Retour sur l'arithmétique des intersections de deux quadriques (Crelle, 2023)

Remarques

9 février 2024

Sur le théorème 3.9.

On peut raccourcir la démonstration. Soit $f(x_0, \ldots, x_n)$ une forme quadratique quelconque sur un corps p-adique, avec $n \geq 4$. Comme toute forme en au moins 5 variables sur un corps p-adique admet un zéro non trivial, on voit que sur un sous-espace linéaire $\mathbf{P}^3_k \subset \mathbf{P}^n_k$ bien choisi, la forme induite par f est de rang au plus 3. On est ainsi ramené directement à la proposition 3.5.

Sur le théorème 5.8.

Si k est le corps $\mathbf{R}$ des réels, alors l'hypothèse (ii) est satisfaite, comme on voit en examinant le comportement de la signature de $\lambda f + \mu g$ pour $(\lambda, \mu) \in \mathbf{R}^2$ variant dans $\lambda^2 + \mu^2 = 1$.

Sur le théorème 5.10

Comme le note O. Wittenberg, les énoncés (valables sur tout corps k de car. différente de 2) sont équivalents à l'énoncé :

(ii') *La classe* $\alpha_X \in \mathrm{Br}(C)$ *est dans l'image de* $\mathrm{Br}(k)$.

Démonstration. Montrons que l'énoncé (ii') implique l'énoncé (iii). Soit W la k-variété de Severi-Brauer associée à α_X. On passe au corps $K = k(W)$. Le théorème 5.10, appliqué sur le corps K, assure que la classe de $F = F_1(X)$ s'annule dans $H^1(K, J)$. Ainsi il existe une k-application k-rationnelle de la k-variété W vers F, qui est un espace principal homogène d'une variété abélienne srur k. Une telle k-application est nécessairement constante, et donc $F(k) \neq \emptyset$: la variété X contient une droite sur k – et donc en fin de compte l'hypothèse (ii') implique $\alpha_X = 0$.

23 mai 2024

Démonstration du théorème 2.21.

À l'avant dernière ligne il faut remplacer

W_m satisfasse $\mathrm{Br}(W_m)/\mathrm{Br}(k) = 0$ et $W_m(\mathbf{A}_k) \neq \emptyset$.

par :

W_m satisfasse $W_m(\mathbf{A}_k)^{\mathrm{Br}(W_m)} \neq \emptyset$.

(merci à Parimala de m'avoir signalé ce point).