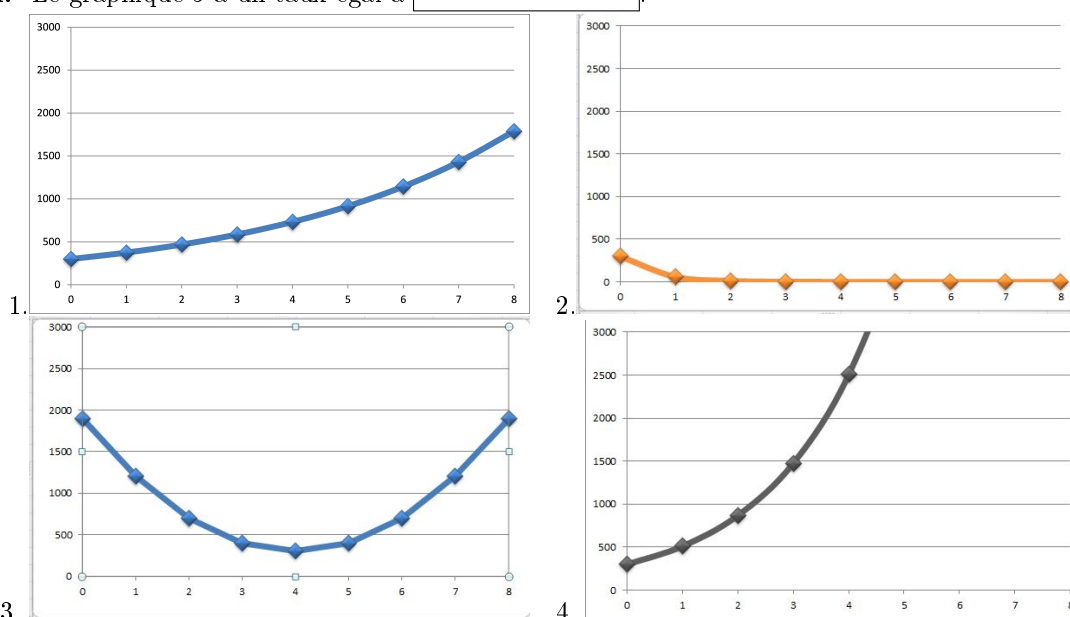


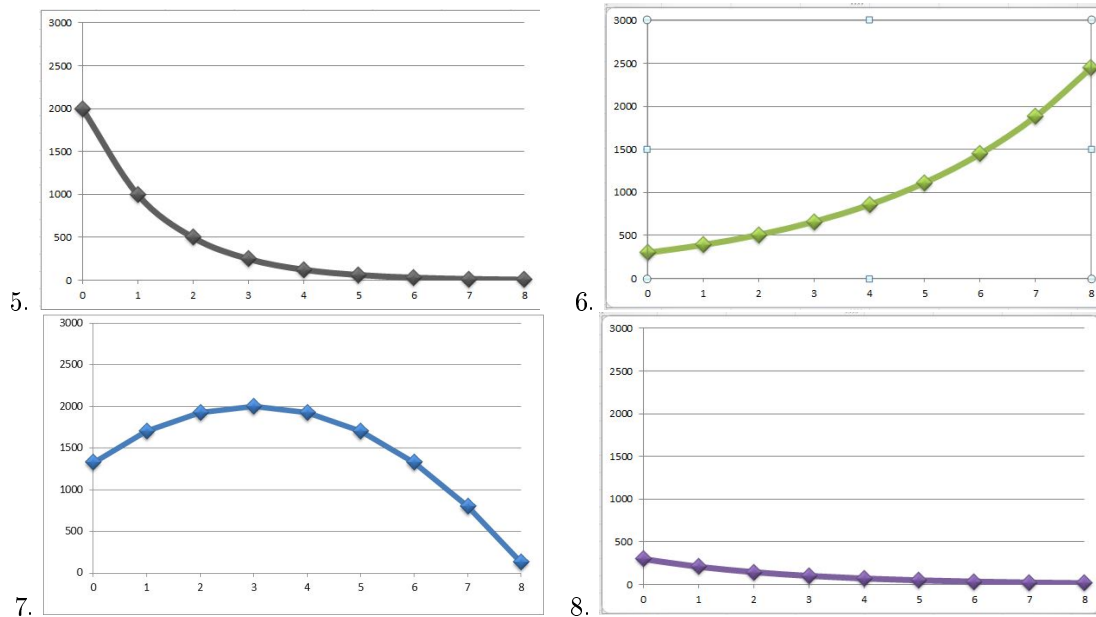
TD 2 : PUISSANCES, LOGARITHMES ET ÉVOLUTION À TAUX CONSTANT

ÉVOLUTIONS À TAUX CONSTANT

- Ex 1.** Une entreprise achète une machine au prix de 9000 euros. Elle estime que la machine se déprécie de 20% par an. On note V_0 la valeur initiale de la machine, tandis que V_1, V_2, \dots, V_n représentent les valeurs respectives de la machine au bout de un an, deux ans, ..., n années.
- Écrire l'expression de V_n en fonction de n .
 - Calculer la valeur de la machine au bout de huit années de fonctionnement
 - Calculer la valeur de la machine au bout de 9 mois
 - Une machine d'un autre type a été revendue au bout de 5 ans à 3277 euros. Quelle était la valeur de la machine au moment de l'achat, sachant qu'elle se déprécie aussi de 20% par an ?

- Ex 2.** Regarder les graphiques ci-dessous et compléter en justifiant.
- Le(s) graphique(s) ne peut (peuvent) pas représenter une évolution à taux constant, puisque .
 - Le taux est négatif pour , puisque .
 - Le graphique a le taux de croissance le plus grand, puisque .
 - Le graphique 5 a un taux égal à .





CALCUL ET CONVERSION DE TAUX

Ex 3. Résoudre les équations suivantes (en recherchant les solutions strictement positives) :
 a. $x^2 = 25$ b. $y^{-0,5} = 10$ c. $(1 + s)^5 = 10$ d. $3(1 + t)^4 = 12$ e. $10 + 2y^{-0,5} = 28$ f. $z^3 = 4z^5$

Ex 4. La ville d'Aquilée perd sa population : le premier janvier 2012 elle comptait 500 000 habitants, tandis que le premier janvier 2017 elle n'avait plus que 400 000 habitants.
 a. Quel est le taux moyen annuel de décroissance ?
 b. La ville d'Onessa est en forte expansion : au cours des 10 dernières années elle a triplé sa population. Quel est le taux moyen annuel de croissance ?

Ex 5. On dit que deux taux sont *équivalents* s'ils donnent lieu à la même croissance. Par exemple un taux mensuel t_m est *équivalent* à un taux annuel t_a si la valeur acquise en 12 mois par un euro placé au taux mensuel de t_m est égal à la valeur acquise en 1 an par un euro placé au taux annuel de t_a .
 a. Quel est le taux annuel équivalent à un taux mensuel de 5% ?
 b. Quel est le taux mensuel équivalent à un taux annuel de 48% ?
 c. Quel est le taux trimestriel équivalent à un taux annuel de 55% ?

Ex 6. Les chiffres d'affaire de trois entreprises ont augmenté à taux constant dans les dernières années.
 — Le chiffre d'affaire de l'entreprise A augmente avec un taux **annuel** de 36%
 — Le chiffre d'affaire de l'entreprise B augmente avec un taux **mensuel** de 3%
 — Le chiffre d'affaire de l'entreprise C augmente avec un taux **semestriel** de 18%
 — Le chiffre d'affaire de l'entreprise D augmente avec un taux **bi-annuel** de 72%
 Laquelle des quatre entreprises a le plus fort taux de croissance ?

TROUVER LA DURÉE : ÉQUATION $b^x = a$

Ex 7. Résoudre les équations suivantes :
 a. $0,8^t = 4$ b. $2 \times 4^y = 5$ c. $2 \times 4^y + 1 = 5$ d. $4^v = 3 \times 2^v$ e. $2 \times 0,9^n = 21 \times 0,2^n$

Ex 8. La demande d'un certain bien augmente de 35% par an. Dans combien d'années la demande aura-t-elle doublée ?

Ex 9. Un site internet A a 30 000 inscrits et un taux de croissance mensuel de 10%. Le site concurrent B a 10 000 et un taux de croissance mensuel de 20%. Si les taux de croissance reste constant, dans combien de mois le site B aura-t-il le même nombre d'inscrits que le site A ?

EXERCICES FACULTATIFS

Ex 10. Jusqu'en 2007, le salaire net du Président de la République s'élevait à 7084 Euros par mois. Il a augmentée de 172% en 2008, puis a été gelé depuis. En mai 2012 le nouveau Président annonce une baisse de salaire de 30%. Un invité d'une radio publique commentait ainsi cette annonce : "ça fera encore 142% d'augmentation". 1. Calculer le nouveau salaire de 2008.
2. Calculer le salaire du nouveau Président après mai 2012.
3. Donner le taux d'augmentation global entre avant hausse de 2007 et après la baisse de 2012. Commenter les propos entendus à la radio.

Ex 11. En 2017, Anne achète des actions de 3 sociétés : Alax (1€ l'action), Bavar (2€ l'action), Circa (4€ l'action).

Au total, elle achète 1200 actions pour un montant de 2 900 €.

Aujourd'hui, par rapport à 2017, le prix de l'action Alax n'a pas évolué, l'action Bavar a baissé de 50 %, et l'action Circa a augmenté de 50 %. Actuellement, le portefeuille d'Anne vaut 3 200€. On souhaite déterminer le nombre d'actions de chaque société achetées par Anne.

a. Mettre en équation le problème.

b. Résoudre

Ex 12. (plus difficile) Une vidéo vient d'apparaître sur les réseaux sociaux. Le jour de sa publication, elle avait déjà enregistré 400 "vues" et le nombre journalier de nouvelles "vues" a augmenté de 10% par jour pendant plusieurs semaines.

a. Écrire le nombre y_n de nouvelle vues enregistré le jour n .

b. Calculer le nombre **total** de vues enregistrées

— à la fin du premier jour t_1

— à la fin du deuxième jour t_2

— à la fin du cinquième jour t_5

c. Calculer le nombre **total** de vues t_n enregistrés à la fin du n -ème jour. Exprimer t_n en fonction de n utilisant la formule $1 + a + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$.

d. Calculer le nombre **total** de vues enregistrés à la fin du 15ème jour

e. Pendant quelle journée le nombre total de vues aura dépassé le 30 000 ?