

# Billards convexes

Damien THOMINE

Un *billard* est un type de système dynamique : on lance une particule sur une table de billard, et on la laisse se réfléchir sur les bords du billard. On suppose que la particule ne perd pas d'énergie, et peut donc continuer sa course indéfiniment.

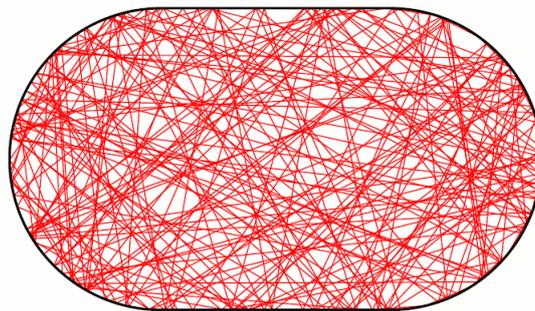


FIGURE 1 – Une trajectoire sur un billard stade.

On souhaite comprendre le comportement de sa trajectoire. Par exemple, est-ce qu'une trajectoire typique va s'approcher de n'importe quel point de la table, ou restera-t-elle confinée dans une sous-partie de celle-ci ?

Le comportement des trajectoires dépend très fortement de la forme de la table ; le système peut être très prévisible, chaotique, ou présenter toute une gamme de propriétés intermédiaires. Le but de ce projet est, dans un premier temps, d'étudier des tables de billard convexes simples (cercle, ellipse, ellipsoïde), et de déterminer des invariants des trajectoires. On pourra ensuite étudier plus finement ces trajectoires (*via* la notion de nombre de rotation), rechercher des trajectoires périodiques...

Suivant le temps et la motivation disponibles, on pourra s'attaquer à des phénomènes plus fins ayant lieu sur des tables circulaires ou ellipsoïdales, ou explorer qualitativement des tables plus complexes.

## Références

- [1] G.D. Birkhoff, *Dynamical systems*, With an addendum by Jurgen Moser. American Mathematical Society Colloquium Publications, Vol. IX American Mathematical Society, Providence, R.I. 1966. Ré-édition de l'ouvrage de Birkoff (1927). Chapitres VI.6, VIII.12 et VIII.13.
- [2] N. Chernov et R. Markarian, *Chaotic billiards*, Mathematical Surveys and Monographs, 127. American Mathematical Society, Providence, RI, 2006. Chapitre 1 uniquement.
- [3] S. Tabachnikov, *Geometry and billiards*, Student Mathematical Library, 30. American Mathematical Society, Providence, RI ; Mathematics Advanced Study Semesters, University Park, PA, 2005.