

TD 3 - Pourcentages et proportions (solutions)

Produit en croix

Exercice 1. Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

a)

3	12
7	28

b)

4	20/3
3	5

c)

13	6
2	12/13

d)

37	1	9	3/5
185	5	45	3

e)

13	2	4	100
39	6	12	300

f)

3	15/2	21	27
14	35	98	126

Exercice 2. Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalités ?

a)

4	105
22	583

Non, il aurait fallu avoir par exemple 106 à la place de 105.

b)

8	40	16/5
5	25	2

Oui.

c)

512	80	864	16
32	5	54	1

Oui.

Appliquer et calculer des pourcentages

Exercice 3. Dans une classe de 32 élèves, il y a 18 filles. Quel est le pourcentage de filles dans cette classe ?

Solution : La proportion de filles est de $\frac{18}{32} = \frac{9}{16}$. Il y a donc $\frac{9 \times 100}{16} = 56,25\%$ de filles dans la classe.

Exercice 4. Dans une association sportive, il y a 60 adhérents. 60% des adhérents pratiquent le tennis, 20 membres font du badminton et 10 d'entre eux pratiquent à la fois le tennis et le badminton.

- Combien de membres pratiquent le tennis ?
- Quel est le pourcentage de membres pratiquant le badminton ?
- Quelle est la proportion de membres pratiquant à la fois le tennis et le badminton parmi tous ceux qui pratiquent le badminton ? Quel est le pourcentage correspondant ?

Solution :

a) $60 \times \frac{60}{100} = 36$ membres pratiquent le tennis.

b) $\frac{20}{60} \times 100 \simeq 33,3\%$ des membres pratiquent le badminton.

c) 10 membres pratiquent à la fois le tennis et le badminton sur les 20 qui pratiquent le badminton. La proportion est donc de $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$. En pourcentage, cela donne 50%.

Exercice 5. Le prix Hors Taxe (HT) d'une voiture est de 7880 euros. Quel est le montant de la TVA, dont le taux est de 20% pour cette voiture ?

Solution : On a $\frac{20}{100} \times 7880 = 1576$. La TVA s'élève à 1576 euros (et le prix TTC de la voiture est alors de 9456 euros).

Exercice 6. Un smartphone a une capacité de stockage de 64 Go. Le système d'exploitation occupe 6 Go et les applications installées occupent 65% de l'espace total. Quel est pourcentage de la mémoire encore libre ?

Solution : Les applications occupent $\frac{65}{100} \times 64 = 41,6$ Go de la mémoire. La mémoire libre est donc de $64 - 6 - 41,6 = 16,4$ Go, soit $\frac{16,4}{64} \times 100 = 25,625 \simeq 25,63\%$ de l'espace total.

Exercice 7. Un berger affirme que 35% des moutons de son troupeau sont blancs. Il y a 126 moutons blancs dans le troupeau. Combien de moutons y a-t-il au total dans le troupeau ?

Solution : Notons x le nombre total de moutons dans le troupeau. Il s'agit de résoudre l'équation $\frac{35}{100}x = 126$. On a $x = \frac{126 \times 100}{35} = 360$.

Augmentations et baisses en pourcentages

Exercice 8. On place 250000 euros sur un nouveau compte en banque avec un taux annuel de 5%.

- a) Quel est le solde au bout d'un an ?
- b) Quel est le solde au bout de deux ans ?
- c) Le pourcentage d'augmentation entre le moment où on a ouvert le compte et deux ans plus tard est-il de 10% ?

Solution :

- a) Le solde au bout d'un an est de $250000 \times 1,05 = 262500$ euros.
- b) Le solde au bout de deux ans est de $262500 \times 1,05 = 275625$ euros.
- c) Notons x le pourcentage d'augmentation sur deux ans. Alors x vérifie $250000 \times (1 + x) = 275625$, soit $x = \frac{275625}{250000} - 1 = 0,1025$, soit 10,25%. Le pourcentage d'augmentation n'est pas de 10%, sinon le solde aurait été de 275000 euros (différence de 625 euros quand même).
Autre méthode : on calcule la différence $275625 - 250000 = 25625$, qui représente 10,25% du solde de départ.

Exercice 9. Un supermarché fait de la publicité pour une offre spéciale. Pour deux paquets de biscuits achetés, on a 15% de réduction immédiate sur le troisième.

- a) Un paquet de biscuits coûte 2,20 euros. Combien devra-t-on payer pour trois paquets ?
- b) Avant de faire cette offre, le même paquet de biscuits coûtait 2,10 euros dans ce magasin. Quel est le pourcentage d'augmentation du prix à l'unité ?

Solution :

- a) La remise sur le troisième paquet est de $\frac{15}{100} \times 2,2 = 0,33$ euros. Trois paquets de biscuits coûtent donc $2,2 + 2,2 + 2,2 - 0,33 = 6,27$ euros.
- b) Notons x le pourcentage d'augmentation du prix unitaire. On a $2,1 \times (1 + x) = 2,2$, d'où $x = \frac{2,2}{2,1} - 1 \simeq 4,76\%$. (Avant l'augmentation et sans l'offre spéciale, trois paquets de biscuits coûtaient $3 \times 2,1 = 6,3$ euros. En comptant la remise sur le troisième paquet, le prix de trois paquets a diminué de 0,03 euros, soit d'environ 0,48%.)

Exercice 10. Une association organise une soirée étudiante et commande 100L de jus de pomme auprès d'un commerçant pour 88 euros. Cependant, le prix augmente de 15% peu avant la livraison de la commande. Le commerçant propose de faire une remise de 13,1% sur le nouveau prix en guise de compensation, puisque la commande avait été effectuée avant. Accepteriez-vous cette offre ?

Solution : Le prix après augmentation est de $88 \times 1,15 = 101,2$ euros. Une remise de 13,1% sur 101,2 euros donnerait $101,2 \times (1 - 0,131) \simeq 87,94$ euros. Il semble donc raisonnable d'accepter la proposition du commerçant (on gagne même 6 centimes sur le prix fixé au départ). Attention, après une agmentation de 15% puis une baisse de 15%, on ne retrouve pas le prix de départ !

Exercices bonus

Exercice 11. Calculer les quantités suivantes :

- a) 46% de 50,
- b) 50% de 46,
- c) 480% de 25,
- d) 25% de 480.

Que peut-on remarquer ?

Solution :

- a) 23,
- b) 23,
- c) 120,
- d) 120.

On peut remarquer que calculer $x\%$ de y , c'est la même chose que calculer $y\%$ de x . En effet, $\frac{x}{100} \times y = \frac{x \times y}{100} = \frac{y}{100} \times x$.

Exercice 12. Un orchestre de 120 musiciens peut jouer la 9^e symphonie de Beethoven en 40 minutes. Combien de temps en faudrait-il pour un orchestre de 60 musiciens ?

Solution : Il faudrait également 40 minutes. Le nombre de musiciens et la durée d'une symphonie ne sont pas des quantités proportionnelles.

Exercice 13 (*). On s'intéresse à l'évolution de la température à Tours entre les années 2009 et 2019. On dispose des données suivantes sur les températures moyennes/minimales/maximales sur l'année et sur certains mois

(ces températures sont données en degrés Celsius) :

	Moy. annuelle	Moy. janvier	Min. janvier	Min. mars	Max. août
2009	11,9	3	-7	0	33
2019	13,1	5	-2	2	35

- Quel est le pourcentage d'augmentation de la température moyenne à Tours entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité? [Question tirée du Brevet, session 2021]
- Quels sont les pourcentages d'augmentation de la température moyenne en janvier et de la température maximale en août (arrondis à l'unité)?
- La température minimale en janvier a-t-elle augmenté ou baissé entre 2009 et 2019? Quel est le pourcentage d'évolution (arrondi à l'unité) de cette température minimale en janvier?
- Quel est le pourcentage d'augmentation de la température minimale en mars?
- Commenter.

Solution :

- L'augmentation de température serait de $\frac{13,1 - 11,9}{11,9} \times 100 \simeq 10\%$.
- La température moyenne en janvier a augmenté de $\frac{5 - 3}{3} \times 100 \simeq 67\%$ tandis que la température maximale en août a augmentée de $\frac{35 - 33}{33} \times 100 \simeq 6\%$. Pourtant, cette la température a augmenté de 2°C dans les deux cas entre 2009 et 2019.
- La température minimale en janvier a augmenté entre 2009 et 2019 (on a $-7 < -2$). On cherche p tel que $-2 = -7 + (-7) \times \frac{p}{100}$. En résolvant l'équation, on trouve $p = -\frac{5}{7} \times 100 \simeq -71,4\%$. Ce serait donc une diminution de 71%??
- La température minimale en mars passe de 0°C à 2°C. Il faudrait en théorie calculer $\frac{2 - 0}{0} \times 100$ pour trouver le pourcentage d'augmentation. Mais ce n'est pas possible (on ne peut pas diviser par 0!).

- Décrire l'évolution d'une quantité en termes de pourcentages n'a pas toujours du sens.
 - Une proportion ou un pourcentage dépend de l'échelle ou d'une valeur de référence : l'unité des températures, ici le degré Celsius, est complètement arbitraire. On aurait pu donner les températures en degrés Fahrenheit, ou bien en Kelvin.
 - D'autre part, on ne parle en général d'augmentation ou de diminution en pourcentage que pour des quantités qui sont positives (c'est le cas pour les températures en Kelvin, mais c'est une unité que l'on n'utilise pas pour parler de la météo).
- Il n'est pas toujours pertinent de parler d'augmentation ou de baisse en termes de pourcentages. Cela peut parfois donner une bonne idée de l'évolution d'une quantité, mais il faudrait pouvoir compléter cela avec d'autres informations. Il faut aussi savoir interpréter les informations diffusées dans les médias (voir la question b : on pourrait utiliser des pourcentages pour donner l'impression qu'une augmentation est énorme, ou bien au contraire pour minimiser un phénomène), et parfois se méfier des énoncés d'exercices de maths...

Exercice 14 (*). En 2023, la mairie de Paris avait pour projet de réduire la vitesse maximale autorisée sur le périphérique. Un des objectifs était de réduire la nuisance sonore durant la nuit. L'intensité sonore (le "bruit") est mesurée en décibels (noté dB). Dans les quartiers proches du périphérique, on a mesuré en 2022 une intensité sonore pouvant monter jusqu'à $70dB$ pendant la nuit. D'après les estimations de la mairie, limiter la vitesse des voitures permettrait de diminuer cette nuisance sonore de $3dB$.

- Quel est le pourcentage de diminution de cette intensité sonore maximale?
- Cela vous paraît-il beaucoup/peu?

Solution :

- L'intensité sonore maximale diminuerait de $\frac{3}{70} \times 100 \simeq 4\%$.

b) Cela peut sembler peu. Gagner $3dB$ sur 70 ne donne pas l'impression d'être un gain si important. Cependant, l'intensité sonore est mesurée à l'aide d'une "échelle logarithmique" (nous évoquerons cela dans le chapitre sur les fonctions de référence). Une diminution de $3dB$ correspond en pratique à diviser par deux la source d'un bruit (par exemple, passer de deux marteaux-piqueurs à un seul). Une telle diminution n'est pas négligeable. À vous de juger ensuite si vous estimez que cela justifie de limiter la vitesse sur le périphérique.

[Pour référence, on estime qu'une intensité sonore de $62dB$ provoque des troubles du sommeil. La loi n'autorise pas les bruits de plus de $60dB$ la nuit en zone urbaine.]