Vocabulaire de théorie des graphes

Un **graphe** est constitué :
– d'un ensemble fini de points appelés sommets,
– d'un ensemble fini de lignes, appelées arêtes ; chaque arête relie 2 sommets appelés ses extrémités. Si les 2 extrémités sont égales, on dit que l'arête est une boucle.
2 arêtes différentes peuvent avoir les mêmes extrémités.

Un **graphe simple** est un graphe sans boucle dans lequel 2 sommets sont reliés par au plus une arête. Une arête a est définie sans ambigüité par ses extrémités s et s', on note $a = ss'$.

Un **graphe orienté** est un graphe où chaque arête est orientée par une flèche. Une arête va d'une extrémité initiale à une extrémité finale.

Il y a tout un vocabulaire spécifique aux graphes orientés, qu'on ne va pas utiliser. On parlera d'arêtes orientées, de chemins orientés...

Je ne définirai pas les multigraphes (je dis juste "graphes").
Quand on ne précise pas, les graphes sont non orientés.
Je n'utiliserai pas la notation $G = (S, A)$, S et A étant les ensembles de sommets et d'arêtes.

2 sommets sont **voisins** s'ils sont reliés par une arête.

J'éviterai de dire "adjacent". Je ne vais pas définir une arête incidente à un sommet.
Je ne parlerai pas de matrice d'adjacence.

Le **degré** du sommet s, noté $d(s)$, est le nombre d'arêtes dont s est une extrémité. Les boucles sont comptées 2 fois (une fois par extrémité).

Dans un graphe orienté, $d^+(s)$ = nombre d'arêtes orientées ayant s comme extrémité initiale et $d^-(s)$ = nombre d'arêtes orientées ayant s comme extrémité finale.

Je ne vais pas définir un graphe d'ordre n (je dis "un graphe à n sommets").

Le **graphe complet** K_n est le graphe simple à n sommets dont tous les sommets sont adjacents.

2 graphes simples G, G' sont **isomorphes** si on peut numéroter les sommets de G et G' par $s_1, \ldots, s_n$ de façon que : $s_i s_j$ est une arête dans $G \iff s_i s_j$ est une arête dans G'.

Je n'ai pas parlé d'isomorphisme, ni d'application de G dans G' telle que...
Pour les graphes isomorphes, je me limite aux graphes simples.

Un **chemin** dans un graphe est une suite d'arêtes mises bout à bout.
Quand le graphe est simple, un chemin est défini sans ambigüité par la suite des sommets, et $s_0 s_1 \ldots s_n$ désigne le chemin constitué des arêtes $s_0 s_1, s_1 s_2, \ldots, s_{n-1} s_n$.

Je ne dis jamais "chaîne" (vocabulaire canonique pour les graphes non orientés) car je trouve que "chemin" est plus intuitif.

Un **chemin orienté** (dans un graphe orienté) est une suite d'arêtes orientées telle que l'extrémité finale d'une arête est égale à l'extrémité initiale de l'arête suivante.

La **longueur** d'un chemin est le nombre d'arêtes.

Un chemin est **fermé** si ses extrémités coïncident. Il est **simple** si toutes les arêtes sont distinctes.

Un graphe est **connexe** si pour tous sommets distincts s_1, s_2 il existe un chemin d'extrémités s_1 et s_1. La **composante connexe** d'un sommet est le plus grand sous-graphe connexe contenant s.

Dans un graphe non orienté, la **distance** entre 2 sommets est la longueur minimale d'un chemin joignant ces sommets (dans un graphe orienté, il faut parler de distance de s_1 vers s_2).