

## TD 3 : ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

### SECTION 1. INTÉRÊTS COMPOSÉS

- Ex 1.** Un capital de 8000 euros est placé à intérêts composés au taux annuel de 4,5%. On note  $C_n$  la valeur acquise au bout de  $n$  années de placement.
- Calculer  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .
  - Écrire l'expression de  $C_n$  en fonction de  $n$ .
  - Quelle est la valeur acquise au bout de 7 ans ?
  - Quelle est la valeur acquise au bout de 7 ans et 8 mois ?
- Ex 2.** A la naissance de Matteo, son grand-père lui a offert un compte d'épargne sur lequel il a déposé avec un petit pécule. Aujourd'hui, pour son 18ème anniversaire, Matteo dispose de 8359€. Sachant que le taux d'intérêt moyen a été de 3,5% et qu'il n'y pas eu d'autres opérations ni de frais de gestion, calculez le capital déposé par le grand père.
- Ex 3.** Madame Ganga a un capital de 10000 euros placé à intérêts composés. Au bout de 8 ans, son capital se monte à 14774,55 euros. À quel taux d'intérêt a-t-il été placé ?
- Ex 4.** Il y a 10 ans, M. Rossi a déposé 20 000€ sur un compte épargne qui assure un taux de 3%. Sept ans après, il a retiré 10 000€. Combien y a-t-il d'argent sur son compte aujourd'hui ?
- Ex 5.** Le 1er Janvier 2000, M. Estrella a ouvert un compte épargne qui donne un taux d'intérêt annuel de 5%.

Le tableau ci-dessous indique les opérations effectuées depuis l'ouverture. Calculer la valeur acquise au 1er Janvier 2020 par chaque dépôt ou retrait. En déduire le capital total disponible à cette date.

Date	Dépôt /retrait (€)	années de capitalisation	Valeur acquise au 01/01/20
01/01/2000	30 000		
01/10/2001	10 000		
01/01/2015	-10 000		
01/10/2016	-30 000		

### SECTION 2. EMPRUNTS

- Ex 6.** Pour financer ses études, un étudiant veut souscrire à un prêt à un taux **annuel** de 5%.
- Convertir le taux annuel en un taux mensuel.
  - Il a prévu de rembourser en 10 **ans** avec des **mensualités** constantes de 80€. Quel capital peut-il emprunter ?
  - Après quelques réflexions, l'étudiant a décidé d'emprunter 10 000€, toujours en remboursant son prêt sur 10 ans. À combien les mensualités se porteront-elles ?
  - Après plus de réflexions, notre étudiant estime que, pour rembourser son prêt de 10 000€, ses mensualités ne doivent pas dépasser 80€. Combien de temps lui faudra-t-il pour rembourser le prêt ?

## EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

- Ex 7.** Le 01/01/1980, Mme Agech a déposé 10 000€ sur un compte épargne. Les premières années, la banque lui assurait un taux d'intérêt de 5%, mais à un certain moment le taux a baissé à 2%. Sachant que le 01/01/2010 il y avait 35 797€ sur le compte épargne, déterminer à quelle date la banque a changé le taux.
- Ex 8.** Un placement d'épargne a les caractéristiques suivantes. Chaque année, l'argent placé rapporte un bénéfice de 5%, et 200€ de frais de gestion sont prélevés sur l'argent placé (après versement des bénéfices).
- Alice a placé 10 000 €. Combien en aura-t-elle après une année ?
  - On note  $C_n$  l'argent dont dispose Alice après  $n$  années, en euros (avec  $u_0 = 10000$ ). Exprimer  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .
  - Quelle somme faut-il placer pour que le montant épargné ne change pas d'une année à l'autre ? On notera  $C^*$  cette valeur (en euros)
  - On pose  $D_n := C_n - C^*$ . Trouver  $D_0$ , et exprimer  $D_{n+1}$  en fonction de  $D_n$ .
  - En déduire une formule explicite pour  $C_n$ .
  - Supposons qu'Alice n'ait versé initialement que 2 000€. En combien de temps aurait-elle perdu son épargne ?