
Sujet 4 : Point de Fermat

Objectif

Soit ABC un triangle (non aplati), dont les trois angles sont inférieurs à 120 degrés. Soient A' , B' , C' les points tels que les triangles $A'BC$, $AB'C$, ABC' soient équilatéraux et extérieurs à ABC . L'objectif est de démontrer :

Proposition 0.1.

$AA' = BB' = CC'$, et les droites (AA') , (BB') , (CC') sont concourantes.

Questions

Question 1 : Démontrez cette proposition. Vous prendrez soin à utiliser explicitement des cas d'isométries *ou de similitude* des triangles pour démontrer des relations de congruence entre segments ou angles. Il pourra être utile d'introduire le point d'intersection D des droites (AB) et (CC') .

Question 2 : Démontrez cette proposition. Vous prendrez soin à utiliser explicitement des propriétés des isométries *ou des homothéties* du plan pour démontrer des relations de congruence entre segments ou angles.

Question 3 : Quelles sont, dans ces démonstrations, les avantages et les inconvénients de chaque approche ? Accompagnez vos arguments d'exemples.

Question 4 : Trouvez au moins un argument, dans l'une de ces démonstrations, qui utilise implicitement les positions relatives de plusieurs objets.