

Devoir maison

1. Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre 2. On pose $Y := \max\{X, 1/X\}$.
 - (a) Montrer que Y est à valeurs dans $[1, +\infty)$ presque sûrement.
 - (b) Calculer la fonction de répartition de Y .
 - (c) En déduire la loi de Y .
2. Dans ce qui suit, X et Y sont des variables aléatoires indépendantes.
 - (a) Supposons que X suit une loi exponentielle de paramètre 1, et que Y suit une loi uniforme sur $[0, 2]$. En utilisant le produit de convolution, calculer la loi de $X + Y$.
 - (b) Supposons que X suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, et que Y suit une loi normale $\mathcal{N}(\nu, \tau^2)$. En utilisant les fonctions caractéristiques, montrer que $X + Y$ suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu + \nu, \sigma^2 + \tau^2)$.
 - (c) Supposons que X suit une loi de Poisson de paramètre λ , et que Y suit une loi de Poisson de paramètre μ . En utilisant les fonctions caractéristiques, calculer la loi de $X + Y$.