Un théorème central limite pour des chaînes de Markov

Niveau : L3

Une chaîne de Markov (sur un espace d'états fini Σ) est un processus stochastique $(M_n)_{n\geq 0}$ dont l'état M_{n+1} à l'instant $n+1$ dépend de l'état M_n à l'instant n, mais ne dépend pas des états précédents pourvu que l'on connaisse M_n. En général, les variables aléatoires $(M_n)_{n\geq 0}$ ne sont pas indépendantes.

Un exemple simple est celui du *dé magique* : un dé à 6 faces qui ne tombe jamais deux fois d'affilée sur la même face, mais dont les cinq autres résultats sont équiprobables.

Le but de ce projet est de montrer que, si l'on se donne une observable, c'est-à-dire une fonction $f : \Sigma \to \mathbb{R}$, alors la suite $(f(M_n))_{n\geq 0}$, sous des conditions faibles, satisfait un théorème central limite : la suite $((f(M_1) + \ldots + f(M_n))/\sqrt{n})$ converge en loi vers une variable aléatoire de loi normale.

Ce projet pourra être appuyé par des simulations numériques. Suivant le temps disponible, on pourra aborder, par exemple, un théorème central limite local.