

Devoir Maison : correction

Ceci est un DM d'entraînement pour le contrôle du 1 mars. Il est facultatif, non noté et sa correction sera disponible sur eCampus à la fin des vacances.

Pour toute question, écrire à david.xu@universite-paris-saclay.fr.

Exercice 1. Trouver la valeur de z telle que

1. $P(-z \leq \mathcal{N}(0, 1) \leq z) = 0.8$, $z \simeq 1.28$.
2. $P(-z \leq \mathcal{N}(0, 1) \leq z) = 0.95$, $z = 1.96$.
3. $P(-z \leq \mathcal{T}(20) \leq z) = 0.8$, $z \simeq 1.325$.
4. $P(-z \leq \mathcal{T}(2) \leq z) = 0.95$, $z \simeq 4.303$.
5. $P(-z \leq \mathcal{N}(0, 1) \leq z) = 0.7$, $z = 1.04$.
6. $P(-z \leq \mathcal{N}(0, 1) \leq z) = 0.83$, $z \simeq 1.37$.
7. $P(-z \leq \mathcal{T}(57) \leq z) = 0.6$, $z \simeq 0.842$.
8. $P(-z \leq \mathcal{T}(19) \leq z) = 0.1$, $z \simeq 0.127$.

Exercice 2. Un cinéma¹ propose des places à différents tarifs. Sur les 300 derniers clients, les proportions de spectateurs ayant choisi chaque type de place sont données dans le tableau suivant :

Type de place	Tarif réduit (6 euros)	Plein tarif (9 euros)	3D IMAX (13 euros)
Pourcentage	60%	30%	10%

1. Calculer la moyenne estimée et l'écart-type estimé du prix d'une place vendue.
2. Donner un intervalle de confiance au niveau 83% du prix d'une place vendue.

$$\hat{m} = 6 \times 0.6 + 9 \times 0.3 + 13 \times 0.1 = 7.6.$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(6 - 7.6)^2 \times 180 + (9 - 7.6)^2 \times 90 + (13 - 7.6)^2 \times 30}{299}} = 2.25$$

$$\left[7.6 - 1.37 \times \frac{2.25}{\sqrt{300}}; 7.6 + 1.37 \times \frac{2.25}{\sqrt{300}} \right] = [7.42; 7.78]$$

Exercice 3. Dans le même cinéma, le gérant voudrait étudier le nombre de clients qui viennent chaque jour. Il suppose que le nombre de spectateurs par jour suit une loi gaussienne. Sur la dernière semaine, il a relevé les données suivantes :

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Nombre de spectateurs	18	21	35	31	48	94	53

1. Calculer la moyenne estimée et l'écart-type estimé du nombre de spectateurs par jour.
2. Donner un intervalle de confiance au niveau 80% du nombre de spectateurs par jour.

$$\hat{m} = \frac{18 + 21 + 35 + 31 + 48 + 94 + 53}{7} = 42.86.$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(-24.86)^2 + (-21.86)^2 + (-7.86)^2 + (-11.86)^2 + 5.14^2 + 51.14^2 + 10.14^2}{6}} = 25.96$$

Par la loi de Student à 6 degrés de liberté :

$$\left[42.86 - 1.440 \times \frac{25.96}{\sqrt{7}}; 42.86 + 1.440 \times \frac{25.96}{\sqrt{7}} \right] = [28.73; 56.99]$$

1. C'est le même cinéma que dans le partiel du S3.

Exercice 4. Encore dans ce même cinéma, sur les 300 derniers spectateurs, 37% ont acheté du pop-corn.

Donner un intervalle de confiance au niveau 80% du pourcentage de spectateurs qui achètent du pop-corn.

$$\hat{p} = 0.37, \hat{\sigma} = \sqrt{0.37 \times 0.63} = 0.483.$$

Comme $300 \geq 30$, $111 \geq 5$ et $300 - 111 = 189 \geq 5$, le TCL s'applique.

$$\left[0.37 - 1.28 \times \frac{0.483}{\sqrt{300}}; 0.37 + 1.28 \times \frac{0.483}{\sqrt{300}} \right] = [0.334; 0.406]$$