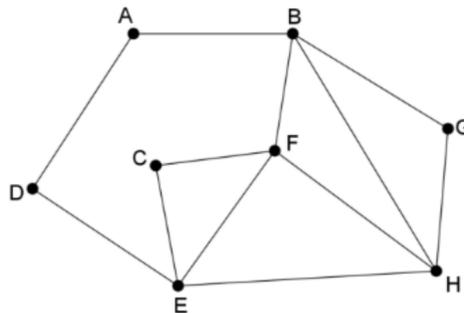


## EXERCICE 2 – 5 points

**PARTIE A** On considère le graphe  $\mathcal{G}$  ci-dessous :



- Déterminer en justifiant si ce graphe :
  - est connexe ;
  - admet une chaîne eulérienne.
- On note  $M$  la matrice d'adjacence associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

On donne :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 6 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 5 & 4 & 8 & 3 & 9 \\ 2 & 9 & 6 & 3 & 8 & 6 & 3 & 9 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 3 & 2 & 9 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Donner, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à B.

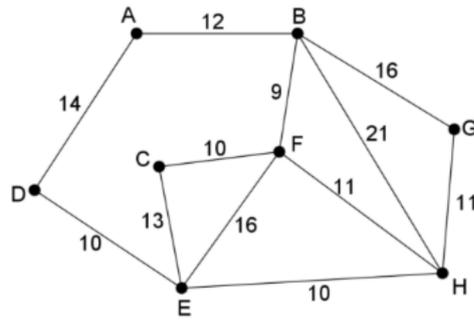
## **PARTIE B**

Un club alpin souhaite proposer à ses membres des randonnées de plusieurs jours dans les Alpes. À cet effet, huit refuges notés A, B, C, D, E, F, G et H ont été sélectionnés.

Le graphe  $\mathcal{G}$  de la partie A permet de visualiser les différents itinéraires possibles, les sommets représentant les refuges et les arêtes schématisant tous les sentiers de randonnée balisés les reliant.

- D'après l'étude effectuée dans la partie A, le club alpin est-il en mesure de proposer :
  - un itinéraire au départ du refuge A qui passerait par tous les refuges en empruntant une fois et une seule fois chacun des sentiers ? Si oui, proposer un tel itinéraire ;
  - des itinéraires de trois jours (un jour correspondant à une liaison entre deux refuges) reliant le refuge E au refuge B ? Si oui, combien peut-il en proposer ?

2. Le graphe  $\mathcal{G}$  est complété ci-dessous par la longueur en kilomètres de chacun des sentiers.



Le club alpin désire aussi proposer à ses membres l'itinéraire le plus court reliant A à H.

Déterminer cet itinéraire et en préciser la longueur en kilomètres.