Une rosace trilobée

Daniel PERRIN

1 La question

Un cercle $\mathscr{C}$ étant donné il s'agit de construire, à l'intérieur de ce cercle, trois cercles $\mathscr{C}_i$, $i = 1, 2, 3$, de même rayon, tangents à $\mathscr{C}$ et tangents entre eux deux à deux.

2 Solution

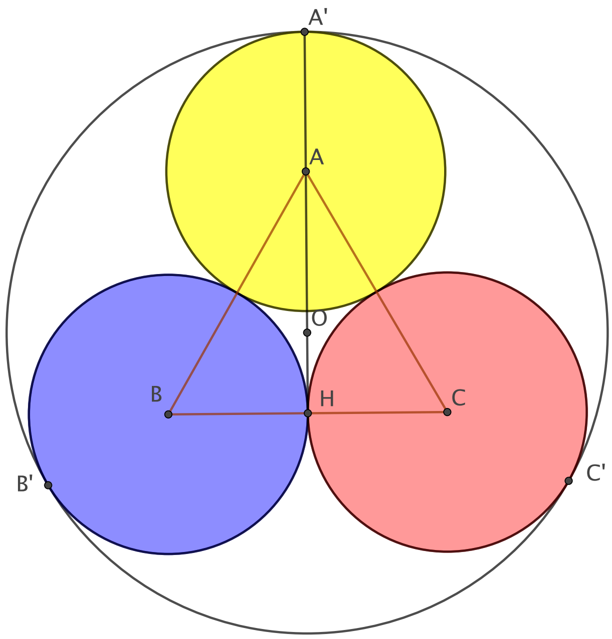

FIGURE 1 – Analyse

On note O le centre de $\mathscr{C}$ et A, B, C ceux des cercles $\mathscr{C}_i$, R le rayon de $\mathscr{C}$ et r celui des $\mathscr{C}_i$, A', B', C' les contacts de $\mathscr{C}$ et des $\mathscr{C}_i$, voir figure 1. Le triangle ABC est équilatéral de côté $2r$. Le rayon $OA' = R$ est égal à $OA + AA' = OA + r$ et on a $OA = \frac{2}{3}r\sqrt{3}$. On a donc $R = r\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ou $r = R(2\sqrt{3} - 3)$.

Pour effectuer la construction dans le cercle $\mathscr{C}$, on peut, par exemple tracer le triangle équilatéral des contacts $A'B'C'$ (un sommet sur deux de l'hexagone régulier), dont le côté vaut $R\sqrt{3}$. On construit sa hauteur $A'H'$ qui vaut $3R/2$. Le cercle de centre A' passant par H' coupe $[A'B']$ en M et on a $r = 2B'M$. Le reste est facile.