

**Interrogation 3 : Isométries, espaces affines**

Durée : 30 minutes - 4 questions.

Le 21 novembre 2023

**Question 1. (2 points)** On fixe deux espaces affines  $E, F$  et une application affine  $f : E \rightarrow F$ . Reformulez la phrase suivante en utilisant un formalisme mathématique : “ $f$  préserve les milieux.”

.....  
.....  
.....  
.....

**Question 2. (3 points)** On se place dans un espace vectoriel  $E$  de dimension finie. Répondez par vrai ou faux et argumentez par une démonstration ou un contre-exemple.

1. Dans  $\mathbb{R}^3$ , la droite affine  $D = \{(2 + t, -t, 3t + 1), t \in \mathbb{R}\}$  est faiblement parallèle au plan affine  $P$  d'équation  $2x + 2y + z = 1$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. Il existe des sous-espaces affines dont l'intersection n'est pas un sous-espace affine.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

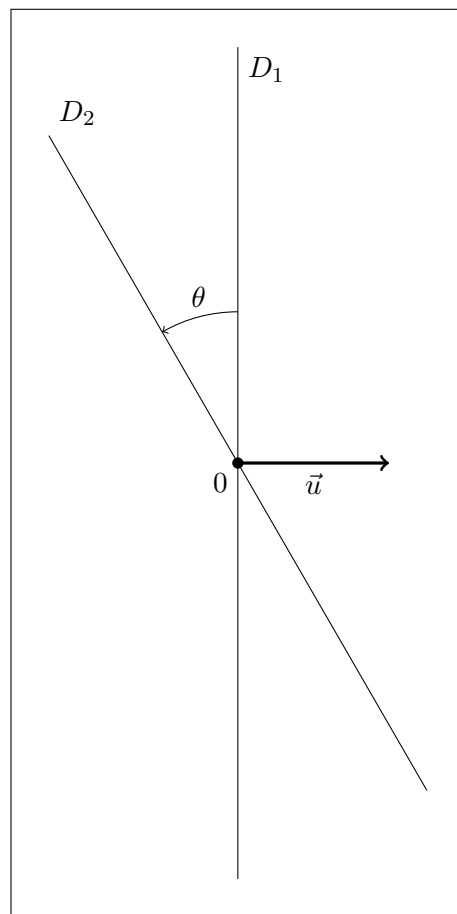
**Question 3. (3 points)** Soient  $D_1, D_2 \subset \mathbb{R}^2$  deux droites vectorielles formant un angle  $\theta = 30^\circ$  (cf. dessin). On note  $s_{D_1}$  la symétrie orthogonale d'axe  $D_1$ ,  $s_{D_2}$  la symétrie orthogonale d'axe  $D_2$ , et  $r_\theta$  la rotation d'angle  $\theta = 30^\circ$ .

1. Soit  $h = s_{D_2} \circ r_\theta \circ s_{D_1}$ . La transformation  $h$  est-elle une symétrie axiale, une rotation, ou une homothétie de rapport  $\lambda > 1$ ? Justifiez.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

2. Construisez ci-contre l'image par  $h = s_{D_2} \circ r_\theta \circ s_{D_1}$  du vecteur  $\vec{u}$ . Déduisez-en une description complète de  $h$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



**Question 4. (2 points)** Soit  $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \text{ et } x_1 + x_2 + x_4 = -2\}$  un sous-espace affine de  $\mathbb{R}^4$ . Déterminez une base de  $\vec{A}$ , puis une représentation paramétrique de  $A$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....