du vérificatoire.

2.3. La métaphysique silencieuse de la satisfaction. J'insiste. Comme on le sait, les acquis métaphysiques d'une époque percolent jusqu'à nous, ils traversent toutes nos pensées comme autant d'évidences assimilées à travers l'histoire, évidences qui sont aussi inscrites fondamentalement dans une dialectique hégélienne de la phénoménologie de l'esprit. L'empire métaphysique, qui semble si invisible au non-philosophe, imprime en vérité à nos actes des mouvements qui semblent se régler sur des typographies en filigrane. Par des démarches indépendantes, l'algèbre, la géométrie et la théorie des équations différentielles rencontrent sur leur route l'objet "*groupe de Galois*", puis le développent, le thématisent, le retrouvent dans la théorie des équations différentielles holomorphes, l'enveloppent dans une théorie générale, et enfin le naturalisent : comment ne pas voir là l'existence d'une *réalité de compréhension transversale dominant la genèse de cet objet algébrique (groupe de Galois)* ? Voici donc un exemple paradigmatique de ce que l'on pourrait appeler un concept mathématique essentiel, un concept mathématique naturel (groupe d'une équation, groupe abstrait), une naturalité *conquise,* parce qu'immanente à de nombreuses situations mathématiques, sans être pour autant immédiate. Alors, par analogie avec le phénomène général des *naturalités conquises* en mathématiques, lesquelles apparaissent de manière complètement autonomes, indépendantes de tel ou tel inventeur, lesquelles peuvent être découvertes en Moldavie comme en Belgique, et redécouvertes ailleurs et dix ans plus tard, *il se pourrait très bien que le besoin de la satisfaction et le désir* *des bons objets et des bons théorèmes soient d'une certaine manière niés et refoulés par la plupart des mathématiciens*, tout en rayonnant de manière effective comme l'inconscient dans le conscient, au sens que la psychanalyse freudienne a attribué à ces termes. Et il se pourrait très bien aussi qu'ils soient sublimés volontairement par le sujet, en tant que les mathématiques entretiennent un rapport absolument fondamental avec une *exigence de vérité*. En résumé, il se pourrait très bien que le sujet oriente sciemment ses pulsions de vie (l'ancrage dans le corps) vers la réalisation d'un idéal mathématique.

§3. Prospection préliminaire des attentes

Mais dans cet objectif quelque peu amphibologique concernant une analyse psychanalytique des mathématiques, il faudrait fournir d'abord, au seuil, avant de rompre le pain, un travail épistémologique considérable, qui n'est pas un travail philosophique, mais un *travail de prospection préliminaire et d'examen des attentes et des espoirs*. C'est-à-dire une analyse critique liminaire, basculant l'*a priori* d'une approche originale sur l'*a posteriori* d'une tradition assimilée. Après observation prolongée, on constate en effet que dans toute pensée théorique abstraite, tout pivote primordialement autour d'*intentions centrales* et d'*orientations effectives*. Fréquemment laissées en pâture aux exégètes d'une théorie, intention centrale et orientation effective font aussi la une des querelles de chapelles et dilapident souvent les forces de la philosophie des sciences dans une vaine *épistémologie comparée*. Mais au demeurant, leur prise en charge réelle et leur assomption sans concession font souvent défaut au discours, par manque d'engagement philosophique et par peur d'explicitation des *a priori*, voire d'*auto-exposition du discours*. La critique que je serais le plus spontanément porté à adresser aux tentatives de ressaisir l'activité mathématique comme protension, à travers notamment des catégories psychanalytiques, c'est leur manque d'engagement dans la pensée et leurs insuffisantes motivations, comme si l'on pouvait se contenter de faire circuler et de véhiculer un discours sur un sujet réservé à l'amateurisme, par opposition à l'activité professionnelle des mathématiciens spécialisés. Ainsi, attendu que l'intention centrale doit se dégager de toute présentation théorique, je soutiens d'une manière certes paradoxale, qu'il faudrait ici *voir tout ce que l'on veut savoir avant même de commencer, et d'ailleurs aussi, le voir beaucoup mieux avant même de commencer qu'après avoir dégagé certains concepts*. Bref, si le savoir s'articule à une volonté impersonnelle, mais décidée par une conscience, le psychanalytique en mathématiques est tenu quant à lui aussi de *formuler ses hypothèses, ce qu'il attend, et ce qu'il espère*. Par analogie, axiomes, objectifs et théorèmes ne sont-ils pas antéposés à toute démonstration ?

§4. Attentes et dominations externes

Mais pourquoi faudrait-il se représenter tout ce que l'on veut savoir avant de commencer le travail ? Objection votre honneur : mais c'est absurde ! N'est-ce pas anticiper exagérément sur l'imprévisibilité de toute connaissance ? Réponse : mis à part la nécessité mystique, mais éclairée, mais rationnelle, d'être *possédé par son sujet* pour le propulser suffisamment loin, l'exposition des intentions de fond nous sera tout simplement nécessaire parce qu'il nous faudra contourner *deux écueils lovés dans la tradition de la philosophie des mathématiques*.

4.1. Deux écueils dialectiques "duals". Le premier, je propose de l'appeler l'écueil d'une *domination faussement externe, et prétendument universelle, du concept et des structures*. Celle-ci est accompagnée d'un certain refoulement du sujet lié à un mythe (d'obédience philosophique) de l'universalité du concept. Cet écueil pourrait s'assimiler à un trop-plein d'épistémologies dogmatiques harcelant notre mémoire et nous exposant à la répétition des paradigmes. Dans les paragraphes 6 à 8, nous allons exposer un exemple de plaidoyer aveuglant pour les structures, *dégagées a posteriori d'une invention gaussienne*, qui interdirait toute analyse de l'inventivité subjective, voire du génie. Le second écueil, c'est la menace concrète de vide dû au faible et difficile ancrage historique et traditionnel de la psychanalyse dans les sciences, dont se méfie spontanément presque tout scientifique. Trop-plein du concept, vide relatif du psycho-logique : il y a quasiment dualité, avantage et désavantage en induction réciproque.

4.2. Le concept contre la conscience. Premier écueil à notre projet : l'objectivité du concept jouée contre la subjectivité de la conscience. L'un des acquis indéniables de la philosophie des mathématiques au vingtième siècle, attaché au nom de Jean Cavaillès, est le *principe d'immanence et d'autonomie des mathématiques*, lesquelles ne seraient en rien constituées dans le sujet, dans la conscience ou dans le cognitif. La théorie de la science, écrit Cavaillès, est théorie de l'histoire conceptuelle de la science et c'est dans l'"enchaînement dialectique des concepts" qu'il faut la chercher. Conséquence implicite : l'invention, l'idiosyncrasie, l'hubris de la production, l'isolement des chercheurs et la perspicacité des esprits ne sont alors que des épiphénomènes. Dans cette optique, très défendue par les historiens canguilhemiens et post-cavaillésiens, les critères de satisfaction, s'il en existe, sont plutôt à placer "hors sujet", peut-être dans le concept, si jamais l'on pouvait faire dire à Cavaillès que des critères de satisfaction puissent exister et appartenir au concept et être par là-même intersubjectifs, partageables et transmissibles. Bref, dans l'esprit de nombre d'historiens non praticiens des mathématiques, le concept à travers l'histoire constituerait le seul principe dominateur légitime de l'activité mathématique.

4.3. Ce qui se joue en nous. Or la question de savoir s'il existe un *principe dominateur*, voire même une multiplicité de principes moteurs dominateurs, par rapport auxquels s'articulerait le développement des mathématiques est une question vraiment délicate, *minée par des orientations idéologiques diverses*, hautement et légitimement refoulable il est vrai, mais qui est en fin de compte *inspirée par le désir de comprendre ce qui se joue en nous* et ce par quoi nous sommes joués, dans l'espoir d'accéder à quelques explications satisfaisantes des caractéristiques mystérieusement anthropologiques de la pensée, d'accéder aussi à une quiétude de la raison, à une paix de l'âme, bref, dans l'espoir de se rasséréner sur ce par quoi l'activité humaine (qu'elle soit mathématique ou autre) est fondamentalement dominée. *Désir, satisfaction* et *besoin de se rasséréner*, voilà bien des catégories liées à la psychanalyse : belle auto-suggestion du problématique !

En résumé, jouer le concept contre la conscience, en occultant les problématiques cruciales concernant la *motricité du conscient*, voilà pour nous un écueil d'importance.

4.4. Le désert de la psychologie des sciences. Second écueil à notre projet, l'ancrage flottant dans une tradition de pensée. Cette deuxième obstruction s'amplifie même des *dispositifs effectifs de réponse* que définit tout contexte interrogatif, toute recherche philosophique, dont notre recherche semble complètement privée ! On ne peut que constater l'inexistence de ces dispositifs, dans le domaine, quasi-désertique, de la psychologie des sciences. Il ne faudrait pas s'engager dans une voie dont les échecs sont *a posteriori* prévisibles et qui n'engendrerait que peu de *matière spéculative*. Autrement dit, avant même d'entreprendre une démarche psychanalytique consacrée aux mathématiques, on pourrait s'interroger sur le vide quasi-total, sur l'absence réelle de réussite convaincante dans ce domaine et sur la relative mésestime dans laquelle sont tenus les épistémologues qui ont frayé avec une philosophie, inaccessible et toujours fausse, de la création et du génie. En l'occurence, quelle pourrait être l'explication de l'absence de tradition de "psychologie des mathématiques" aux côtés d'une anthropologie et d'une psychologie cliniques, sinon la vacuité plus ou moins fatale de son objet ? Cet écueil, lui aussi, est de taille !

4.5. Scepticisme de principe à l'égard de la psychologie. Par conséquent, la tentation de voir la psychanalyse apporter ses propres outils pour éclairer la question de la création en mathématiques doit se modérer d'un *scepticisme de principe* permanent. Lorsqu'on assiste soi-même à son propre travail inconscient, il semble clair que *l'évolution des idées subconscientes soit redevable d'une surexcitation préalable de la conscience, bien plus que d'une passivité acquise et offerte aux circonstances d'une apparition*. À savoir, donc, si l'on s'en remet à l'existence d'un processus mental antérieur inconnu de l'inventeur, en d'autres termes, à l'existence d'un processus inconscient, il ne faut pas se méprendre sur ce qu'on est en droit d'attendre et d'espérer de lui. Son externalité et la relation de domination qu'il exerce sont toutes relatives et partielles et il n'est pas question de croire à une avancée considérable sur le plan de la pensée en s'intéressant à la psychologie de l'invention.

4.6. Abondance de dominations. Comme je souhaite le démontrer, tous les principes dominateurs de l'expérience mathématique sont emboîtés les uns dans les autres, s'interpénètrent et sont décalés les uns par rapport aux autres, ils constituent comme un polyptyque recouvert d'une surface aveugle que nul regard ne parvient à traverser. Ainsi, *Si la domination est externe, elle doit être vraiment externe, et par conséquent, multiplement externe. Elle doit se dire de multiple manière, comme l'Être au sens aristotélicien* (*cf.* Thèse 4 *infra*). Il y a hétéronomie, donc, des constitutions.

4.7. Illuminations subliminales. Par exemple, on ne pourra se contenter d'approcher les sentiments de certitude immédiate décrits par Poincaré, les apparences d'illumination subite, les intuitions, les signes manifestes d'un long travail inconscient, sans les rapporter aussi aux *forces non moins manifestes* d'oblitération du sujet et aux exigences d'objectivité. L'hypothèse de l'inconscient, l'hypothèse du hasard, l'hypothèse du choix, l'hypothèse de l'évidence automatique, l'hypothèse du moi subliminal, l'hypothèse de la conscience marginale, toutes ces hypothèses doivent être soupesées comme autant d'hypothèses dont on ne saurait se satisfaire. C'est pourquoi, on peut ne pas accorder complètement son crédit aux orientations générales de Jacques Hadamard, dans son *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique* (encore la belle naïveté des scientifiques, disent les philosophes !), Hadamard pour qui "la question est de savoir si l'inconscient représente un mystère – ou plus exactement un mystère spécial", l'entendant par là comme une force productrice intéressante venant adjuver le travail conscient sur ses terres, et non comme une entité d'analyse stratifiée à la manière clinicienne de Freud. Bien sûr, notre esprit ressemble à un mystère en pleine lumière, quand rien ne garantit *a priori* ses limites spirituelles et ses instances d'examination. Mais le philosophe, qui se méfie toujours de la passivité inexplicable, et néanmoins réelle, qui alourdit l'entendement, *le philosophe exige la réactivation du problématique*, cause primordiale du travail conscient et du travail inconscient. Ce n'est donc pas par peur de l'inconscient que l'on doit se retrancher sur une position acceptant l'hétéronomie des constitutions et l'agrémentant d'un "scepticisme de principe", mais en vertu d'une exigence de lucidité : l'inconscient mathématique relève de mystères encore plus mystérieux que lui.

§5. Formulation abrégée de ces attentes

Nos attentes sont d'ordre spéculatif. Il s'agirait, à terme, de disposer d'une dialectique catégoriale de l'invention conceptuelle, qui soit aussi mise à l'épreuve des émergences et des résurgences effectives. On voudrait savoir *comment* se déplacent les idées et *comment* elles se placent dans l'espace de l'impulsion corporelle et spirituelle. L'inconscient producteur s'expliquerait alors peut-être comme l'une des *forces inertielles secondaires de la mobilisation de la conscience sur son objet*.

§6. Un exemple : analyse de l'"inconscient" de Gauss et triomphe structuraliste de l'a posteriori du concept

Pour introduire aux thèses qui se dégageront à la fin de cette intervention, pour les propulser d'un tremplin dynamique et critique, nous allons emprunter à Jules Vuillemin la dialectique structuraliste qu'il dégage d'un exemple historiquement célèbre d'invention algébrique : la construction à l'aide de la règle et du compas par Gauss de certains polygones réguliers, notamment celui à 17 côtés. Pourquoi Vuillemin fait-il une telle analyse[161] ? Pour faire apparaître la différence entre *mathématique génétique* et *mathématique structurale*, pour faire abstraction de l'aspect subjectif des méthodes, pour porter son attention sur la signification objective et le style des méthodes nouvelles, le philosophe va raisonner de la manière suivante. On verra combien est réduite la part qu'il accorde, *a posteriori*, à l'imagination, aux processus inconscients, au génie et au travail, qui fondent l'accès à des réalités nouvelles.

Avertissement C'est donc un point de vue structuraliste et restrictif, ménageant une trop faible part à l'inconscient dynamique, qui s'exprimera longuement et dans les paragraphes 6, 7, 8 ci-dessous. Mon objectif est de démontrer que ce point de vue est insatisfaisant parce qu'il fonde ses analyses sur une vision entièrement *a posteriori* des découvertes scientifiques. Dans les paragraphes 9 et 10, je redresserai l'argumentation dans le sens qui m'intéresse.

6.1. La construction du polygone régulier à dix-sept côtés à l'aide d'une règle et d'un compas. Inspirée par la mathématique grecque[162], une classe importante de problèmes algébriques a pour origine des constructions géométriques à l'aide de la règle et du compas : duplication du cube, trisection d'un angle, équivalence avec la construction à l'aide de la règle seule, division du cercle unité en parts égales, quadrature du cercle. Parmi ces problèmes, celui de la construction des polygones réguliers reçut une solution complète grâce aux célèbres travaux de Gauss, bien avant que la théorie abstraite, qui expliquait structurellement et rendait possible cette solution (la théorie d'Abel et de Galois) n'ait été dégagée. La solution de Gauss fournit un bel exemple de théorème individuel et spécialisé, qui est l'illustration souveraine de la "*méthode génétique*" propre à l'esprit du $18^{ième}$ siècle et de la *virtuosité* du *Princeps Mathematicorum.*

Le 30 Mars 1796, à 19 ans[163], Gauss, qui hésitait encore entre la philologie et les mathématique, obtint à partir d'une étude systématique des équations cyclotomiques la construction du polygone régulier à dix-sept côtés avec la règle et le compas. Il étendit ainsi la connaissance (ancienne, car datant de l'antiquité !) des divisions possibles du cercle en 2^n, 5.2^n, 3.2^n, 15.2^n côtés au cas du polygone régulier de 17 côtés. En 1802, il démontrait d'une manière générale que la division du cercle en p parties égales, avec p premier, est possible si et seulement si $p = 2^{2^\mu} + 1$, autrement dit, si et seulement si

[161]Le lecteur souhaitant des informations complémentaires pourra se reporter au Chapitre II de *La philosophie de l'Algèbre*, PUF, Paris, 1962, dont je reprends librement de nombreux passages dans ce paragraphe et consulter aussi J.-P. Colette, Histoire des mathématiques, tome II, pp. 171–183, Vuibert, 1979.

l'entier p est un *nombre de Fermat*. Quel est l'intérêt de cette découverte ?

6.2. Un exemple d'ingéniosité arithmétique. En résumé, la démonstration de Gauss a consisté à regrouper ingénieusement par paires certains sous-groupes des racines $\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_{15}, \zeta_{16}$, $\zeta_k = e^{k\frac{2i\pi}{17}}$, $1 \leq k \leq 16$, de l'équation cyclotomique $(x^{17}-1)/(x-1) = x^{16}+x^{15}+\cdots+x+1 = 0$ de manière à faire apparaître trois équations quadratiques satisfaites par les sommes partielles de ces trois paires de racines en cascade, *ces regroupements étant inspirés par la réordination de ces racines via la suite des puissances* $\omega_n := (\zeta_1)^{3^n} = e^{3^n\frac{2i\pi}{17}}$, $1 \leq n \leq 16$. En voici pour rappel une description précise.

I. Tout d'abord, on constate aisément que les 16 premières puissances de 3 ($3^1 \equiv 3$, $3^2 \equiv 9$, $3^3 \equiv 10$, $3^4 \equiv 13$, *etc.*) sont incongrues deux à deux modulo 17 :

$$\begin{array}{llll} \omega_1 \equiv \zeta_3, & \omega_2 \equiv \zeta_9, & \omega_3 \equiv \zeta_{10}, & \omega_4 \equiv \zeta_{13}, \\ \omega_5 \equiv \zeta_5, & \omega_6 \equiv \zeta_{15}, & \omega_7 \equiv \zeta_{11}, & \omega_8 \equiv \zeta_{16} \\ \omega_9 \equiv \zeta_{14}, & \omega_{10} \equiv \zeta_8, & \omega_{11} \equiv \zeta_7, & \omega_{12} \equiv \zeta_4, \\ \omega_{13} \equiv \zeta_{12}, & \omega_{14} \equiv \zeta_2, & \omega_{15} \equiv \zeta_6, & \omega_{16} \equiv \zeta_1. \end{array} \tag{6.2.1}$$

[163]"Il y a certainement bien lieu de s'étonner que la divisibilité du cercle en 3 et 5 parties égales ayant été connue dès le temps d'Euclide, on n'ait rien ajouté à ces découvertes dans un intervalle de deux mille ans, et que tous les géomètres aient annoncé comme certain, qu'excepté ces divisions et celle qui s'en déduisent (les divisions en 2^μ, 15, 3.2^μ, 5.2^μ, 15.2^μ parties), on ne pouvait en effectuer aucune par des constructions géométriques", *Recherches arithmétiques*, trad. Poullet-Delisle, Blanchard, Paris, 1953. Le grand mérite de Gauss est d'avoir dissipé cette apparence, due peut-être au fait parce qu'il était connu que le 7-gone, le 11-gone et le 13-gone ne sont pas constructibles à la règle et au compas ; 17 était tout simplement le prochain nombre premier. . .

[163]19 est aussi le nombre de pages du célèbre journal de mathématiques (retrouvé en 1898 seulement et publié par Felix Klein en 1901) que Gauss commença à remplir à cette époque où il obtint la résolution par radicaux carrés du problème cyclotomique d'ordre 17. Dans ce cahier mythique, le prince des mathématiciens aura consigné pendant dix-huit année 146 énoncés extrêmement brefs des résultats de ses travaux qui ont permis aux historiens d'élucider nombre de questions relatives à la priorité de certaines découvertes.

II. Ensuite, en formant la somme des ω_j pour j pair, et celle des ω_j pour j impair, on définit deux valeurs x_1 et x_2 :

$$\begin{aligned} x_1 &= \zeta_9 + \zeta_{13} + \zeta_{15} + \zeta_{16} + \zeta_8 + \zeta_4 + \zeta_2 + \zeta_1 \\ x_2 &= \zeta_3 + \zeta_{10} + \zeta_5 + \zeta_{11} + \zeta_{14} + \zeta_7 + \zeta_{12} + \zeta_6, \end{aligned} \tag{6.2.2}$$

Ces deux valeurs sont réelles, puisque $\zeta_j = \overline{\zeta_{17-j}}$. De plus, elles satisfont l'équation quadratique $x^2 + x - 4 = 0$ (ce que l'on vérifie en calculant directement les carrés x_1^2, x_2^2 à partir de l'éq. (6.2.2), en utilisant les relations $\zeta_a \cdot \zeta_b = \zeta_c$, où $c = a + b (\mathrm{mod}\, 17)$ et $\zeta_1 + \zeta_2 + \cdots + \zeta_{16} = -1$).

III. À nouveau, formons la somme des termes de cran pair et des termes de cran impair dans l'éq. (6.2.2). On obtient deux paires de nombres

$$\begin{aligned} y_1 &= \zeta_{13} + \zeta_{16} + \zeta_4 + \zeta_1 \qquad & y_2 &= \zeta_9 + \zeta_{15} + \zeta_8 + \zeta_2, \\ y_3 &= \zeta_{10} + \zeta_{11} + \zeta_7 + \zeta_6 \qquad & y_4 &= \zeta_3 + \zeta_5 + \zeta_{14} + \zeta_{12}, \end{aligned} \tag{6.2.3}$$

dont on vérifie, par le même calcul direct, qu'elles satisfont les équations quadratiques $y^2 - x_1 y - 1 = 0$ (pour y_1 et y_2) et $y^2 - x_2 y - 1 = 0$ (pour y_3 et y_4).

IV. À nouveau, formons la somme des termes de cran pair et des termes de cran impair dans l'éq. (6.2.3). On obtient quatre paires de nombres

$$\begin{aligned} z_1 &= \zeta_{16} + \zeta_1 \qquad & z_2 &= \zeta_{13} + \zeta_4 \\ z_3 &= \zeta_{15} + \zeta_2 \qquad & z_4 &= \zeta_9 + \zeta_8 \\ z_5 &= \zeta_{11} + \zeta_6 \qquad & z_6 &= \zeta_{10} + \zeta_7 \\ z_7 &= \zeta_5 + \zeta_{12} \qquad & z_8 &= \zeta_{13} + \zeta_{14}. \end{aligned} \tag{6.2.4}$$

On observe pour finir que z_1 et z_2 satisfont l'équation quadratique $z^2 - y_1 z + y_4 = 0$, et d'autres similaires pour les couples (z_3, z_4), (z_5, z_6) et (z_7, z_8).

V. En résolvant par radicaux quadratiques ces trois équations de degré deux en cascade, on trouve la valeur de la grandeur

$$z_1 = 2\cos(2\pi/17) = \frac{-1+\sqrt{17}+\sqrt{34-2\sqrt{17}}}{8} + \\ + \frac{\sqrt{68+12\sqrt{17}-16\sqrt{34+2\sqrt{17}}-2(1-\sqrt{17})\sqrt{34-2\sqrt{17}}}}{8}$$

qui, parce qu'elle s'exprime bien par des radicaux carrés superposés, est constructible à la régle et au compas en partant d'un segment de longueur 1 donné.

6.3. Les structures : raisons cachées de la réussite de la méthode ? Les périodes dont Gauss a eu l'idée de se servir dans cette preuve, données par ζ_1^3, $(\zeta_1^3)^3$, $((\zeta_1^3)^3)^3$, *etc.*, n'apparaissent pas en plein jour comme la raison d'être du succès de la méthode : pourquoi donc les équations cyclotomiques de degré premier égal à un nombre de Fermat $p = 2^{2^\mu} + 1$ sont-elles résolubles par radicaux carrés[164] ? Gauss observe que les deux périodes x_1 et x_2 de $8 = (17-1)/2$ termes, sont les puissances de ζ_1 qui sont respectivement les résidus quadratiques modulo 17 et les résidus non quadratiques. Est-ce une explication ou une coïncidence fortuite ? Au moins, une interprétation causale adéquate – mais anachronique – pourrait facilement être trouvée dans la théorie de Galois des groupes d'équations algébriques, la méthode de Gauss cachant l'idée galoisienne de suite de composition du groupe de l'équation $x^{16} + \cdots + x + 1 = 0$, qui est abélien, *cyclique*, transitif, d'ordre 16 et contient trois sous-groupes distingués d'ordre 8, 4 et 2, la réordination des puissances de ζ_1 via les $(\zeta_1)^{3^n}$ correspondant à l'automorphisme de corps $T\,\omega \mapsto \omega^3$ de son corps des racines. L'inventeur, doté d'un cerveau de calculateur exceptionnel, aurait donc suivi sans le vouloir la trame structurelle aveugle de l'équation : la cyclicité de son groupe de Galois (Galois démontra par ailleurs en 1821 qu'une équation est résoluble par radicaux si et seulement si son groupe

G contient une suite de sous-groupes $S_0 = G \supset S_1 \supset S_2 \supset \cdots \supset S_k = I$ dans laquelle chaque groupe est cylique par rapport au précédent (S_{j-1}/S_j est cyclique)). Sans se subordonner au vérificatoire, la postérité aurait résorbé l'arbitraire de la méthode en exhumant les structures qui étaient dissimulées sous le calcul virtuose. Commentaire bien connu sur la mathématique en perpétuel auto-approfondissement et rature ! Dans son analyse de Gauss, Jules Vuillemin le reprend à son compte pour défendre sa thèse d'une mathématique universelle (et comme par hasard en 1962, *structurale*) habilitée à infléchir la théorie philosophique de la raison, laquelle exigerait quatre préceptes de saveur cartésienne inspirés plus précisément par les travaux de Lagrange, de Gauss d'Abel et de Galois : 1. L'élimination de tout arbitraire dans les solutions. 2. La division des difficultés de tout problème *conformément aux structures élémentaires dont dépend la solution*. 3. La purification de tout élément extrinsèque et la mise en relation de tout énoncé aux hypothèses minimales dont il dépend réellement. 4. Le dénombrement complet des éléments d'un problème et la mise en relation de chacun d'entre eux avec des structures adéquates.

6.4. Conclusion dogmatique provisoire. "Si, conformément aux idées romantiques, le génie est une invention inconsciente qui produit des intuitions sans pouvoir les penser dans des concepts correspondants, les mathématiques de Gauss sont le meilleur exemple de mathématiques géniales." Si puissante que soit en Gauss la faculté de réflexion, elle ne canaliserait pas les débordements de la création. "Les structures abondent

[164] Les nombres $F_\mu = 2^{2^\mu} + 1$ $\mu = 1, 2, 3, \ldots$, que Fermat (encore un cas paradoxal d'intuition !) croyait tous premiers, sont premiers au moins pour $\mu = 1, 2, 3, 4$: $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65537$. Euler en 1732 établit que F_5 est divisible par 641. Legendre en 1780 établit que F_6 est divisible par 274 177. Mais ironie de l'histoire : on ne connaît explicitement *aucun* F_μ premier pour $n > 4$. On a établi depuis que F_μ est non premier pour $7 \leq \mu \leq 16$ et $\mu = 18, 23, 36, 38, 39, 55, 63, 73$.

dans l'œuvre de Gauss, mais elles affleurent plus qu'elles n'apparaissent, elles demeurent implicites.”

En poussant à bout les analyses du dogmatisme structuraliste, on en viendrait à dire que Gauss serait l'auteur de mathématiques seulement géniales (!), marquées par le caractère enveloppé et comme “timide” de l'invention, enfouies dans l'implicite de leurs pratiques intuitives et destinées à être résorbées par des explications causales supérieures, puis réécrites dans un autre style, le style axiomatique, lequel seul serait habilité à entraîner le lecteur dans un mouvement de contemplation des articulations du causal et du définitionnel.

6.5. Vers une thèse négative sur le génie ? C'est donc le caractère *enveloppé* de l'invention qui fera l'objet d'une réflexion voire d'une critique philosophique, en liaison avec une *théorie négative sur le génie*. Et pourquoi négative ? Car dès que transparaît la raison d'être structurale des processus qui sont la *cause cachée* d'une découverte mathématique, on ne voit guère comment maintenir une idée positive du génie. *Domination de l'a posteriori*.

6.6. Premières objections. Ici-même, on pourrait objecter qu'il existait probablement dans l'esprit de Gauss calculateur un *contrôle intuitif conscient* des potentialités qui articulent le champ théorique des équations cyclotomiques, même si l'hypostase structurelle et la thématisation symbolique n'ont pas encore fait l'objet d'une expression axiomatique. Lors de *l'actuation du calcul*, il est à croire qu'existaient en Gauss, certaines visions aptes à articuler un champ du possible dans la découverte des *périodes* (éqs. (6.2.2-3-4) *supra*) qui sont la clé combinatoire du processus – théorie de Galois ou pas !

Mais au fait, qu'est-ce que le génie[165] ?

[165]Réponse d'un travailleur de la preuve ou d'un observateur dans les sciences de la nature (?) : “*Le génie n'est qu'une plus grande aptitude à la patience*”, mot attribué à Buffon et aphorisme séduisant, mais très restrictif. Laissons plutôt la parole à un phare, pour exprimer un “écho redit par mille labyrinthes” : “Tout ce qu'impliquent les mots :

§7. Kant, les facultés et la théorie du génie dans la Critique de la faculté de juger

7.1. Deux facultés. On peut, avec Kant, assigner aux Beaux-Arts deux facultés principales.1) L'une nous rend capables de juger, c'est le goût, par lequel un accord est établi, via l'imagination, entre nos concepts et nos intuitions, sans que nous puissions toutefois fournir la règle de cet accord. 2) La seconde de ces facultés rend certains hommes capables de créer des œuvres belles ou sublimes. C'est le *génie* ou “talent” (don naturel) qui dicte la règle de l'art.

7.2. Le génie selon Kant. On pourrait donc s'exprimer ainsi : le génie est la disposition innée de l'esprit (*ingenium*) par laquelle la nature donne ses règles à l'art (*Critique du Jugement*, §46). C'est donc, d'après Kant, le *débordement des représentations de l'imagination par rapport aux concepts* qui donne leur âme, c'est-à-dire leur apparence vivante, aux production du génie. Dans ce cas, ou par l'écart entre la règle et l'image, ou par l'absence d'une telle règle, l'entendement et l'intuition ou bien ne s'accordent que dans les arcanes cachées de l'imagination, ou bien refusent tout accord, mais *manifestent toujours l'excès*, ici de l'idée rationnelle, là du concept objectif par rapport à toute représentation individuelle. Dans le cas des créations du génie, cette différence se renverse. *L'intuition fournit un excès par rapport au concept* ou même par rapport à l'idée, en sorte que cette détermination donne l'impression d'une pluralité de sens et d'interprétations possibles pour une même image. Par conséquent, le génie est l'*harmonie inconsciente* entre l'imagination et l'entendement.

---

volonté, désir, concentration, intensité nerveuse, explosion, se sent et se fait deviner dans ses œuvres (*Wagner*). Je ne crois pas me faire illusion ni tromper personne en affirmant que je vois là les principes caractéristiques du phénomène que nous appelons *génie* ; ou du moins, que dans tout ce que nous avons jusqu'ici légitimement appelé *génie*, on retrouve lesdites caractéristiques.” Baudelaire, l'Art romantique, XXI, IV. Cette perspective d'un poète “philosophe” serait-elle plus adéquate que la perspective kantienne du §7 ?

7.3. Félix Klein. Félix Klein définit quant à lui l'originalité de Gauss comme "L'équilibre parfait entre l'imagination mathématique, la rigueur de la mise en œuvre et le sens pratique pour l'application poussés jusqu'à l'observation et la mesure les plus soigneuses, et comme la présentation des immenses richesses de la création dans une forme absolument parfaite." Ce langage semble tout-à-fait approprié, si l'on pense au caractère enveloppé de l'invention chez Gauss, et à l'affleurement parfois *inconscient* des structures algébriques enfouies dans la gangue des cas particuliers. Malgré cette déclaration, Félix Klein, à la lumière de sa connaissance des travaux de Riemann, et de ses propres travaux mathématiques, est peut-être à l'origine d'une appréciation structuraliste critique des travaux de Gauss.

7.4. Remarque. En vérité, le problème crucial ici serait d'articuler théoriquement la dualité motrice du conscient et de l'inconscient et d'approfondir l'enracinement de l'inconscient dans la mobilité incontrôlée de l'esprit de génie.

Mais continuons auparavant à suivre le raisonnement du philosophe prototypique.

§8. Thèses négatives sur le génie, refoulement de l'inconscient et privilège des méthodes structurales

En définitive, si l'on fait abstraction des traits psychologiques singuliers d'une découverte pour ne retenir que le rapport de notre conscience à la possibilité de l'objet :

Thèse de philosophe "Nous constatons que l'on doit refuser le génie au savant."

Démonstration : "Une œuvre scientifique fait toujours apercevoir les règles, parfois cachées à l'inventeur, qui l'ont rendue possible. Tandis qu'une telle illumination rétrospective fait *a priori* défaut aux œuvres d'art."

“Aussi, les plus belles découvertes scientifiques sont-elles destinées à grossir les connaissances anonymes que l’on rassemble dans les manuels. Elles cessent alors d’appartenir à leur auteur, qui ne peut être dit génial que psychologiquement ou provisoirement, *par suite d’un simple défaut dans la réflexion, auquel remédie toujours la postérité*.”

“Ainsi, ce qui paraît illusoirement dû au génie de Gauss dans les *Disquisitiones Arithmeticae* est transformé en une simple méthode uniforme.”

Alors toutes les données romantiques s’évaporent. “Illusoirement, provisoirement et psychologiquement”, tels sont les seuls adverbes que retiendra la pensée consciente quand il lui reviendra de caractériser le moment de l’invention par rapport au travail logique de vérification. L’imagination scientifique n’est-elle pas le théâtre d’un jeu d’espoirs, d’artifices, d’ombres et de simulacres déçus !

Explicitation de la thèse précédente :

Thèse de philosophe “Le mouvement rétrograde de la réflexion destructrice du génie est lié à l’essence même de la connaissance scientifique.”

Argumentation : “Tant que notre entendement ne construit pas organiquement l’objet, en vertu des structures qui le commandent explicitement, tant qu’il ne révèle que du dehors son rapport au contenu de l’intuition sensible”, il m’est impossible de connaître et de *savoir* si la relation impliquée dans la construction possède autre chose qu’une apparence de vérité, valable seulement pour moi et pour ce cas singulier dans lequel la construction est effectuée. Rien ne garantit la vérité de l’abstraction. “*Des structures expliquent les propriétés des figures qui demeurent cachées. Ces sont les véritables causes de ces propriétés*.”

8.1. L'étalon des mathématiques structurales. Ainsi s'explique et se déploie cette *philosophie intrinsèque aux mathématiques structurales*, ancrée dans un dualisme profond, une différence inconditionnée entre matière et forme, entre genèse et structure. On n'insistera jamais assez sur cette aporie qui se joue au point précis où l'*a posteriori* refuse de céder la prééminence à la pensée prospective. Alors nécessairement l'inconscient devra disparaître des méthodes mathématiques, qui pourront être dites intégralement et en toute pureté rationnelles. La mathématique de Gauss, la mathématique du génie, n'est rationnelle qu'en puissance : l'essence même de la connaissance mathématique, c'est de restructurer et de rhabiller les "mathématiques géniales" dans l'*a posteriori* d'une synthèse. *L'histoire entière des mathématiques prouve que leur mouvement de réécriture perpétuelle contraint toujours à dépasser l'évènement singulier, à retravailler la matière brute et à privilégier les structures essentielles.*

8.2. Obstructions à une psychanalyse mathématique. On peut donc prédire maintenant que les modalités d'une explication pschanalytique de l'inconscient mathématique seront extrêmement difficiles à articuler d'une manière probante. Comment résister alors à la captation du mouvement par l'*a posteriori* dogmatique du structuralisme et par *la spiritualité administrative du formalisme* ?

Mais les obstructions ne proviennent pas seulement de la philosophie. On peut noter en effet chez la plupart des mathématiciens une sorte de rejet de l'inconscient, imprimé par une pratique constante des *déformations structurales conscientes* que subit leur pensée au contact des objet mathématiques. Notamment, Grothendieck parle d'un travail d'*action* et de *structuration systématiques*. D'après Grothendieck, *résoudre* un problème consiste en effet à élaborer un *énorme édifice théorique pour montrer que la pensée de l'objet se déduit d'une interrelation démultipliée entre des concepts*, d'où à nouveau l'exigence structurale, qui semble en conclusion dominer le champ des mathématiques, même de l'avis d'un esprit par ailleurs hors cadre. Dans l'*Esquisse d'un programme*, Grothendieck annonce que son projet incarne la volonté d'être *galoisien* sur des mathématiques structurales. Grothendieck était tellement convaincu de la primauté absolue de l'édification théorique que sa géométrie-topologie-algèbre a transcendé l'urgence des conjectures particulières. Même Gauss aurait reconnu le primat des unifications théoriques (qui devaient métamorphoser ses découvertes entre les mains de ses successeurs), lorsque, parlant du calcul barycentrique de Möbius, il déclare que : "Grâce à de telles conceptions, des problèmes en nombre illimité qui, autrement, demeurent isolés, et *exigent à chaque fois de nouveaux efforts* (plus ou moins grands) *de l'esprit d'invention*, s'intègrent dans un royaume organique."

8.3. Résumé et conclusion : la raison philosophique contre les mathématiques génétiques. En résumé, "pour qu'une genèse soit possible, *il faut que le Moi réfléchi accède à son principe*, *dissipe son obscurité et l'éclaircisse de sa propre lumière* (résonance fichtéenne)".

"Il faut par conséquent que le *dogmatisme larvé* lié au préjugé d'un facteur opaque à la réflexion disparaisse dans le *mouvement* même par lequel la réflexion s'en empare."

Le passage de l'observation du phénomène brut à la compréhension de sa cause a lieu pour les mathématiques elles-mêmes "lorsque le point de vue de la raison se substitue au point de vue de l'entendement, qui n'est autre que la *raison cachée* dans ses applications individuelles, ou la structure enveloppée dans la figure".

"Ainsi, lorsqu'on fait abstraction de l'aspect subjectif des méthodes pour porter son attention sur la signification objective et le style de la nouvelle méthode, voici comment les choses se présentent."

“Quelles que soient leurs préférences, Galois, Cantor, Grassmann, Hilbert, Grothendieck, appartiennent à un *mouvement commun de pensée*. Ce qui les rejoint, c’est l’idée révolutionnaire de développer pour eux-mêmes et abstraction faite des objets auxquels ils peuvent s’appliquer, des *formalismes* et des *structures* qu’ils mettent au jour : ensembles, groupes, anneaux, corps, espaces vectoriels, variétés, faisceaux, schémas, topoï.”

§9. Critique forte du structuralisme triomphant autour du paradoxe de l’a posteriori

Une telle vision ultrastructuraliste des mathématiques bénéficie pour elle du privilège de nécessités rationnelles captées après-coup et prétendument universelles. Telle est en fin de compte la conclusion que nous souhaitons faire valoir ici : s’il y a submersion par l’*a posteriori*, elle est universelle, et comme sous le déluge, aucune cime n’en émerge : l’*a posteriori* noie tout grâce au privilège temporel, mais il n’a en définitive aucun mérite à un tel surpassement. Tel est le *paradoxe de l’a posteriori*.

9.1. Retour sur le premier écueil. Ainsi, plus qu’un *écueil*, qu’un deuxième écueil, la présentation structurale du travail mathématique constitue une *obstruction* importante à l’intrusion de concepts psychanalytiques ou psychologiques pour rendre compte de la dynamique et de la fécondité des sciences. Jusqu’à présent, les philosophes, les épistémologues, les historiens, se sont contentés de ranger les remarques mathématiciennes dans le compartiment très connoté de la *psychologie de l’invention*. Parce que “*Les choses elles-mêmes sont indifférentes aux modalités de l’invention.*”

Du point de vue de la philosophie structuraliste des sciences (inspirée par le désir d’être aussi purement structuraliste que les sciences dures), cette conviction a été renforcée par le fait que pendant une longue période (qui ne s'est achevée que très récemment, dans les années 1970), vérité et objectivité semblaient renvoyer seulement à une grammaire correcte des énoncés censée établir une communication transparente et immuable des idées. Vérité et objectivité ne seraient traversées d'imprégnations anthropologiques qu'épiphénoménalement. “Tout ce qui était évocation de l'intuition, pire encore, de l'inconscient, paraissait éminemment suspect. Tout au plus était-il admis de parler de “beauté” pour expliquer un sentiment, inexplicable par le calcul, de la supériorité de certaines constructions sur d'autres” (Teissier, *Le mur du langage*, ce volume). Privée ainsi de toute humanisation, la science était certainement pure : les structures structuralistes elles-mêmes étaient indifférentes mêmes aux modalités de leur *intentions structurelles*.

9.2. Nécessité d'un renversement partiel et d'un relèvement. Soyons plus clairs. La puissance de pensée déployée par la philosophie a tendance a étouffer par la loi du prince toutes les tentatives naïves qui se laissent séduire par l'idée du génie et par les sirènes de l'invention, tentatives qui s'incarneraient dans une philosophie de l'induction, de la constructivité ou de l'heuristique (*cf.* les discussions autour de la résolution de problèmes mathématiques par Polyà, Lakatos, Polyani). Très vite, Spinoza, Kant ou Hegel nous rappellent à l'ordre dans un silence qui s'élève aussi haut que nous pourrions nous abaisser dans le non conceptuel et dans la séduction. Alors il ne nous reste peut-être qu'une seule chance : *anéantir, au moins partiellement, la philosophie de la nécessité rationnelle* (entreprise vraisemblablement désespérée !), laquelle fonctionne dans le cercle trop vertueux, trop policé, trop cohérent, des corrélations de l'*a posteriori*, avant de pouvoir balbutier quelques catégories spéciales de la potentialité et de la virtualité de l'inconscient mathématique. En philosophe, je te détruis, toi philosophe, afin de me construire.

Même si l'entreprise est il faudrait critiquer à fond le spinozisme cavaillésien qui a inspiré l'œuvre de Jules Vuillemin. Il faudrait donc une “*Aufhebung*” très singulière qui absorbe, digère et pulvérise systématiquement toutes les intentions fades du catéchisme de la vérifiabilité, pour saisir l'absence d'une réponse percutante aux questions les plus brûlantes.

9.3. Les profondeurs de ce qui se cherche à se dire. Par conséquent, notre tentative sur les mathématiques et l'inconscient demeurera imprégnée de ce slogan aveugle que le philosophe du mobile érige comme principe méditationnel :

L'a posteriori n'explique rien !

Et nous ignorons les profondeurs de ce que nous cherchons à dire car ce qui se joue en deçà du dire dépasse toujours le cadre trop étroit d'une expérience de pensée particulière. Devant l'abîme, l'écriture et le discours font souvent semblant. Parce qu'il n'existe pas de formule magique, si notre parole ne tient pas compte des insuffisances qui grèvent la philosophie du concept, elle risque de demeurer entièrement vaine et frustrante.

“*La philosophie doit affronter résolument le réel aux avant-postes de l'obscur*” (Gilles Châtelet).

§10. Redressement de l'argumentation

10.1. Objection galoisienne. Et comment ! Mais Pourtant ! Le mathématicien Galois, que l'on a vu érigé en champion précurseur du structuralisme par tous, n'écrit-il pas dans ses manuscrits : “La science progresse par une série de combinaisons, où le hasard ne joue pas le moindre rôle ; *sa vie est brute* et ressemble à celle des minéraux qui croissent par juxtaposition. Cela s'applique non seulement à la science telle qu'elle résulte des travaux d'une série de savants, mais aussi aux recherches particulières à l'un d'eux. En vain les analystes voudraient-ils se le dissimuler, ils ne déduisent pas, ils combinent, ils comparent. *Quand ils arrivent à la vérité, c'est en* *heurtant de côté et d'autre qu'ils y sont tombés*." Cette remarque n'a vraisemblablement pas seulement rapport à la psychologie de l'invention ou encore aux impondérables anthropologiques de la recherche scientifique. Elle n'a pas non plus rapport à l'eugénisme larvé que le structuralisme scientifique souhaiterait imposer à la méthode : il y a bien de la *vérité mathématique*, entend dire Galois, mais *les circonstances dans lesquelles on la rencontre sont bien souvent obscures*.

10.2. Hasard et force. Nous voilà inopinément (?) au cœur du point fort de la problématique galoisienne[166]. Une virtuosité brute, primaire, rocailleuse et incorporant douleurs et extases a dû être profondément expérienciée par ce jeune homme prodige pour qu'il en rapporte de cette manière : l'acte, la force, la pulsion et l'intensité d'un geste sans cesse renouvelé en direction de la vérité, qui se dérobe derrière une combinatoire non dominable, telles sont les catégories qui faisaient défaut à l'approche passive de Hadamard. Commencerions-nous par là à *désensevelir* l'une des pièces du puzzle de l'*action* mathématique ?

10.3. Questions. Avançons prudemment. En définitive, si l'on adopte le point de vue du tout structural, on aboutit aux interrogations suivantes, dont pas une ne semble réellement envisageable dans le cadre des épistémologies classiques des mathématiques, mis à part peut-être celle d'Albert Lautman.

Quelles sont les modalités motrices des structures mères ? Quelles sont les modalités d'appréciation des notions axiomatiques mêmes ? Par exemple, quels sont les degrés de satisfaction abstraite qui conduisent à considérer que la définition d'*espace topologique* est "satisfaisante" et remplit bien son rôle ? Comment échapper à l'aporie de la nécessité des corrélations dans l'*a posteriori* ? Où gît le principe des rectifications

---

166– Bien qu'aucun texte suffisamment explicite ou systématique sur ce sujet n'ait été écrit par la main de Galois.

incessantes ? *Quelles sont les caractéristiques de la volonté rationnelle* ? Dans quels principes sont déposées les intentions centrales des théories régionales ? Comment la recherche en acte, comment l'opération effective s'articulent-t-elles au sujet de conscience et y puisent-t-elles leurs *impulsions* primordiales ?

10.4. Permanence de l'infralinguistique. Cette "nouvelle" dynastie de questions ne cessera de se démultiplier si, parallèlement, on demande : cela a-t-il un sens de chercher un chemin reliant les mathématiques à un en-deçà du langage, dans un être mythique *comme si cet être manifestait ainsi sa force et sa protension créatrices* ? Tentation d'intuitionnisme, de mysticisme, voire d'obscurantisme douteux ? Toujours est-il que l'infralinguistique rayonne dans le langage.

Il nous serait bien sûr aisé d'entreprendre une démarche rigoureuse au parfum philosophique convenable, de mettre en perspective les bifurcations de la raison face à ses interrogations kantiennes et de conclure brillamment une belle analyse, en façonnant des concepts sur mesure, pour répondre à ces belles apories. Malheureusement, elles sont à la fois aussi essentielles et inessentielles que celles de la métaphysique classique et nous savons bien, hélas, que la dialectique hégelienne, décourageante de profondeur, pulvérise d'emblée toutes nos tentatives éventuelles de dialectiser ces idées !

10.5. Le primate du philosophe. *Mais alors, comment satisfaire notre primate*[167] *?* Car en fait, le mathématicien, le physicien, le bilogiste, le philosophe, le journaliste le négociateur, l'industriel, le technocrate (nous sommes tous des technocrates, mais si !) *et les auditeurs de cette conférence*, tous ne comprennent vraiment un discours que lorsqu'ils ont *réussi à expliquer la situation à leur primate*. Autrement, comment le primate qui est en nous pourrait-il s'approprier l'extérieur ?

Évidemment, primate ne s'entendra pas ici ni au sens d'animal, lémurien, tarsien, simien, hominien ou anthropoïde, ou au sens d'homme brutal, grossier et inintelligent, mais je souhaite l'entendre comme une sorte d'*homunculus métaphorique de la compréhension s'agitant en nous et catalysant une chimie d'appréhension de la connaissance*.

Les philosophes ont donc aussi en eux un primate philosophe.

Alors le primate qui est en nous, le primate qui est en vous, le *primate philosophe* qui est en moi et qui est avide d'argumentations liminaires, *tous ces primates vont commencer à devenir très impatients !, si je continue sans cesse à reculer les limites de ce propos*.

10.6. Conclusion. Ainsi, toute la positivité que l'on peut mettre en avant dans les mathématiques ne peut cacher cependant qu'existent aussi des satisfactions d'un ordre autre que purement rationnel. Il s'agit justement d'analyser, à l'œuvre dans le travail mathématique, ces attentes qui nous dominent, cette pulsion que l'on exprime et qui s'exprime – par exemple dans notre primate.

§11. Pour une philosophie de la volonté mathématique

La suite de mon intervention va être organisée de la manière suivante. Je vais essayer de réhabiliter en filigrane une des composantes négligées de la philosophie mathématique de Descartes, à savoir qu'elle est une *philosophie de la volonté*.

Thèse principale 1 *Le possible – l'efficience des potentialités – ne se révèle à nous que par l'action et sous l'aspect des lois de la volonté. Cette volonté oriente des désirs rationnels et des exigences de satisfaction abstraite, qui sont classiquement soumis à une mise entre parenthèse fondamentale dans*

---

[167] J'entends, le primate à la Teissier qui est en chacun de nous.

l'intersubjectivté civilisée, mais qui n'en demeurent pas moins réels et agissants.

L'orientation générale de mes thèses s'articulera donc autour d'une philosophie de la volonté encore embryonnaire, implicite et imparfaite. Mais l'engagement métaphysique qu'impliquerait la mise au point de tout un système catégoriel structuré venant charpenter cette *philosophie de la volonté rationnelle et impersonnelle* bien distincte du *cogito* cartésien et d'un immanentisme abstrait, est tel que je ne suis pas encore en mesure pour l'instant d'en exposer une théorie satisfaisante. La suite de l'argumentation est consacrée à donner quelques indications dans cette direction.

§12. Introduction aux thèses principales

Cette thèse principale sera illustrée et suivie par une série d'une dizaine de thèses spéculatives secondaires, formulées ici d'une manière assez approximative et encore provisoire. Je renvoie donc à des réflexions ultérieures pour l'approfondissement de ces points de vue.

12.1. Avertissement. Ces thèses s'articulent en se focalisant sur un point précis que je juge *obsessionnel* et *primordial* à travers les mathématiques tout entières, à savoir l'exigence *abélienne, galoisienne, riemannienne* et *hilbertienne* de traiter *dans leur pur pour soi* les *questions innocentes* qui naissent sur le parcours des mathématiques *et de les résoudre complètement*. On se rapportera aux Thèses 4, 5, 7, 8 et 10 ci-dessous. Il est bien connu que c'est souvent une simple candeur interrogative quasiment informulée car implicite, qui peut être mise à l'origine des théories mathématiques les plus spécialisées, *en tant que germe de déploiement d'intentions centrales*. C'est pourquoi il me semble pertinent de l'analyser en liaison avec une *théorie positive* sur l'inconscient et sur le génie ("*Nous sommes tous des génies*", écrivait Bernard Teissier en marge d'une version préliminaire de ce texte) réévalués comme *orientation*, comme *action* et comme *réalisation*. Je tenterai de développer alors l'idée personnelle d'une *nécessité d'obscurcissement* et d'une *discipline de non-savoir*, comme exigence inconsciente, à un niveau subjectif et intersubjectif, en vue d'atteindre *un vrai qui ne se révèle qu'à travers les difformités du travail* (*cf.* les Thèses 2, 3, 6 et 9 ci-dessous). Malgré les connotations péjoratives qui sont attachées à l'idée de confusion, de désordre et d'ombre, je crois déceler que ce champ de forces exerce une action positive et confère à l'inconscient un statut en acte plutôt qu'en puissance : ici, l'acte produit la *dé-conscientialisation volontaire de la "matière à pensée" grâce à laquelle la conscience peut rejaillir et rebondir au-delà d'elle-même*. Enfin, pour parer à l'objection d'hétéronomie du vrai qu'induit une telle thèse sur l'inconscient comme moteur obscur décidé, c'est un *besoin de satisfaction* par le vrai qui légitimera en dernier recours cette motricité interne à la bipolarité conscience – inconscience mathématique.

12.2. La sublimation. Je ferai remarquer aussi que j'éviterai soigneusement d'introduire le champ thématique de la *sublimation*, ou du moins de laisser croire qu'on s'affranchira simplement desdites questions (§10.3) en se ramenant avec élégance au champ de la sublimation, ou à l'esthétique mathématique. Afin d'éviter la canalisation, la récupération voire le détournement naïf d'un champ de forces envisagé ici comme primitif et primordial. Ce champ de force primitif ne se révèlera vraiment que dans les lieux adéquats à son essence motrice.

§13. Présence de zones motrices infralinguistiques obscures

D'autant que les forces obscures et confuses ne sont pas moins importantes dans l'émergence des notions mathématiques révolutionnaires. Bien mieux, il me faudra démontrer l'*interdépendance* des exigences de la satisfaction, relier les acquis mathématiques d'une théorie au *besoin d'expression* et à l'*urgence d'un problème*, sans envisager les cristallisations mathématiques comme des involutions de formes incurvées sur elles-mêmes ou des structures enveloppées dans la guangue des cas particuliers.

13.1. Existence. La *première* de ces thèses secondaires est une constatation :

Thèse 2 *Il existe, y compris dans la mathématique la plus technique, un niveau antéprédicatif, originaire, infralinguinstique, bref, une zone obscure où s'exprime et se déploie une pensée sans mots.*

13.2. Scholie : rayonnement de l'infralinguitique. Bien entendu, les lignes de forces qui le sillonnent, l'entière disponibilité dans laquelle se tient par nature ce niveau, ne doivent pas nous faire croire qu'il s'agit seulement d'un jeu d'ombres (Platon, mythe de la caverne). D'une certaine manière, le souvenir des *murs métaphysiques* qu'ont franchi Abel, Galois, Grothendieck, subsiste dans le sein même des théories acquises, à la manière du rayonnement fondamental de l'univers. *L'infralinguistique ne saurait disparaître.* Et pas seulement en vertu d'une exigence de réactivation, ou d'un devoir philosophique (ou épistémologique) de remonter jusqu'aux choses mêmes dans la création de l'objet singulier. Bien mieux, parce que *la raison évolue dans le souvenir de ses réalisations*, et par là même doit s'apprêter sans cesse à effectuer un pas de côté, devant la nécessité d'effectuer une liaison inconnue. *Essentiel à la transduction, le clinamen des hypothèses*[168]*rayonne dans une zone infralinguistique.*

---

[168]Dans la théorie physique d'Épicure, le *clinamen*, mouvement de déviation des atomes sans cause externe, est un principe physique de *liberté* analogue au mouvement volontaire et placée à l'origine des choses. Inscrit au cœur du procès d'auto-approfondissement, et essentiel aux déplacements conceptuels et spéculatifs, le clinamen des hypothèses mathématiques rayonne dans le travail mathématique à tous les niveaux :

13.3. Pédagogie et métaphysique. Par exemple, on connaît bien certaines apories fondamentales de l'enseignement des mathématiques : rien n'efface la singularité métaphysique de la géométrie différentielle, de la notion de continuité, de la notion d'espace vectoriel ou encore de la théorie des groupes, de la théorie de Galois, de la théorie des schémas, *etc*. La raison a beau s'aider des béquilles d'un formalisme peaufiné par des générations de mathématiciens et de manuels, *rien n'efface l'obstacle que représente l'apprentissage personnel et subjectif d'une théorie*. Le geste tarde à venir, l'évidence renchérit sur des non-évidences et peut-être chaque mathématicien cultive-t-il en lui-même et malgré lui sa *part de non-évidence, d'ignorance et de doute personnels* que seul un apprentissage forcené peut corriger et effacer. Le texte ne peut jamais faire apparaître *toute* la métaphysique qu'il met en œuvre. La formalisation n'enclôt jamais *toute* la pensée qu'elle exprime.

13.4. Nécessité. D'où :

Thèse 3 *La nécessité d'inventer s'accompagne en quelque sorte du devoir de cloîtrer une partie de son esprit (fût-elle infime) hors du langage, au-delà des mots, en deçà des lettres, et plus particulièrement dans les mathématiques. Conséquence : il faut exercer son intuition (y compris l'intuition langagière) à passer de l'autre côté du mur du langage, en élaborant des schèmes géométriques et des diagrammes intuitifs inventés sur mesure. Il faut cultiver ses capacités de deviner le vrai hors langage.*

13.5. Scholie : l'isolement. Cette thèse corrèle le célèbre *principe de solitude et d'isolement* que nombre de mathématiciens connus ont proné pour préserver leur activité, et notamment Gauss, qui s'était convaincu à partir d'expériences

---

c'est seulement en changeant volontairement et stratégiquement la direction des hypothèses que la réalité mathématique peut se métamorphoser sous le regard de la pensée.

vécues qu'il lui était préférable de s'isoler presque complètement du champ des influences de l'activité mathématique de l'époque. Autre exemple : à la fin du *Prélude en quatre mouvements* des *Récoltes et Semailles*, Alexandre Grothendieck parle en des termes autobiographiques émouvants et presque poétiques de ce qu'il appelle le *don de solitude* pour expliquer sa "marginalité' dans le monde mathématique officiel[169].

13.6. Discussion. Maintenant, la question de l'interprétation anthropologique, culturelle et sociale d'une telle zone obscure non langagière est peut-être une fausse question, puisqu'elle conduirait à écarter purement et simplement cette zone, sans lui reconnaître aucune espèce d'influence. D'ailleurs, les structures du langage peuvent être interprétées réciproquement comme le refoulement de la zone infralinguistique, la mise en place d'un espace moins tendu et plus supportable que le monde du silence. Mais toutefois, force nous est de constater que, si le "moi subliminal" peut réussir là où le moi conscient échoue, il doit pouvoir laisser croître et grandir ses cristaux à l'ombre d'un ailleurs inaccessible au langage et à la communication courante entre hommes honnêtes.

13.7. L'intuition de vérité. Comment analyser la zone infralinguistique ? Et comment interpréter ce mythe que les mathématiciens aiment à se raconter : tout grand mathématicien serait en possession d'un réservoir de *lemmes secrets*, mais non démontrés, guides de leurs recherches au plus près de *l'intuition de vérité*, qui ne s'incarneraient que sous une forme partielle et dégradée, dans leurs écrits et dans le langage ? La

[169]Le célèbre *don de solitude* de *Récoltes et Semailles* apparaît dans le dernier paragraphe du *Prélude* : "Cette "propension", ou cette aptitude intérieure, n'est pas le privilège d'une maturité, mais bien celui de l'enfance. C'est un don reçu en naissant, en même temps que la vie – un don humble et redoutable. Un don souvent enfoui profond, que certains ont su conserver tant soit peu, ou retrouver, peut-être... On peut l'appeler aussi le *don de solitude*."

philosophie des sciences s'intéresse à l'émergence contextualisée des formes et des structures. La psychanalyse souhaiterait aborder l'invention, le plaisir et la satisfaction. Dans les mathématiques, pendant ce temps-là, les arcanes de l'imagination et la recherche de la profondeur semblent persévérer dans la reproduction de l'obscur et du clair. Il reste encore à analyser comment fonctionne l'intuition de vérité, ce qui la provoque et comment elle *déclenche des germes de mouvements dans la conceptualité résistante*.

§14. Multiplicité et hétérogénéité des influences sur la pensée

La troisième suggestion que nous proposons est la suivante. On assiste dans les mathématiques au prolongement d'une *force* créatrice sans limites, dont personne ne tient les clés, une véritable mixtion entre création consciente, création inconsciente, geste volontaire, flèche involontaire, actualisation indécise, et *potentialités provisoires*. Quel est alors le principe moteur véritable de la science ?

Thèse 4*La question de la possibilité d'une domination des mathématiques par un principe moteur universel, physique, spéculatif, logique, psychologique, restera sans réponse. En vérité, des dominations partielles et abondantes structurent cet espace problématique d'influences.*

14.1. Discussion. Et pourtant : la nécessité n'est rien sans l'approfondissement du *champ intensif* immanent à une théorie. Seuls les fantômes traversent le mur du langage sans effort. La réalité mathématique ne réside pas seulement dans les différences qui sépareraient les êtres achevés des êtres inachevés. Cette réalité n'est pas non plus celle d'êtres statiques, objets de pure contemplation. S'il existe, dans les mathématiques, une réalité distinctive, elle caractérise la *réalisation* comme *mouvement*, comme *protension* et comme *effort* : *tel est le principe* *dominateur, négligé par les épistémologies classiques, que je propose ici à l'analyse*. Le souci de resituer cette réalité dans son champ originaire doit donc s'accompagner d'une révocation préalable de toute orientation fixiste, structurale, formaliste, et d'une suspension du jugement. Aussi, l'éventuelle et prévisible inanité d'un projet de réévaluation du dynamique et du moteur dans l'*action* mathématique, ne devrait en rien nous décourager de l'entreprise. *Car l'excès de lucidité que procure la méditation sur les réalisations de la pensée nous prépare d'emblée à l'éventualité d'un échec, comme tant de philosophies des sciences dont circulent les insuffisances, on le sait.* Kierkegaard mesurait la *profondeur* d'une personnalité aux auto-corrections que s'inflige le penseur, l'écrivain, le philosophe, dans ses manuscrits. Il s'agirait par métaphore et à un niveau abstrait d'auto-corrections indéfinies que la pensée réflexive infligerait à la pensée réflexive. Tandis que les mathématiques se réécrivent et se purifient sans cesse de l'extrinsèque, la philosophie des sciences se crisperait sur des principes dominateurs et explicateurs qu'elle rejetterait indéfiniment.

§15. Intentionnalité rationnelle

En vérité, une chose est sûre. L'effectuation consciente ne réactive qu'approximativement – et peut-être aussi ne réactive qu'arbitrairement – *l'espace inouï qui sépare la pensée de ses réalisations*, le lieu indécis où se joue le théâtre des espoirs, des illusions et des conquêtes, ce lieu imprécis qui est à la fois *la vérité de la recherche* et l'*erreur du concept*. Car, pour que l'entreprise mathématique réussisse, pour qu'elle parvienne à désigner des objets, à constituer des *champs apocritiques* (*apocrisis*, la réponse) entiers, à redoubler des espaces de gestes qui se sont révélés convaincants dans un autre domaine, il faut qu'elle soit orientée, poussée, interrogeante, attentive et forcée. *Sans l'existence d'une volonté purement* *rationnelle*, les mathématiques comme sommet seraient inexistantes. L'épistémologie ne peut pas ignorer l'existence de cette tension, de cette attente, *liée au possible comme à l'impossible*, et qui rayonnent dans un silence préliminaire.

Notre quatrième thèse s'énoncera donc de la manière suivante :

Thèse 5*Les marques de la profondeur, les marques de la synthèse, sont reconnaissables à l'aune d'une intentionnalité purement rationnelle qui définit et per-définit les projets de réalisation mathématique.*

15.1. Dynamique de la réalisation. La distinction entre *réalité* mathématique et *réalisation* mathématique, provient de ceci : il n'y a pas de réalité sans acte et il n'y a pas d'acte sans volonté d'acte. L'absolue volonté ne trouve pas en elle d'absolue vérité. Elle crée, sans s'y subordonner, les lois logiques en posant des synthèses qui soutiennent l'analyse, et ces dernières donnent à la logique et à la vérité leur contenu réel.

15.2. Intentionnalité rationnelle. En mathématiques, cette *intentionnalité purement rationnelle* parvient à esquisser des orientations, à dessiner des structures, à *constituer de l'objectivité*, selon un schéma particulièrement auto-correctif et particulièrement rigoureux, voire (mais *a posteriori* seulement) “irréprochable”. Ici, l'adjectif “irréprochable” possède une connotation morale dont je voudrais bien le défalquer, s'il existait un terme analogue dans la langue française pour désigner ce sur quoi la raison correctrice ne peut pas revenir, parce que rien de *répondu* ne s'y trouve qui ne respecte entièrement un abstrait interrogatif pur : c'est un cas où la raison n'invente aucune hypothèse extrinsèque (*Hypotheses non fingo*).

§16. La satisfaction mathématique

Ce qui fonde le caractère de stabilité et l'intérêt des acquis de la pensée mathématique, c'est sa capacité à évoluer dans la cohérence, en dernier recours, *avec des objectifs et des stratégies précises*. Ce n'est donc pas une science seulement engagée dans l'élaboration d'une philosophie de la nature, dans le calcul, dans l'engendrement des formes. C'est aussi une pensée qui cherche à éclore dans des lieux d'éclosion vierges, avec le souvenir de ses réalisations authentiques.

Thèse 6*Il ne serait donc pas difficile d'imaginer un concept de* satisfaction *en mathématiques qui soit lié à des processus extraordinairement conscients, pourvu que ces processus soient assimilables à un projet.*

Car, de même que la raison est accablée par des questions en surnombre auxquelles elle ne sait pas répondre (Préface à la *Critique de la raison pure* de Kant), de même que, selon Auguste Comte, nos moyens de concevoir des problèmes sont beaucoup plus puissants que nos ressources pour les résoudre (notre esprit étant plus apte à imaginer qu'à raisonner, les questions naïves étant plus faciles à dégager par reproduction, qu'à résoudre), la raison est de surcroît accablée de la nécessité de *faire voir a priori qu'elle pourrait répondre à ces problèmes en intensifiant toujours plus le désir d'accéder*. Sans volonté, Cartan, Oka, Hironaka n'auraient démontré aucun résultat profond. Mais quel statut accorder à cette satisfaction qui se transmet dans la pratique, dans l'expérience et dans le travail mathématiques ?

16.1. Dialectique lautmanienne des problèmes. Il est difficile d'interpréter Albert Lautman sans plaquer sur son œuvre les catégories platoniciennes vulgaires qu'il a au contraire et avec soin évité d'employer pour ses propres analyses. À plusieurs reprises, il rappelle que les commentateurs de Platon ont insisté sur le fait que les Idées ne sont pas des essences immobiles et irréductibles, d'un monde intelligible, mais qu'elle sont *liées* entre elles selon les schèmes d'une dialectique supérieure qui préside à leur venue. Au fond, la référence lautmanienne au platonisme se justifie par l'existence de relations entre les théories mathématiques et les problèmes logiques qui les *dominent*. “La philosophie mathématique telle que nous la concevons, ne consiste pas tant à retrouver un problème de la métaphysique classique au sein d'une théorie mathématique, qu'à appréhender globalement la structure de cette théorie pour *dégager le problème logique qui se trouve à la fois défini et résolu par l'existence de cette théorie*”.

16.2. Effort de l'esprit et nécessité de réalisation. Une *expérience spirituelle* est ainsi attachée à l'*effort de l'intelligence* pour créer ou comprendre un problème, mais cette expérience a un autre contenu que la mathématique qui se fait en même temps qu'elle. Cette expérience n'est pas non plus seulement la conscience du pouvoir infini de la pensée.

Je voudrais montrer comment cette conception d'une expérience qui gouverne la réalité des mathématiques s'inscrit dans ce qu'on pourrait désigner sous le nom de “*nécessité réalisationnelle*”, ou “nécessité d'aboutir” à quoi est attaché un statut d'*intention*, de *visée* et de *satisfaction* rationnelles. Cette nécessité s'articulant à des problèmes concrets et effectifs.

La question de savoir qui décide, entre la métaphysique et la science, de la capacité qu'ont les mathématiques d'obtenir des *résultats entièrement satisfaisants*, qui arbitre la question “*comment une mathématique satisfaisante est-elle possible* ?”, je l'ignore. C'est bien la difficulté tout entière. Mais il faut une *force spirituelle*, sinon les processus conscients n'engendreraient que du formel superficiel. Les philosophes ont déjà souvent cédé à la tentation d'affirmer : “une fois le bon système d'axiomes, le bon langage, la bonne langue formulaire posés, tout se déroule par la double intervention de la forme et de l'opération sur l'objet." Au contraire, il doit être clair que les potentialités s'accumulent en vertu d'exigences de satisfaction beaucoup plus *profondes* et insondables que ne le suggère l'opérativité.

16.3. Contre l'opérativité logique constituante. En effet :

Thèse 7*L'opérativité est la servante des focalisations potentialisatrices de la pensée. Toute opération effective est subordonnée à une intentionnalité collatérale. Le calcul est dirigé et les synthèses manifestent de l'orientation et de l'irréversibilité.*

§17. Conditions de possibilité

Pour expliquer cette dernière suggestion, venons-en à la huitième thèse. L'action de l'inconscient sur l'invention n'est possible que dans un horizon de réalisable qui est déposé comme un faisceau de connexions et de médiations effectuables. Pour la philosophie cartésienne des mathématiques, les attitudes d'ouverture se manifestent dans et par des médiations ineffectives, *mais réalisables*. Si la chose est laissée là comme *racine d'une discursivité possible* qui la concerne et demeure en suspens, sa fragilité se mesure justement à sa proximité médiane. De même, les analyses de Hadamard sur le merveilleux pouvoir qu'a l'inconscient de nous éclairer subitement là où la recherche consciente avait échoué par excès de proximité de l'objet, ne doivent pas nous faire oublier que :

Thèse 8*Les conditions de possibilité d'une découverte ou d'une théorie doivent être réunies pour qu'elle soit réalisée. En créant des liaisons inopinées mais possibles et réalisables à l'intérieur même des théories sophistiquées, un inconscient abstrait et procédural est à l'œuvre dans le développement du spéculatif.*

17.1. Exemple. Si une théorie géométrique de la stratification des ensembles analytiques singuliers est possible, à l'aide seulement d'outils conceptuels relativement limités (variétés, polynômes, fonctions analytiques, inégalités, récurrence sur la dimension) et d'une combinatoire restreinte de gestes, d'"orientations désingularisantes" et de "briques élémentaires", il faut peut-être en trouver la raison (du moins en partie) dans *le rapport fondamental du réalisable à l'irréalisable*, en tant que ce rapport trouve son lieu d'expression à l'intérieur même des horizons de possibilité que définit la raison elle-même dans la théorie. L'harmonie des simplicités intuitives est fidèle à la nature de la matière traitée.

17.2. Discipline de non-savoir. Les liens entre implicite et explicite, les médiations du négatif, du creux, ne doivent pas nous faire oublier que le privilège du possible sur le réel incorpore des degrés et agit dans la conscience d'une manière extraordinairement contrastée. Si la pensée doit saisir dans la chose même l'exigence d'une surrection qui donne le signal du déploiement discursif par quoi le contenu de la chose se manifeste, il n'en reste pas moins que :

Thèse 9*Une discipline de non-savoir doit définir des sources "épochales" absolues par lesquelles se manifestent des impossibles exigibles.*

C'est à cette condition seulement : volonté de vaincre les concepts cachés, que la résolution de problèmes difficiles peut prendre tout son sens.

En résumé :

Thèse 10*Le besoin de satisfaction est dominé par le besoin d'élévation, et la dialectique du réalisable par rapport à l'irréalisable est inscrite dans les structures fondamentales de l'idéalité.*

§18. Éclaircir chaque question. Contempler des généalogies de problèmes. Ne se satisfaire que de solutions complètes

Pour donner sens à l'idée d'une zone obscure et d'une pensée sans mot comme *en attente*, et *inscrite dans les structures fondamentales de l'idéalité réalisable*, pour rendre compte de la *plasticité intrinsèque* au travail mathématique et pour rendre compte des déformations morphogénétiques de l'idéalité conquise, il faut donc surélever l'exigence de satisfaction en mathématiques. Hilbert, pour l'avoir saisi, l'aura souvent écrit : "Éclaircir chaque question qui se présente en examinant en même temps, si on peut, par un procédé fixé d'avance, lui répondre en n'utilisant que des moyens auxiliaires limités. *Ce principe me paraît contenir un précepte universel et naturel*. En réalité, lorsque nous rencontrons un problème ou que nous avons le sentiment de la vérité d'une proposition, notre *désir de connaissance* n'est satisfait que lorsque, ou bien nous parvenons à la complète solution du problème et à la preuve rigoureuse de la proposition, ou bien quand nous reconnaissons clairement la raison pour laquelle un tel succès est impossible, et, par conséquent, la nécessité de l'échec." Ce *désir de connaissance*, le chef de file de l'école formaliste l'évoque fréquemment. Loin d'être une évidence de toute éternité, l'exigence de complète satisfaction rationnelle qui accompagne ce désir n'est pas due à Hilbert, mais elle aura été l'un des acquis majeurs des mathématiques du dix-neuvième siècle, grâce aux raisonnements précurseurs de Gauss, Abel, Galois, Dirichlet et Riemann.

"*L'après-Riemann (hiérarchies conceptuelles) est au moins aussi destinal pour les mathématiques que l'est l'après-Kant (limites de l'entendement) pour la philosophie*".

§19. Portée et limites de l'inconscient

Mais revenons sur l'intervention de l'inconscient dans l'invention mathématique. Si l'inconscient est à l'œuvre, s'il y a des germes d'inconscient, si l'inconscient est multiple, s'il n'existe guère d'opérations dans notre esprit qui ne l'impliquent pas, s'il permet de n'examiner dans un éclair que les combinaisons qui sont utiles, s'il nous permet de sortir de l'ornière dans laquelle nous aurions insensiblement glissé, en fait, il est parfaitement clair qu'aucune découverte ou invention importante ne peut avoir lieu sans la volonté de découvrir. Il doit être parfaitement clair aussi que l'inconscient ne saisit qu'un possible, le possible qui est saisissable.

19.1. Effusions d'incohérence. C'est pourquoi il paraît tout à fait possible d'adopter une position philosophique entièrement en retrait sur la question de l'inconscient, non pas par crainte de l'irrationnel, mais en vertu des structures logiques de l'idéalité, envisagée en puissance ou en acte. Poussée à bout, cette option conduit néanmoins à reconnaître qu'il existe, à l'œuvre dans les mathématiques les plus "émergentes", des processus difficiles et purement intuitifs de conquête de l'idéalité, qui impliquent des *expériences psychologiques singulières*. Plus on s'approche du vrai, plus il se dérobe derrière une *effusion d'incohérence*, propre au vrai potentiel non structuré. Il est vraisemblablement nécessaire d'aborder la science avec la plus grande candeur et la plus belle innocence pour traverser le mur de la confusion et s'installer de l'autre côté, dans cet espace où les gestes du génie ne font qu'obéir à une dialectique pure de la vérité. Grothendieck, et bien avant lui Newton, ont exprimé cette idée, *cf.* la belle introduction aux *Récoltes et semailles*[170]. Dans quelle mesure cette expérience d'un accès à la fois conscient et inconscient au vrai constitue-t-elle une illustration de ce que j'ai appelé ci-dessus l'*effusion d'incohérence* ? Comment se manifeste-t-elle ? Cela reste mystérieux.

19.2. Béance des questions simples. Je soutiens aussi que les mathématiques "platoniciennes" instituent des *béances inaugurales* sous la forme de *questions pures et simples*, ultra-métaphysiques, qui peuvent être déposées dans la *conscience* du chercheur comme racines d'une discursivité potentielle, c'est à dire racines primitives pour une solution pure qui est en attente et "à venir". Bien entendu, ce niveau est inférieur au niveau d'action et de structuration systématiques, d'édification et de constitution formelle d'une "objectivité" mathématique pertinente, et de théories mathématiques adéquates – par exemple d'une ou de plusieurs "géométries algébriques". Ce premier niveau est si profond que très peu de mathématiciens l'ont expérimenté en acte. Par exemple, Alain Connes l'évoque dans *Matière à pensée*, et l'appelle le troisième niveau. Le second niveau que j'évoque intervient au moment où la raison s'interroge sur ses propres acquis (c'est un mouvement kantien) et sur les possibilités réelles de la synthèse par rapport à l'analyse, lorsque ces dernières portent sur des énigmes clairement formulées. Hilbert les appelle des *problèmes déterminés*. Au premier niveau, en l'absence de théorie, les questions flottent dans une indétermination originelle et je crois deviner que si l'on veut analyser l'exigence d'accéder à de nouveaux objets formels pertinents, cela nécessite l'introduction de catégories absolument nouvelles. Bernard Teissier parle de communication avec le côté préverbal

[170]Voici le passage, p. 33 du *Prélude* : "Dans notre connaissance des choses de l'Univers (qu'elles soient mathématiques ou autres), le pouvoir rénovateur en nous n'est autre que l'*innocence*. C'est l'innocence originelle que nous avons reçue en partage à notre naissance et qui repose en chacun de nous, objet souvent de notre mépris, et de nos peurs les plus secrètes. Elle seule *unit l'humilité à la hardiesse* qui nous font pénétrer au cœur des choses, et qui nous permettent de laisser les choses pénétrer en nous et de nous en imprégner."

du mur et introduit l'existence de "notre" *primate*, *i.e.* du *primate qui est en nous*.

19.3. Questions déterminées. Or, revenons au deuxième niveau, qui est *déterminé*. Il s'agit par exemple de la question "À quelle condition, nécessaire et suffisante, une équation algébrique est-elle résoluble par radicaux ?" (Galois, 1831, *cf. supra*), ou encore de la question "Que doit-on entendre par $\int_a^b f(x)dx$?" (Riemann, 1854, *Mémoire d'habilitation*), ou d'une multitude d'exigences de conditions nécessaires, suffisantes, nécessaires et suffisantes qui *animent* les différents mémoires et articles mathématiquesclassiques ou contemporains.

19.4. La méthode générale d'Abel. Cette méthode préconise la règle de travail suivante. On doit toujours donner à un problème mathématique "une forme telle qu'il soit toujours possible de le résoudre, ce qu'on peut toujours faire d'un problème mathématique" : cette phrase visionnaire a été écrite par Abel en 1826 et constitue une étape décisive dans l'histoire de la pensée mathématique. Très couramment, le mathématicien au travail interprète cette suggestion méthodologique avec pragmatisme : on doit toujours donner au problème mathématique une forme concrète, en ajoutant des hypothèses suffisantes à la démontrabilité d'un certain nombres de théorèmes. Inutile de dire que c'est exactement le contraire qui est préconisé par Abel : on doit défalquer la matière mathématique des hypothèses superflues qui en encombrent la *compréhension* et la *genèse* pour trouver la vraie réponse au problème, ce qui nécessite d'abord de trouver la vraie formulation dudit problème. Telle est la *méthode générale* d'Abel : formulation, puis résolution de vrais problèmes.

19.5. Motifs de la méthode axiomatique. Ce précepte est devenu tellement évident pour les mathématiciens contemporains qu'on a peine à croire qu'il ait fallu attendre le dix-neuvième siècle pour qu'il naisse dans les esprits d'Abel, Galois et Riemann et qu'il a fallu attendre Bourbaki au vingtième siècle pour que sa systématicité (en fait, sa "systématisabilité") soit mise en œuvre de manière universelle : l'axiomatisme pourrait en effet être interprété comme une méthode d'exposition et de clarification des *liens théoriques* qui peuvent exister entre diverses notions mathématiques nuancées et hiérarchisées, qui éclatent dans une telle différence nécessaire, que seule la présentation axiomatique est à même de tisser le réseau de questions et de réponses locales qui articulent un champ théorique éclaté. La *méthode axiomatique* intervient en effet comme *renfort de structuration du questionnement* devant la diversification "babélienne" des hypothèses qui répondent à une multitude de questions premières ou secondaires. Abel écrivait déjà, un siècle plus tôt : "Ce qui a fait que cette méthode (générale), qui est sans contredit la seule scientifique, parce qu'elle est la seule dont on sait d'avance qu'elle peut conduire au but proposé, a été peu usitée dans les mathématiques, c'est l'extrême complication à laquelle elle paraît assujettie dans la plupart des problèmes, surtout quand ils ont une certaine généralité". Ainsi, la généralité et la pureté des questions implique leur éclatement. C'est dire combien la raison mathématicienne s'interroge sans cesse sur ses propres possibilités.

§20. CONCLUSION : PARABOLE DE L'OBSCURITÉ ET DE LA CONFUSION

Or, c'est ici-même pour conclure que je souhaiterais formuler à nouveau la parabole de l'obscurité et de la confusion. À la suite des réflexions précédentes, nous pouvons dire qu'une *epoche* fondamentale (c'est-à-dire une suspension de l'opinion, de l'intuition et du jugement devant l'indétermination des questions qui ont une certaine généralité) anime la pensée mathématique : il y a une oblitération de la tentation d'effectuer des gestes superflus, simplificateurs et rassérénants. On sait la différence d'essence qui sépare les mathématiques dites appliquées, en tant que modélisatrices, des mathématiques dites pures : les premières autorisent l'introduction de faisceaux d'hypothèses simplificatrices pour répondre à la complexité congénitale des formes qu'elles étudient, tandis que les secondes *resserrent sans cesse l'étau métaphysique du vrai*. Aux dépens du confort intellectuel, aux dépens des paradigmes existants, aux dépens de la cohérence du savoir acquis. Toute question pure déterminée a vu jaillir à partir d'elle des formes qui auraient été ignorées sans cette abnégation spirituelle que commande l'impératif d'Abel.

20.1. Mouvement abyssal. Eh bien, il s'agit, pour la conscience du chercheur, d'un mouvement descendant en direction des profondeurs de l'ignorance mathématique. Pour employer une métaphore, un supplément aporétique nous rapproche toujours plus du “centre de la Terre”. Afin de recueillir plus de corps, plus d'objet, plus de structure, il est nécessaire d'*oblitérer l'acquis*, de s'*installer dans la confusion* et d'engendrer d'abord cette effusion d'incohérence d'où jaillira ensuite par cristallisation et avec une force inouïe le vrai qui nous aurait été caché si nous nous étions contentés de céder au désir de savoir tout d'emblée. Je crois que les expériences singulières vécues par Tartaglia, Bolyai, Grassmann, Turing et Gödel illustrent ce propos. *Obscurité et confusion vivent dans la conscience du chercheur parce qu'il est cinglé d'énigmes*. On ne voit pas trop en définitive quelles sont les structures conscientes et inconscientes de l'esprit créateur qui expliquent la possibilité d'accès à une cohérence finale de la pensée, ou qui lui donnent une valeur pour la société et pour la civilisation. Vraisemblablement, ces expériences singulières sont *dominées* par des *liaisons* (des relations précises) entre les idéalités, mais je n'ignore pas combien il est difficile de voir clair dans la question du réalisme que soulève une telle explication. Le point important pour nous est de savoir que les thèses rationalistes qui ont été évoquées au début de l'exposé rendent compte de manière très satisfaisante de la domination *a posteriori* de la synthèse, de l'acte, et de l'effectuation, mais que les mathématiques en train de se faire, comme toute activité humaine en train de se faire, échappent à une analyse qui ne ferait pas intervenir l'inconscient comme emblème. Ce sont des processus non contrôlés par l'acquis qui animent l'inventivité polymorphique des mathématiques.

20.2. Prégnance des structures interrogatives. Ma tentation pour l'instant est de suggérer, en adéquation avec l'évocation de la pensée d'Abel, qu'il existe néanmoins une structure ou une "sémantique" interrogative universelle, laquelle institue des attentes insatisfaites, et que cette structure brise la frontière qui semble exister entre conscience et concept (contre l'épistémologie classique et l'option cavaillésienne). Je pense rejoindre aussi cette phrase très juste de Bernard Teissier : "Le mathématicien ne *comprend*" (conscience conceptuelle) "que lorsqu'il a réussi à expliquer la situation à son *primate*" (in-conscience primitive et infralinguistique, fonctionnement caché d'un cognitif singulier, idiosyncrasie du langage intérieur). Le besoin de compréhension secrète ses tensions, au niveau objectif comme au niveau subjectif. Enfin, j'espère que ces éléments contribueront à convaincre mon lecteur de l'existence d'une expérience très singulière de la conscience dans les mathématiques, dont l'exploration pourrait se révéler indéfiniment prometteuse, à travers peut-être les sciences cognitives, mais surtout à travers une analyse dynamique ou psychanalytique de la création et de l'action mathématique.

Remerciements *Je remercie spécialement Bernard Teissier de m'avoir invité à exposer ces idées restées longtemps en friche, de m'avoir incité à les reprendre, à les réécrire, à les développer et à les exposer d'une manière plus rhétorique, plus structurée, plus vivante et . . . plus langagière. Je tiens à remercier aussi ici tous ceux qui m'ont permis de progresser, à l'occasion d'échanges directs, amicaux et pleins de connivence sur la philosophie des mathématiques – qui se sont déroulés plus ou moins régulièrement à l'ENS Ulm en 1996-97 et après – et tout particulièrement Charles Alunni, Bernard Besnier, Julien Bonhomme, Éric Brian, Pierre Caye, Olivier Druet et Jean-Jacques Szczeciniarz et surtout Gilles Châtelet, maître spirituel inestimable, regretté par tous, hélas prématurément disparu.*