

TD3

Ce TD, rédigé par Jérôme Casse, est inspiré d'exercices provenant du livre "Calculus" de James Steward (édition 7), d'un TD de Camille Coron en TC1 et d'un TD de Patrick Pamphile en GEA1.

1 Calcul de profit maximum

Exercice 1. Le prix pour un bien de luxe est $p(x) = 400 - 2x$ où x est le nombre d'unités produites. Quelle quantité doit-on produire pour maximiser le revenu total ?

Exercice 2. Une entreprise fabrique un produit chimique dont le coût total (en K€) pour produire x hectolitres (hl) est égal à :

$$CT(x) = x^2 - 7x + 5.$$

L'entreprise ne peut produire plus de 8hl par mois. Le prix de vente est de 1000€ l'hectolitre. Tout ce qui est produit est vendu.

1. Quel est le bénéfice pour x hectolitres produits et vendus ?
2. Quelle est la production qui maximise le profit ?
3. Vérifier que $-x^2 + 8x - 5 = -(x - 4 - \sqrt{11})(x - 4 + \sqrt{11})$.
4. Quel est le seuil de rentabilité (plus petite production pour laquelle le bénéfice est nul) ?
5. Le volume total des ventes obtenues sur les n premiers jours du mois est égal à :

$$V(n) = \frac{1}{5} \ln(7n - 1) \quad \text{pour} \quad 1 \leq n \leq 30.$$

Au bout de combien de jours a-t-on atteint le seuil de rentabilité ?

Exercice 3. Le service R&D d'une entreprise a mis au point de nouveaux sachets à base de matériaux bio-dégradables. Le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de v milliers de sachets est donné par

$$B(v) = (18 - 5v)e^{(v-2)} - 5.$$

La capacité maximale de production est de trois mille sachets.

1. Montrer que la dérivée de B est

$$B'(v) = (13 - 5v)e^{(v-2)}.$$

2. Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de mille, deux mille et trois mille sachets.
3. Déterminer le volume des ventes pour réaliser un bénéfice maximal.
4. Quel est alors le bénéfice maximal en euros ?
5. Montrer que le seuil de rentabilité (plus petit volume des ventes pour lequel le bénéfice est positif) est égal à $v \simeq 1,07$ milliers de sachets.
6. Le volume total des ventes obtenues sur les n prochains trimestres est égal à :

$$V(n) = 0,2n^3 - 2n^2 + 9n - 7 \quad \text{pour} \quad 1 \leq n \leq 5.$$

Au bout de combien de trimestres a-t-on atteint le seuil de rentabilité ?

Exercice 4. Une étude de marché a permis d'établir que pour un prix de vente unitaire de p euros, les quantités vendues $Q(p)$ (en millier d'unités) sont égales à

$$Q(p) = 35 - 5p \text{ pour } p \geq 0.$$

Le coût variable unitaire est d'un euro. On définit la marge sur coût variable comme la différence entre le chiffre d'affaires et le total des coûts variables.

1. Quel doit être le prix de vente pour que la marge sur coût variable soit positive ?
2. Quel doit être le prix de vente pour maximiser la marge sur coût variable ?

Exercice 5. Un constructeur vend 1000 télévisions par semaine à 450€ chacune. Une étude de marché montre que, pour toute réduction de 10€ du prix, le nombre de télévisions vendues augmente de 100 par semaine.

1. Quelle est la fonction de la demande en fonction du prix ?
2. À quel prix le constructeur devrait vendre ses télévisions pour maximiser les revenus ?

Exercice 6. Un gérant d'un complexe immobilier de 100 appartements sait d'expérience que tous les logements sont occupés si le prix des loyers est de 800€ par mois. Une étude de marché montre qu'à chaque augmentation du loyer de 10€, un appartement deviendra vacant.

1. Quel prix de loyer maximise le bénéfice ?
2. Combien d'appartements sont alors occupés ?