

Interrogation 1 : Changements de bases et matrices équivalentes

Durée : 30 minutes - 4 questions.

Le 12 septembre 2022

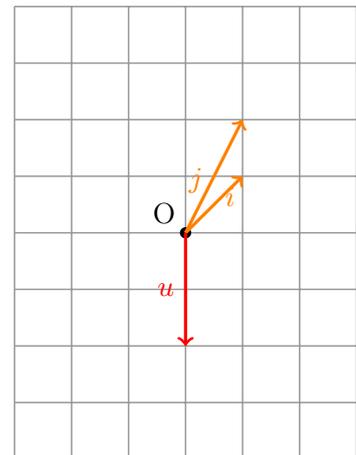
Question 1. Soient $i, j, u \in \mathbb{R}^2$ comme représentés sur le schéma ci-contre.

1. Soit v le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{B} = (i, j)$. Rappelez la définition de ces coordonnées, et construisez géométriquement v .

.....
.....

2. Déterminez géométriquement les coordonnées du vecteur u en expliquant votre construction.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

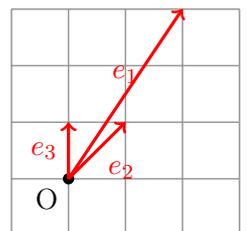
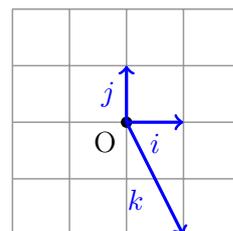


3. Ecrivez la relation matricielle entre les coordonnées X dans la base \mathcal{B} et les coordonnées Y dans la base (u, v) .

.....
.....
.....

Question 2. Répondez par Vrai ou Faux en justifiant : il existe au moins une application linéaire telle que les images de i, j, k soient respectivement e_1, e_2, e_3 .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Question 3. Soient B, U dans $\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{R})$ (p lignes, n colonnes) telles que $B = L^{-1}UE$ avec E inversible.

1. Précisez les ensembles auxquels appartiennent L et E .

.....
.....
.....

2. Interprétez cette relation à l'aide d'applications linéaires, en particulier le rôle de L et E .

.....
.....
.....
.....
.....

Question 4. Soit $E = \mathbb{R}^4$ muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et $F = \mathbb{R}^3$. On note \mathcal{F} la famille constituée des vecteurs $f_1 = (0, 1, 2)$, $f_2 = (0, 0, 0)$, $f_3 = (1, 3, 1)$ et $f_4 = (-1, 0, 5)$.

1. Justifiez pourquoi il existe une unique application linéaire f de E dans F telle que $f(e_i) = f_i$ pour tout $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Déterminez sa matrice associée dans des bases que l'on précisera.

.....
.....
.....
.....
.....

2. Déterminez le rang de f . Déduisez-en sa matrice réduite.

.....
.....
.....
.....

3. Expliquez à partir de l'exemple les grandes étapes du raisonnement permettant de déterminer les bases dans lesquelles f admet comme matrice la matrice réduite. Explicitez ces bases.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....