



edf



Schémas de Boltzmann sur Réseau

Ecole CEA-EDF-INRIA
Cadarache, 22-26 juin 2015

François Dubois, Loïc Gouarin, Benjamin Graille
Département de Mathématiques d'Orsay ¹

Les schémas de Boltzmann sur réseau sont issus d'une part des modèles classiques de la théorie cinétique des gaz (équation de Boltzmann) et d'autre part des approches informatiques pour les systèmes dynamiques discrets (automates cellulaires). Ils ont émergé dans les laboratoires de mécanique et de physique au cours des années 1980.

Ces dernières années ils ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques qui ont permis de les doter de fondements mathématiques. Les schémas de Boltzmann sur réseau désignés couramment par leur acronyme anglais, LBM, disposent de propriétés remarquables que ces travaux ont permis de justifier, voire d'établir. Ils sont : explicites, précis (suivant le schéma retenu), adaptés à des géométries complexes et en particulier aux milieux poreux ; compatibles avec le traitement des surfaces libres ou des interfaces (interaction fluide-structure) faciles à programmer et parallélisables, bien adaptés aux architectures GPU, mais on doit en pratique satisfaire à une condition de stabilité...

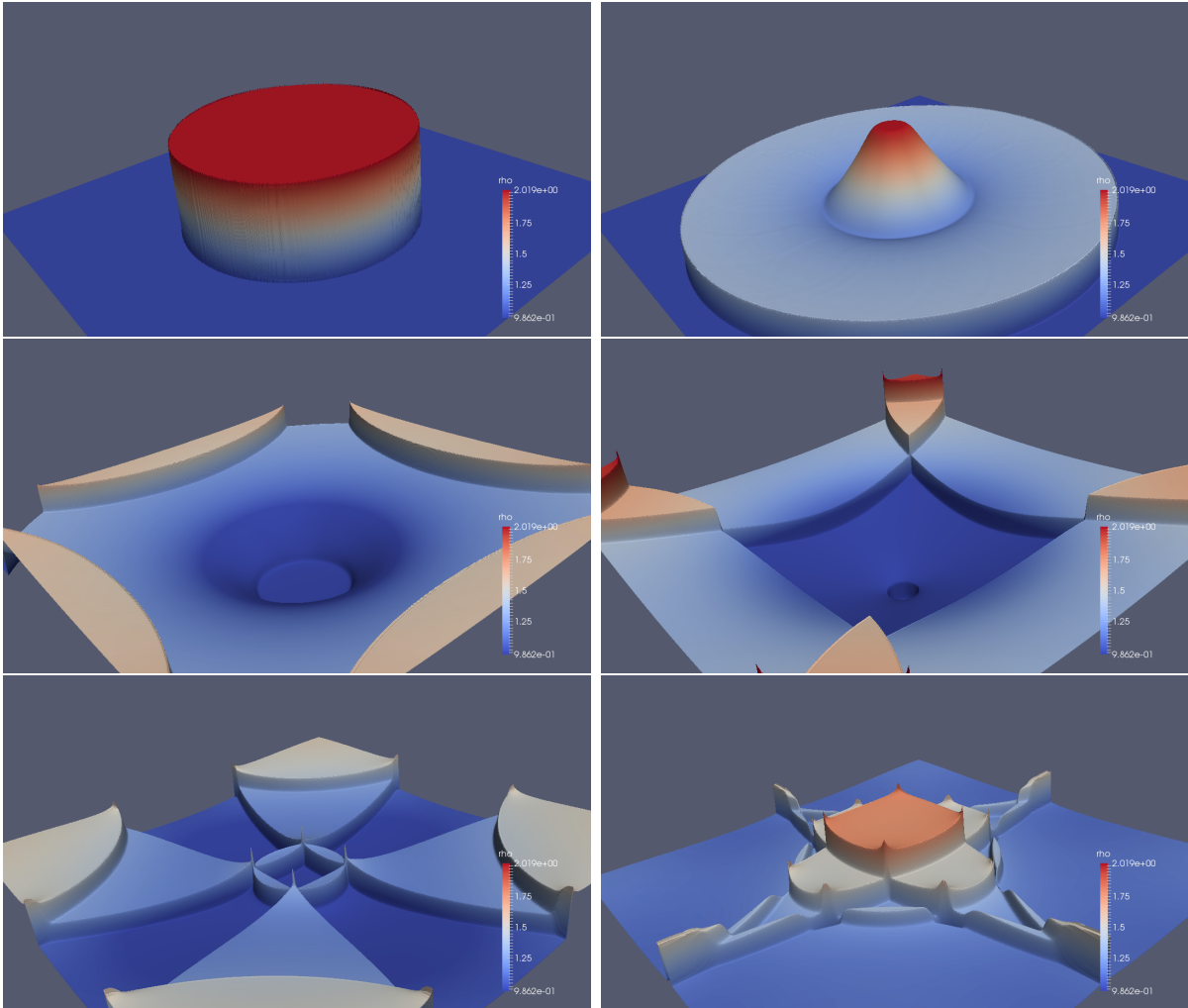
Les domaines d'application des schémas de Boltzmann sur réseau sont très nombreux et ils se diffusent rapidement dans de nouveaux champs de la physique. On peut citer de façon non exhaustive : la mécanique des fluides (avec par exemple des applications en aeroacoustique) ; la mécanique ; l'électromagnétisme ; la mécanique quantique (équation de Schrödinger), les problèmes à champs de phase (cristallographie, écoulements à interfaces, métallurgie) ; le traitement d'images ; des applications médicales.

Leur mise en œuvre est *a priori* très élémentaire ce qui les rend de fait très populaires mais toute une série de paramètres doivent être réglés avec soin afin de garantir le succès d'une simulation numérique. Les schémas de Boltzmann sur réseau peuvent aujourd'hui simuler toutes sortes d'équations aux dérivées partielles classiques de la physique mathématique. Dans ce cours, nous montrons comment les méthodes d'analyse formelle par les méthodes

¹ mise à jour du 11 décembre 2014.

de schéma équivalent permettent de mettre en évidence l'équation aux dérivées partielles simulée par le schéma.

En travaux pratiques, nous commencerons par implanter complètement un schéma élémentaire en dimension 1 d'espace afin de déterminer tous les points clés d'un code de type Boltzmann sur réseau. Puis nous effectuerons des simulations numériques de l'équation de Navier-Stokes en dimension 2 et 3 d'espace : des exemples de solveurs classiques (D2Q9, D2Q13, D3Q19 et D3Q27) seront testés sur des applications comme un écoulement de Poiseuille, des allées de Von Karman, une cavité entraînée... Une attention particulière pourra également être accordée aux traitements des conditions aux limites.



Calcul de Saint-Venant bidimensionnel avec conditions limites périodiques, maillage 1024 points au carré, schéma de Boltzmann vectoriel D2Q4Q4Q4. Simulation de Benjamin Graille avec le logiciel PyLBM.