

TD2

Ce TD, rédigé par Jérôme Casse, est inspiré d'exercices provenant du livre "Calculus" de James Steward (édition 7), d'un TD de Camille Coron en TC1 et d'un TD de Patrick Pamphile en GEA1.

1 Dérivée de fonctions composées

Exercice 1. Trouver la dérivée de $f(x) = (1 + 3x + x^2)^2$ de trois façons :

1. en utilisant la formule de la composée ;
2. en écrivant $f(x) = (1 + 3x + x^2) \times (1 + 3x + x^2)$ et en utilisant la formule de la dérivation du produit ;
3. en développant et en utilisant les fonctions usuelles.

Exercice 2. Dériver les fonctions suivantes :

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|-----------------|
| 1. $f(x) = e^{3x+1}$ | 2. $h(t) = \sqrt{t^2 - 4}$ | 3. $u(x) = 2^x$ |
| 4. $f(x) = (2x + 1)^{1.7} + 4$ | 5. $h(x) = \ln(e^x + 1)$ | 6. $g(x) = x^x$ |

Exercice 3. Dériver les fonctions suivantes :

- | | | |
|----------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1. $f(s) = \sqrt{\frac{s^2+1}{s^2+4}}$ | 2. $f(x) = x^2 e^{-1/x}$ | 3. $v(x) = \sqrt{1 + x e^{6x^2-3}}$ |
|----------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

2 Dérivées par morceaux

Exercice 4. Pour les deux fonctions f ci-dessous, donner leur dérivée et dire si elles sont dérivables en le point x_0 :

1. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ et $x_0 = 0$.
2. $f(x) = (x^3 + 1) \mathbf{1}_{x \leq 1} + 2x \mathbf{1}_{x > 1}$ et $x_0 = 1$.

3 Min et Max

Exercice 5. Trouver les extrema locaux et globaux de

1. $f(x) = 12 + 4x - x^2$ sur $[0, 5]$,
2. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ sur $[0.2, 4]$,
3. $f(x) = x - \ln(x)$ sur $[0.5, 2]$,
4. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ sur $[-1, 1]$.

Exercice 6. Une entreprise a mené une grosse campagne publicitaire pour son produit de pointe. On estime que la demande (en millier d'unités) x jours après le lancement sera de

$$f(x) = (x - 2)e^{-\frac{x}{10}} + 6.$$

Quelle sera la demande maximale ? Aux alentours de quels jours sera-t-elle atteinte ?