Cours 1 : Puissances

Soit b un nombre *strictement positif* et n un entier positif. Le nomber b^n, appelé b **à la puissance** n, est le nombre

$$b^n := \underbrace{b \times b \times \ldots \times b}_{\text{n fois}}$$

Identités et puissances

On dispose des identités suivantes :
- $a^n \times b^n = (ab)^n$;
- $(b^n)^m = b^{nm}$;
- $b^0 = 1$;
- $b^1 = b$.

Par exemple,

$$\begin{array}{ccc} 10^2 \times 3^2 = 100 \times 9 = 900 & \text{et} & (10 \times 3)^2 = 30^2 = 900 \\ (10^2)^3 = 100^3 = 1\,000\,000 & \text{et} & 10^{2\times 3} = 10^6 = 1\,000\,000 \end{array}$$

Attention, les puissances se comportent plus mal avec l'addition (rappelez-vous des identités remarquables !) :

$$(2+3)^2 = 5^2 = 25 \text{ mais } 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

Valeurs de l'exposant

On peut généraliser ce qui précède à des valeurs de n négatives, en posant :

$$b^{-n} := \frac{1}{b^n}.$$

On peut aussi prendre des puissances non entières. Par exemple, le nombre $b^{1,3}$ sera bien défini, et compris entre b^1 et b^2. Tout ce qui précède reste valable.

Un cas particulier est la racine carrée : $b^{0,5} = \sqrt{b}$, car $(b^{0,5})^2 = b^{0,5\times 2} = b^1 = b$.

Par exemple,

$$\begin{array}{rcl} 2^{-3} & = & \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125 \\ 4^{0,5} & = & \sqrt{4} = 2 \\ 10^{0,3} & \simeq & 1{,}995 \end{array}$$