

## Devoir surveillé n° 1 de géométrie

29 octobre 2021 – Durée : 2 heures

Les calculatrices, documents et téléphones portables sont interdits.

Ce sujet est composé d'une page et d'une annexe. Inscrivez vos nom et prénom sur l'annexe.

Toute réponse doit être justifiée. Pour les figures, des dessins à main levée propres suffisent.

Rappels :  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
 $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ ,  $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ .

**Exercice 1.** On considère un triangle  $KLM$  rectangle en  $K$  tel que  $KL = 5$  cm et  $\widehat{L} = \frac{\pi}{3}$  (angle en radians). Calculez les longueurs  $LM$  et  $KM$  (donner les valeurs exactes ; on ne demande pas de valeur approchée).

**Exercice 2.** 1. Représentez sur le cercle trigonométrique le point correspondant à chacun des réels suivants :

$$-\frac{3\pi}{2}, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad -\frac{\pi}{6}, \quad -\frac{5\pi}{4}$$

*Vous pouvez utiliser si vous le souhaitez les cercles fournis en annexe. Si vous représentez les 4 points sur le même cercle, indiquez quel point correspond à quel réel.*

2. Donnez le cosinus et le sinus de  $-\frac{3\pi}{2}$ ,  $\frac{2\pi}{3}$ ,  $-\frac{\pi}{6}$ ,  $-\frac{5\pi}{4}$ . Vous expliquerez la démarche utilisée pour se ramener à des cosinus et à des sinus d'angles classiques (on rappelle que les angles classiques sont  $0$ ,  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ).

**Exercice 3.** 1. Déterminez tous les réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que  $\sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
 2. Déterminez tous les réels  $y \in ]0, 2\pi]$  tels que  $\cos(y) = \frac{1}{2}$  et  $\sin(y) < 0$ .

**Exercice 4.** Soit  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  un réel tel que  $\cos(\alpha) = -\frac{3}{5}$ .

1. Quel est le signe de  $\sin(\alpha)$  ?
2. Calculez  $\sin^2(\alpha)$  puis  $\sin(\alpha)$ . *On ne demande pas la valeur de  $\alpha$ .*
3. Placez précisément l'angle  $\alpha$  sur le cercle trigonométrique, en justifiant votre méthode.

**Exercice 5.**

1. Vérifiez que  $\frac{11\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ . Déduisez-en la valeur de  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ .
2. Calculez  $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ .

**Exercice 6.** Soit  $\beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  un réel tel que  $\cos(\beta) = \frac{3}{4}$  et  $\sin(\beta) = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

1. Montrez que  $\cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1$  pour tout réel  $\alpha$ . Déduisez-en que

$$\cos(\beta) = 2\cos^2(\beta/2) - 1.$$

2. Montrez que  $\frac{\beta}{2} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . Quel est le signe de  $\cos(\beta/2)$  ? De  $\sin(\beta/2)$  ?
3. Déduisez-en la valeur de  $\cos(\beta/2)$ , puis celle de  $\sin(\beta/2)$ .

---

*Barème indicatif : 2,5 - 4 - 4 - 3,5 - 2,5 - 3,5*