L3MATH — Université Paris Saclay, Orsay
M302-Algèbre — 2024-2025

Interrogation 3 : Isométries, espaces affines

Durée : 30 minutes - 4 questions.

Le 26 novembre 2024

Question 1. (2 points) On fixe un espace affine E. Reformulez la phrase suivante en utilisant un formalisme mathématique : "Deux sous-espaces affines de E fortement parallèles sont disjoints ou confondus".

Il n'est pas attendu que vous écriviez la définition avec des symboles mathématiques comme $\forall$, $\exists$... ; *un énoncé en français, mais rigoureux, suffit. En particulier, la notion de "sous-espace affine" n'a pas à être développée.*

....
....
....
....

Question 2. (3 points) Répondez par vrai ou faux et argumentez par une démonstration ou un contre-exemple.

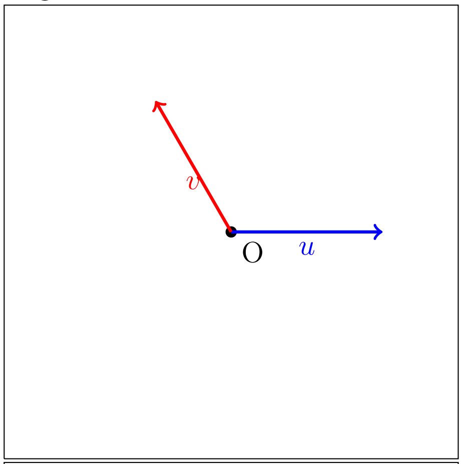
1. Il existe deux réflexions dont la composée est une réflexion.

....
....
....
....
....
....
....

2. Dans $\mathbb{R}^3$, la droite affine $D = \{(2-t, -t, 4t+1),\ t \in \mathbb{R}\}$ est faiblement parallèle au plan affine P d'équation $2x + 2y + z = 1$.

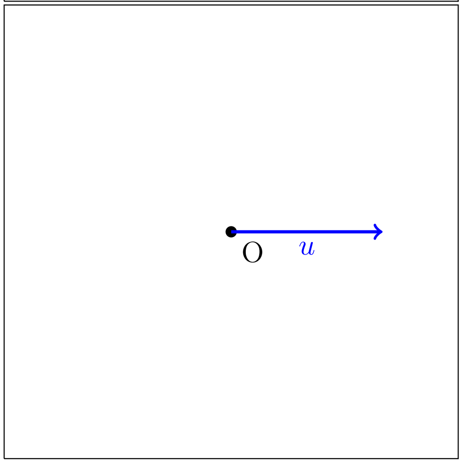
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Question 3. (3 points) Pour tout t, on note r_t la rotation de $\mathbb{R}^2$ d'angle t.



1. Le vecteurs $\vec{v}$ est l'image de $\vec{u}$ par une rotation r_θ d'angle θ. Construisez deux symétries orthogonales s_1, s_2 telles que $r_\theta = s_2 \circ s_1$. Représentez les vecteurs $s_1(\vec{u})$ et $s_2 \circ s_1(\vec{u})$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....



2. Soit s_3 la symétrie orthogonale d'axe $\mathbb{R}\vec{u}$. Représentez les vecteurs $s_3^{-1}(\vec{u})$, $r_\theta \circ s_3^{-1}(\vec{u})$ et $s_3 \circ r_\theta \circ s_3^{-1}(\vec{u})$. Quel type de transformation est $s_3 \circ r_\theta \circ s_3^{-1}$? Justifiez.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

Question 4. (2 points) Soient $A = (1, -1, 0, 0)$, $B = (2, 0, -2, 0)$ et $C = (2, 0, 0, 1)$ trois points de $\mathbb{R}^4$. Soit P le plan affine (de dimension 2) passant par ces trois points. Déterminez une base de $\vec{P}$, une base de $\vec{P}^\perp$, puis une représentation cartésienne de P.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....