

## TD SEMAINE 9 : HISTOGRAMME ET FRÉQUENCES CUMULÉES

L'objectif de la semaine est d'apprendre à représenter les variables continues à l'aide d'un histogramme, et de construire la courbe des fréquences cumulées. Considérons l'énoncé suivant :

On a mesuré la taille des étudiants dans une classe. Après un tri par classe, on a obtenu les données suivantes :

Taille (en cm)	[120,150[	[150,160[	[160,170[	[170,180[	[180,190[	[190, 210[
Effectif	3	22	65	62	16	4

Quelle proportion d'étudiants mesure entre 165 et 175 centimètres, approximativement ?

### À L'AIDE D'UN HISTOGRAMME

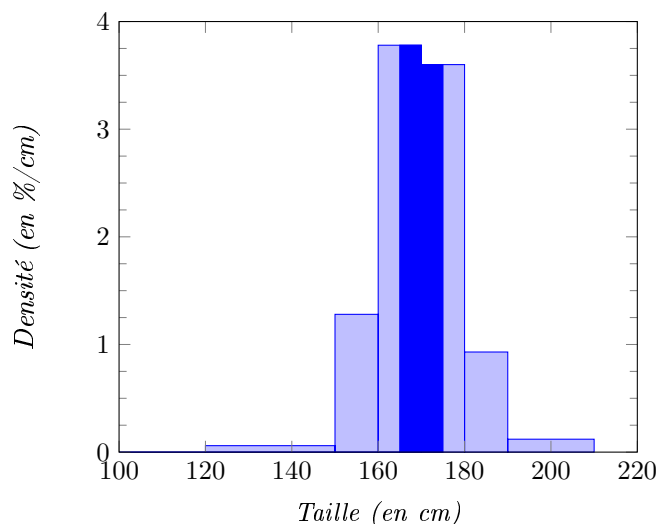
Tout d'abord, on suit la méthode du cours pour construire l'histogramme correspondant à ces données. Pour cela, il faut calculer les fréquences, les amplitudes et les densités associées à chaque classe. L'effectif total est de  $3 + 22 + 65 + 62 + 16 + 4$  étudiants. On obtient le tableau suivant :

Taille (en cm)	[120,150[	[150,160[	[160,170[	[170,180[	[180,190[	[190, 210[
Fréquence (en %)	1,7	12,8	37,8	36,0	9,3	2,3
Amplitude (en cm)	30	10	10	10	10	20
Densité (en %/cm)	0,06	1,28	3,78	3,60	0,93	0,12

Rappelons que la fréquence est l'effectif de la classe divisé par l'effectif total, que l'amplitude est la largeur de la classe de tailles, et que

$$\text{densité} = \frac{\text{fréquence}}{\text{amplitude}}.$$

À partir de là, on peut construire l'histogramme.



Dans un histogramme, la fréquence d'une modalité est égale à l'aire au-dessus de cette modalité. On recherche la proportion étudiants mesurant entre 165 et 175 centimètres. Cette fréquence est égale à l'aire en bleu foncé dans l'histogramme ci-dessus.

Cette aire est la somme des aires de deux rectangles. Celui de gauche a une largeur de  $(170 - 165) = 5$  centimètres et une hauteur de 3,78% par centimètre, et donc une aire de  $5 \times 3,78 = 18,9\%$ . Celui de droite a une largeur de  $(175 - 170) = 5$  centimètres et une hauteur de 3,60% par centimètre, et donc une aire de  $5 \times 3,60 = 18,0\%$ . La fréquence totale est donc de  $18,9 + 18,0 = 36,9\%$  : il y a environ 36,9% des étudiants de la classe qui mesurent entre 165 et 175 centimètres.

### À L'AIDE DE LA COURBE DES FRÉQUENCES CUMULÉES

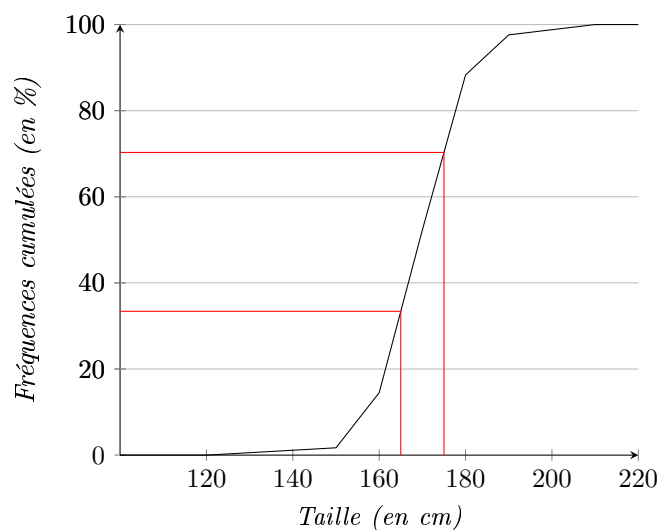
En repartant du tableau des fréquences :

Taille (en cm)	[120,150[	[150,160[	[160,170[	[170,180[	[180,190[	[190, 210[
Fréquence (en %)	1,7	12,8	37,8	36,0	9,3	2,3

On peut construire le tableau des fréquences cumulées :

Taille (en cm)	120	150	160	170	180	190	210
Fréquences cumulées (en %)	0	1,7	14,5	52,3	88,3	97,6	100

et ensuite tracer la courbe des fréquences cumulées :



Une lecture graphique (segment en rouge nous donne :

- environ 33% des étudiants mesurent moins de 165 centimètres ;
- environ 70% des étudiants mesurent moins de 175 centimètres ;

en, par conséquent, environ  $70 - 33 = 37\%$  des étudiants mesurent entre 165 et 175 centimètres.

**Remarque :** La méthode utilisée ici est une lecture graphique, par nature imprécise. On pourrait calculer exactement les valeurs de la courbe des fréquences cumulées à 165 et 175 centimètres, par exemple en calculant des équations de droites affines. La réponse finale serait alors la même que pour la méthode utilisant l'histogramme (36,9% des étudiants entre 165 et 175 centimètres). Ceci dit, le tri par classes introduit déjà son lot d'imprécisions, de telle sorte qu'une précision inférieure au pourcent est illusoire, et que la lecture graphique est en pratique largement suffisante.