Configurations isocèles

Daniel Perrin

1 La question

La question qui suit m'a été posée par Patrick Billot [1]. Elle émanait semble-t-il d'un jury d'agrégation. La solution que j'en donne ici n'est peut-être pas la plus simple.

1.1 Définition. *On considère n points $a_1, \dots, a_n$ du plan affine euclidien, avec $n \geq 3$, que l'on suppose en position générale, c'est-à-dire que trois quelconques d'entre eux ne sont pas alignés. On dit que ces points forment une* **configuration isocèle** *si tous les triangles formés avec ces points sont isocèles.*

1.2 Question. La question est de classifier ces configurations isocèles : en existe-t-il pour tous les entiers n, sont-elles uniques à similitude près, etc. ?

1.3 Définition. *Soit $a_I, \dots, a_n$ une configuration isocèle. Les segments $[a_i a_j]$ avec $i \neq j$ seront appelés* **arêtes** *de la configuration.*

2 Les quadrilatères

Le cas de trois points est trivial : les configurations isocèles sont simplement les triangles isocèles et il y en a une infinité à similitude près. Pour quatre points, on a le théorème :

2.1 Théorème. *Toute configuration isocèle à quatre points $abcd$ est, à permutation près des points, de l'un des trois types suivants :*

1) Un triangle isocèle abc de sommet a et le centre d de son cercle circonscrit. On appelle cette configuration le **triangle centré** *de sommet a et de centre d. Il y a une infinité de telles configurations à similitude près.*

2) Un **losange***. Il y a une infinité de telles configurations à similitude près.*

3) Un **trapèze d'Euclide** [2]*, c'est-à-dire un trapèze obtenu en prenant quatre points sur cinq dans un pentagone régulier. Cette configuration est unique à similitude près. Si on nomme ce trapèze $abcd$, cela sous-entend que les points sont consécutifs et dans cet ordre sur le pentagone.*

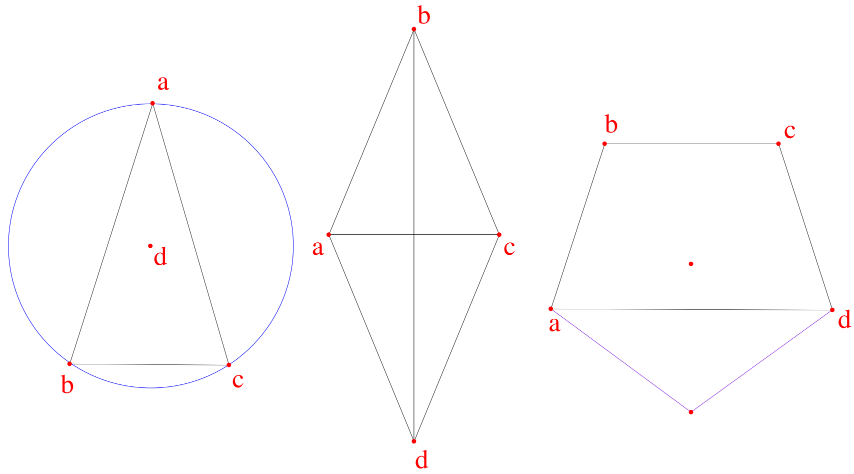

FIGURE 1 – Les trois configurations isocèles à quatre points (de gauche à droite, triangle centré, losange, trapèze d'Euclide)

2.2 *Remarques.* 1) Dans un trapèze d'Euclide, les six longueurs ab, ac, ad, bc, bd, cd se répartissent en deux paquets de trois longueurs égales dont le rapport est le nombre d'or $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

2) On note qu'il se peut qu'une configuration à quatre points soit à la fois de types 1 et 2. C'est le cas d'un losange formé de deux triangles équilatéraux accolés (un losange dont un angle vaut 60 degrés), on parlera d'un **losange équilatéral**. En revanche, un trapèze d'Euclide n'est ni un triangle centré (car il n'a pas trois arêtes égales aboutissant en un même point), ni un losange (car il n'a pas quatre arêtes égales).

Démonstration. (de 2.1) On note d'abord que les trois configurations ci-dessus sont bien isocèles.

Réciproquement, soit $abcd$ une configuration isocèle.

2.3 Lemme. *Trois au moins des six longueurs ab, ac, ad, bc, bd, cd sont égales.*

Démonstration. On raisonne par l'absurde en supposant qu'il n'y a pas trois longueurs égales. On considère le triangle abc. Il est isocèle et, à permutation

1. Que je remercie, à la fois pour la question et pour ses commentaires sur ce texte.
2. Je l'appelle ainsi parce qu'elle contient les fameux triangles isocèles dont les angles à la base sont doubles de l'angle au sommet, étudiés par Euclide en vue de construire le pentagone régulier.

près, on peut supposer qu'on a $ab = ac$. On considère alors abd. S'il n'y a pas trois longueurs égales parmi les six, la seule possibilité est d'avoir $ad = bd$. De même, avec acd, la seule possibilité est $ad = cd$. Mais alors on a $ad = bd = cd$, contradiction.

2.4 Lemme. *À permutation près, on est dans l'un des cas suivants :*

1) on a $ab = ac = ad$, et dans ce cas, la configuration est celle du triangle centré,

2) on a $ab = bc = cd$.

Démonstration. On sait qu'on a trois longueurs égales parmi les six arêtes de la configuration. Comme deux arêtes au plus sont à extrémités distinctes, il y en a deux parmi les trois qui ont un sommet commun, disons $ab = bc$. Si la troisième arête égale à $ab = bc$ est ad ou cd, on est alors dans le cas 2 à permutation près. Si c'est bd on est dans le cas 1. Si $ab = bc$ n'est égal ni à ad, cd ou bd, c'est qu'il est égal à ac. On considère alors les triangles isocèles abd et acd, qui ne peuvent l'être qu'en d, et on a $bd = ad = cd$, (cas 1 au point d).

On note que si l'on a $ab = ac = ad$, comme le triangle bcd est isocèle, le point a est le centre de son cercle circonscrit et on a bien un triangle centré.

2.5 *Remarque.* Lorsqu'on a trois longueurs égales dans un quadrilatère isocèle, il y a trois cas possibles (à permutation près) :

- la configuration en chaîne : $ab = bc = cd$,
- la configuration en étoile : $ab = ac = ad$,
- la configuration en cycle : $ab = bc = ca$.

Dans ces deux derniers cas, on est dans une configuration de triangle centré. C'est clair pour le second. Pour le dernier, abd est isocèle et on a donc $ab = ad$ (triangle centré en a) ou $ab = bd$ (centré en b) ou $ad = bd$. Dans ce cas, d est sur la médiatrice de $[ab]$. Mais le même argument appliqué à bcd et cad montre que si l'on n'a pas un triangle centré en a, b, c, c'est que d est sur les trois médiatrices de abc et on a alors un triangle centré en d.

On peut maintenant finir la démonstration du théorème en supposant qu'on a $ab = bc = cd$. Si on a, à permutation près, $ab = bc = cd = da$, on est dans le cas du losange en vertu du lemme suivant :

2.6 Lemme. *Soient a, b, c, d quatre points du plan en position générale vérifiant $ab = bc = cd = da$. Alors le quadrilatère $abcd$ est un losange.*

Démonstration. La médiatrice de a, c (resp. b, d) est (bd) (resp. (ac)). On voit ainsi que les diagonales $[ac]$ et $[bd]$ du quadrilatère $abcd$ se coupent en leur milieu. C'est donc un parallélogramme, donc un losange.

Désormais on suppose qu'on a $ab = bc = cd$ et qu'on n'est ni dans le cas du triangle centré, ni dans celui du losange. En considérant les triangles abd et acd, on voit qu'on a l'égalité des autres arêtes $ca = ad = db$. En effet, si on avait $ab = bd$ dans le premier triangle, on aurait $ab = bd = bc$ donc un triangle centré en b. Si on avait $ab = ad$ on serait dans la configuration du losange en vertu de 2.6. On conclut par le lemme suivant :

2.7 Lemme. *Soient a, b, c, d quatre points du plan en position générale vérifiant $ab = bc = cd$ et $ca = ad = db$. Alors, si on a $ac \geq ab$ (resp. $ab \geq ac$), $abcd$ (resp. $bdac$) est un trapèze d'Euclide.*

Démonstration. Si on est dans le second cas on pose $A = b$, $B = d$, $C = a$ et $D = c$ et on est ramené au premier. On a quatre points du plan et leurs distances, on pose $x = ab^2$, $y = ac^2$, $k = y/x$. On sait que le déterminant de Cayley-Menger des carrés des distances est nul[3] :

$$\Gamma_3(a,b,c,d) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & ab^2 & ac^2 & ad^2 \\ 1 & ab^2 & 0 & bc^2 & bd^2 \\ 1 & ac^2 & bc^2 & 0 & cd^2 \\ 1 & ad^2 & bd^2 & cd^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & y & y \\ 1 & x & 0 & x & y \\ 1 & y & x & 0 & x \\ 1 & y & y & x & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

On en déduit $x^3 - 2x^2y - 2xy^2 + y^3 = 0$ d'où $k^3 - 2k^2 - 2k + 1 = 0$ avec $k \geq 1$. Les racines de cette équation sont -1, $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ et son inverse et on a donc $k = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ donc $\dfrac{ac}{ab} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, à savoir le nombre d'or. Il en résulte que les triangles isocèles dab et adc ont des angles de 36, 72 et 72 degrés tandis que les triangles bac et cbd ont des angles de 108, 36 et 36 (ce sont les triangles, longs ou larges, définis par trois sommets du pentagone régulier).

On en déduit l'assertion de position suivante : b et d sont de part et d'autre de (ac) (sinon, comme les angles $\widehat{cad}$ et $\widehat{cab}$ sont égaux, a, b, d seraient alignés). On a alors un trapèze à cause des angles alternes internes et les angles montrent que c'est un trapèze d'Euclide.

2.8 *Remarque.* On peut aussi conclure en notant que la donnée des rapports des six longueurs détermine $abcd$ à similitude près. Comme le trapèze d'Euclide vérifie les mêmes propriétés, il est semblable à $abcd$.

2.9 *Exercice.* Montrer la propriété précédente par un argument d'angles. On appelle α l'angle $\widehat{bac}$, angle à la base du triangle isocèle bac et β l'angle $\widehat{abd}$,

---

3. Voir le livre de géométrie de Berger ou la Partie V de mon livre de géométrie : `http://www.math.u-psud.fr/ perrin/Livre_de_geometrie_projective.html`

angle à la base du triangle isocèle abd et on suppose $\beta > \alpha$. On montrera les égalités d'angles $\beta = \pi - 3\alpha$, puis $\beta = \pi - 2\beta + \alpha$ et on en déduira $\alpha = \pi/5$ et $\beta = 2\pi/5$.

3 Rajouter un point

Dans ce paragraphe, on montre que, sauf dans deux cas particuliers, on ne peut pas ajouter un point à une configuration isocèle à quatre points en restant isocèle.

3.1 Les triangles d'Euclide

La proposition suivante est essentiellement dans Euclide :

3.1 Proposition. *Soit abc un triangle isocèle en a. Le rapport ab/bc est égal au nombre d'or $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (resp. à son inverse) si et seulement si les angles du triangle valent $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$ (resp. $108^\circ, 36^\circ, 36^\circ$). On parlera d'un triangle d'Euclide long (resp. large) dans ce cas.*

Démonstration. Les conditions (soit isocèle en a et le rapport ab/bc, soit les angles) déterminent le triangle à similitude près. Or, les triangles extraits d'un pentagone régulier vérifient toutes ces conditions, d'où le résultat. Le lecteur pourra aussi le prouver directement à titre d'exercice, ou aller lire Euclide.

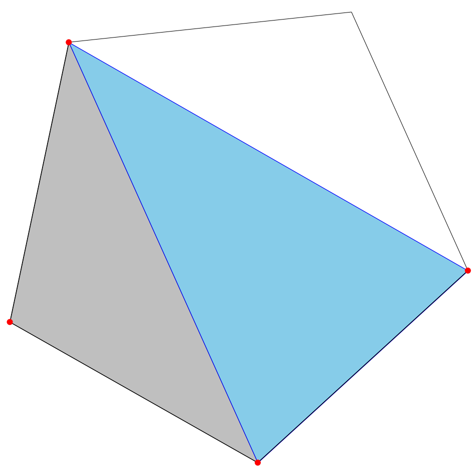

FIGURE 2 – Les deux types de triangles d'Euclide

3.2 Le cas du losange

3.2 Définition. *Soit $L = abcd$ un losange (avec les côtés $ab = bc = ca = ad$). On dit que L est* **générique** *s'il n'est pas formé de deux triangles équilatéraux, autrement dit ac et bd sont différents de ab.*

3.3 Lemme. *Soit $abcd$ un losange générique. Alors, il n'existe pas de configuration isocèle obtenue en lui ajoutant un point e.*

Démonstration. On raisonne par l'absurde. Si $abcde$ est isocèle, c'est que $Q = abce$ l'est. Montrons d'abord que Q ne peut être un trapèze d'Euclide. Sinon, c'est que le rapport ab/ac est égal à τ ou τ^{-1}. Si c'est τ, le triangle abc, isocèle en b, est un triangle d'Euclide long et abe est un triangle d'Euclide large, voir figure 3. Les angles $\widehat{bac}$ et $\widehat{cad}$ sont égaux à 72° tandis que $\widehat{eba}$ et $\widehat{eab}$ valent 36°. Mais alors, si e est du côté de c par rapport à (ab) il est aligné avec a et c tandis que s'il est de l'autre côté il est aligné avec a et d et c'est absurde. Le cas où le rapport ab/ac vaut τ^{-1} est analogue, voir figure 3.

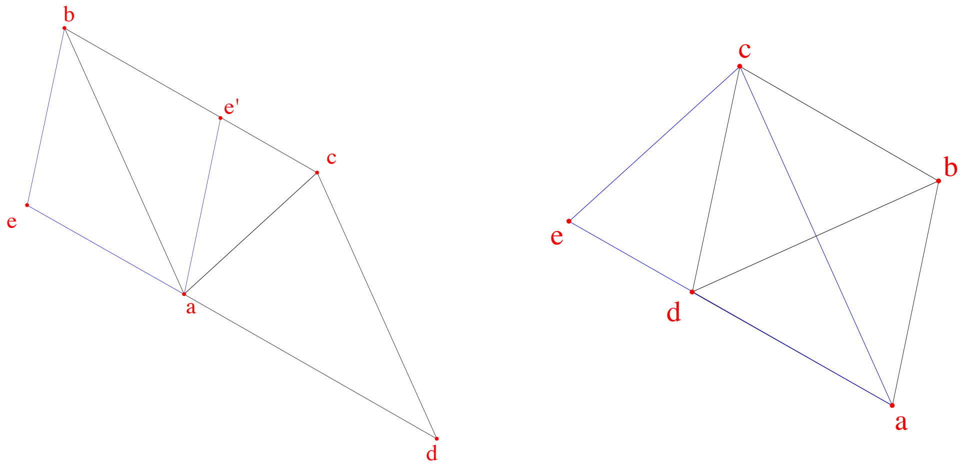

FIGURE 3 – Losanges dorés et quadrilatères d'Euclide

Si Q est un losange, les segments $[ab]$ et $[bc]$ ne sont pas ses deux diagonales (les diagonales n'ont pas de sommet commun). L'un au moins est donc un côté de Q, et comme ac n'est pas égal à ce côté, $[ac]$ est une diagonale de Q. Mais alors le dernier sommet est le symétrique de b par rapport à la diagonale et on a $d = e$ ce qui est absurde.

Finalement la seule possibilité c'est que Q soit un triangle centré. Comme on a $ac \neq ab$, le triangle ne peut pas être centré en a et de même pour c. S'il est centré en e, on a $ea = ec$ et b, e, d sont alignés sur la médiatrice de $[ac]$, ce qui est exclu. S'il est centré en b, le point e est sur le cercle de centre b et de rayon ba. Mais, les mêmes arguments valent aussi pour le quadrilatère $Q' = acde$: c'est nécessairement un triangle centré, et nécessairement centré en d, de sorte que e est sur le cercle de centre d et de rayon ad. Mais l'intersection des deux cercles est réduite aux points a et c et c'est absurde.

3.3 Le cas du triangle centré

3.3.1 Le cas générique

3.4 Définition. *Soit $T = abcd$ un triangle centré, de centre d et de sommet a. On dit que T est* **générique** *s'il vérifie les conditions suivantes :*

1) on a $bc \neq ab$,

2) on a $ad \neq ab$,

3) le rapport ab/bc n'est pas égal au nombre d'or ou à son inverse.

3.5 Lemme. *Soit $abcd$ un triangle centré générique. Alors, il n'existe pas de configuration isocèle obtenue en lui ajoutant un point e.*

Démonstration. On raisonne par l'absurde. Soit $abcd$ un triangle générique de sommet a et de centre d. Si $abcde$ est isocèle, c'est que $Q = abce$ l'est. Déjà, Q n'est pas un trapèze d'Euclide car les longueurs inégales ab et bc ne sont pas dans un rapport doré (condition 3). Si Q était un losange, le même raisonnement qu'au lemme précédent montre que e serait sur la médiatrice de $[bc]$ et a, d, e seraient alignés, ce qui est exclu.

La seule possibilité est que Q soit un triangle centré. Il ne peut être centré en e (car e serait alors égal à d), ni en b, c (car bc est distinct de $ba = ca$, condition 1). Il est donc centré en a et on a $ab = ac = ae$. Le triangle bce est isocèle. Si c'était en e, ce point serait sur la médiatrice de $[bc]$, comme a et d, et c'est exclu. Il est donc isocèle en b ou c, et on peut supposer que c'est en c car la situation est symétrique. On alors $cb = ce$.

Comme la configuration $abcde$ est isocèle, il en est de même de $Q' = acde$. Les arguments précédents montrent qu'il ne s'agit ni d'un trapèze d'Euclide, ni d'un losange. C'est donc un triangle centré, pas en c ni en e (car $ce = cb$ est différent de $ca = ea$). Il n'est pas non plus centré en a car on a $ad \neq ac$ par la condition 2. S'il est centré en d, on a $de = dc$, de sorte que e est sur le cercle de centre d et de rayon dc, c'est-à-dire le cercle circonscrit à abc. Mais e est aussi sur le cercle de centre a et de rayon ab. Or ces deux cercles se coupent seulement en b et c et c'est absurde.

3.3.2 Les cas particuliers

On montre maintenant qu'on peut supprimer les conditions de généricité 1 et 2.

3.6 Lemme. *Soit $T = abcd$ un triangle centré, de sommet a et de centre d avec abc équilatéral (donc ne vérifiant pas la condition 1). Alors, il n'existe pas de configuration isocèle obtenue en lui ajoutant un point e.*

Démonstration. On reprend le raisonnement du lemme précédent. Le rapport ad/ab vaut $\sqrt{3}/3$ et n'est toujours pas un rapport doré, de sorte que $Q = abce$ n'est pas un trapèze d'Euclide. Ce n'est pas non plus un losange car l'un des côtés de abc en serait une diagonale, disons $[bc]$. Le point e serait alors symétrique de a par rapport à (bc) et a, d, e seraient alignés sur la médiatrice de $[bc]$.

C'est donc un triangle centré, et pas en e car $e \neq d$. Comme abc est équilatéral, on peut supposer par exemple que a est le centre de Q et on a $ae = ab = ac$. Le triangle bce est isocèle et pas en e (sinon a, e, d sont alignés). On peut supposer que c'est en c et on a alors $ce = cb$. Mais, en définitive, on a $ae = ab = bc = ce$, de sorte que e est sur la médiatrice de $[ac]$, comme b et d, et c'est absurde.

3.7 Lemme. *Soit $T = abcd$ un triangle centré, de sommet a et de centre d avec $ab = ad$ (donc ne vérifiant pas la condition 2). Alors, il n'existe pas de configuration isocèle obtenue en lui ajoutant un point e.*

Démonstration. On a $ab = ac = ad = db = dc$, mais bc est différent (il vaut $ab\sqrt{3}$). On raisonne encore par l'absurde. Si $abcde$ est isocèle, il en est de même de $abce$, qui n'est pas un trapèze d'Euclide à cause du rapport $\sqrt{3}$, ni un losange (l'argument est identique à celui utilisé en 3.3). C'est donc un triangle centré, nécessairement de centre a. Le triangle bce est isocèle, et pas en e (sinon a, e, d sont alignés). On peut supposer que c'est en c et on a donc $ce = bc$. Mais alors, comme le rapport bc/ca vaut $\sqrt{3}$, le triangle bce, dont le centre est en a, est équilatéral[4], on a $eb = ec$ et a, d, e sont alignés sur la médiatrice de $[bc]$, ce qui est exclu.

3.8 *Remarque.* Ce cas est aussi celui d'un losange $abdc$ formé de deux triangles équilatéraux accolés qui avait été écarté au lemme 3.3.

4. Petit lemme : un triangle isocèle dont le rapport des côtés égaux au rayon du cercle circonscrit vaut $\sqrt{3}$ est équilatéral.

4 Les configurations isocèles à cinq points

On peut maintenant franchir le cap des cinq points :

4.1 Théorème. *Soit abcde une configuration isocèle. Il y a deux cas :*

1) ou bien abcde sont les cinq sommets d'un pentagone régulier,

2) ou bien quatre d'entre eux sont des sommets d'un pentagone régulier et le cinquième est le centre du pentagone.

Démonstration. On note déjà que les deux configurations en question sont bien isocèles. Montrons qu'il n'y en a pas d'autres. Vu les résultats précédents, le quadrilatère isocèle $abcd$ est soit un trapèze d'Euclide, soit un triangle centré avec un rapport doré (dans tous les autres cas, on ne peut pas ajouter un point en restant isocèle). Rappelons que les triangles isocèles avec un rapport doré ont été étudiés en 3.1 et qu'il y en deux types appelés longs et larges. Nous aurons besoin du lemme suivant (au lecteur) :

4.2 Lemme. *Soit P un pentagone régulier, c son côté, R le rayon de son cercle circonscrit, d sa diagonale, τ le nombre d'or, $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\cdot$ On a $d/c = \tau \simeq 1,618$ et $c/R = \sqrt{\dfrac{\tau+2}{5}} \simeq 1,175$.*

4.0.3 Premier cas : *abcd* est un trapèze d'Euclide

Rappelons que cela signifie que $abcd$ sont quatre sommets consécutifs d'un pentagone régulier dont on note o le centre et u le cinquième sommet. Il s'agit de montrer qu'on a $e = o$ ou $e = u$. Comme $abcde$ est isocèle il en est de même de $abce$. On a vu que $abce$ ne peut être un losange (on ne peut pas ajouter de point à un losange). Si $abce$ est un trapèze d'Euclide, le centre du pentagone est o et, comme on a $ac/ab = \tau$, c'est que ab, bc en sont des côtés et ac une diagonale. Mais alors, e est un autre sommet, donc d, ce qui est absurde, ou u. Si $abce$ est un triangle centré, comme ab et ac sont différents, le centre est en e ou en b. S'il est en e on a $e = o$. On voit que $abce$ est un triangle centré en b. Mais, les mêmes arguments appliqués à $bcde$ montrent que c'est un triangle centré en c, de sorte que e est donc l'un des points d'intersection des cercles de centres b, c et de rayon $ab = bc = cd$. Il y a *a priori* deux solutions e et e', voir figure 4, mais nous allons montrer qu'aucune ne convient car le triangle ace ne peut être isocèle.

En effet, il n'est pas isocèle en c car on a $ce = ab \neq ac$. S'il était isocèle en e on aurait $ea = ec$ donc e serait sur la médiatrice de $[ac]$. Comme il est aussi sur celle de $[bc]$ il serait en o (en fait, ce cas est impossible car le rayon et le côté du pentagone seraient égaux, ce qui n'est pas le cas). S'il était isocèle en a on aurait $ae = ac$. Le point e serait donc à l'intersection du cercle $\mathcal{C}_1$ de centre a et de rayon ac et du cercle $\mathcal{C}_2$ de centre c et de rayon cd. Comme cette intersection contient d, qui est exclu, e est le symétrique de d par rapport à (ac). Comme d est sur (ad), e est sur la droite symétrique par rapport à (ac) qui n'est autre que (ab). Mais alors les points e, a, b sont alignés et c'est absurde.

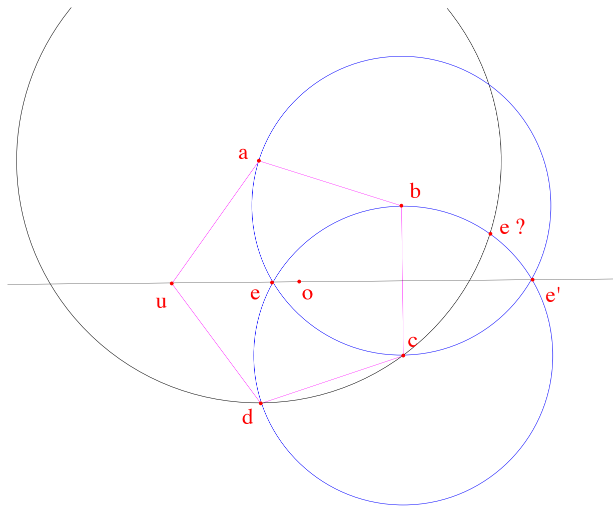

Figure 4 – Le cas du quadrilatère d'Euclide

4.0.4 Deuxième cas : $abcd$ est un triangle d'Euclide centré long

On suppose que a est le sommet et d le centre. Il s'agit du triangle formé d'un sommet d'un pentagone régulier et du côté opposé, avec le centre du pentagone, voir figure 5. Appelons u, v les deux autres sommets du pentagone. Si $abcde$ est isocèle, il en est de même de $Q = bcde$. Le quadrilatère Q ne peut pas être un losange. Ce n'est pas un trapèze d'Euclide car le rapport bc/bd n'est pas le nombre d'or ni son inverse (c'est le rapport entre le côté et le rayon du pentagone). C'est donc un triangle centré. Il n'est pas centré en b ni en c car $bc \neq bd$. Il n'est pas centré en e, sinon a, d, e seraient alignés. Il est donc centré en d. Le point e est donc sur le cercle circonscrit au pentagone. Le triangle ebc est isocèle, pas en e (sinon a, d, e sont alignés), donc en b ou c. Mais alors e est égal à u ou v et on a gagné.

4.0.5 Troisième cas : *abcd* est un triangle d'Euclide centré large

Cette fois il s'agit du triangle constitué de trois sommets consécutifs abc d'un pentagone régulier et de son centre d, voir figure 5. Appelons u, v les autres sommets. Si $abcde$ est isocèle, $Q = acde$ l'est aussi. On voit, par les arguments usuels, que ce n'est ni un losange, ni un trapèze d'Euclide. C'est donc un triangle centré, nécessairement en d. Le point e est donc sur le cercle circonscrit au pentagone et le triangle abe est isocèle. Si c'est en e, on a $e = v$, si c'est en a, $e = u$ et si c'est en b, $e = c$ (ce cas est exclu).

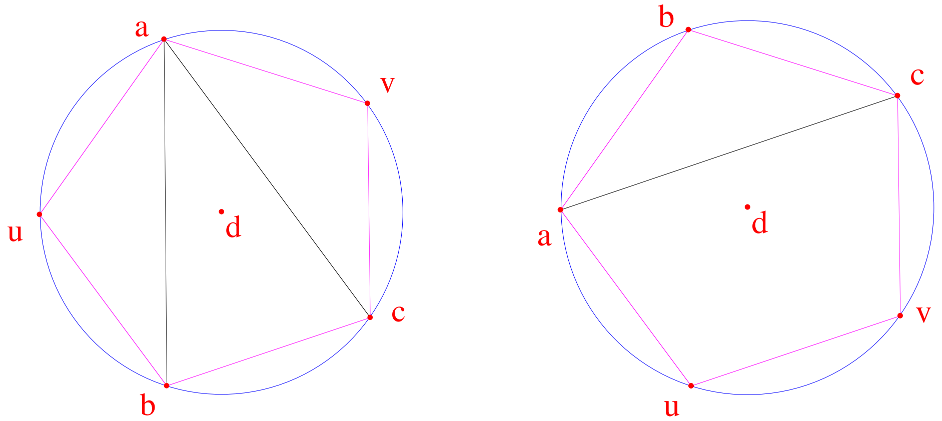

FIGURE 5 – Les deux derniers cas

4.1 Les configurations isocèles à 6 points

4.3 Proposition. *Une configuration isocèle à* 6 *points est formée des* 5 *sommets d'un pentagone régulier et de son centre.*

Démonstration. Soit $abcdef$ une configuration isocèle. Pour $abcde$, il y a deux cas :

1) Les points $abcde$ sont les 5 sommets d'un pentagone régulier. Dans ce cas, $abcdf$ qui est aussi isocèle ne peut être du type pentagone (trois sommets d'un pentagone régulier le déterminent). Elle est donc formée de 4 points d'un pentagone, qui est nécessairement celui de départ, et de son centre, ce qui donne le résultat.

2) Les points $abcd$ sont 4 sommets d'un pentagone et e en est le centre. Alors $abcdf$ est une configuration isocèle, avec $abcd$ cocycliques et f ne peut être le centre de ce cercle (car c'est e), de sorte qu'il est le cinquième point du pentagone.

4.2 Les configurations isocèles à 7 points ou plus

Le résultat précédent montre qu'il n'y en a pas : si $abcdefg$ en était une, $abcdef$ serait un pentagone centré, et de même pour $abcdeg$, mais c'est absurde car quatre au moins des points a, b, c, d, e sont alors des sommets d'un pentagone régulier, uniquement déterminé par ces points, et les deux points restants sont le dernier sommet et le centre dans les deux cas.

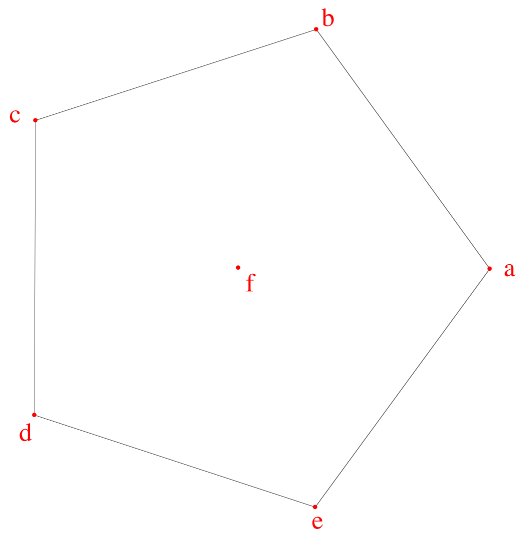

FIGURE 6 – La configuration isocèle maximale : six points formant vingt triangles isocèles