
Groupe 1 : Stabilité

Objectifs

On choisit le paramètre c entre 0 et 3. Soit $f_c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ la fonction définie par

$$f_c(x) = cx(1 - x) \text{ pour tout } x \in [0, 1].$$

L'intervalle $[0, 1]$ est stable par f_c . Étant donnée une valeur $x_0 \in [0, 1]$, on définit par récurrence la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ telle que $u_0 = x_0$ et $u_{n+1} = f_c(u_n)$ pour tout $n \geq 0$.

Objectif 1 : Mettez en commun vos travaux de première partie de séance, pour des paramètres $c \in [0, 3]$. Quel est le lien entre les observations des membres du groupe ?

Question 2 : Quels sont les avantages et inconvénients de chaque outil ?

Objectif 2 : Énoncez une ou des conjectures sur la suite $(u_n)_{n \geq 0}$. Comment chaque outil soutient-il cette conjecture ?

Objectif 4 : Dans la mesure du possible, démontrez la ou les conjectures énoncées.

Groupe 2 : Vitesses de convergence

Objectifs

On choisit le paramètre c dans $\{1, 2, 3, 1 + \sqrt{5}, 1 + \sqrt{6}\}$. Soit $f_c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ la fonction définie par

$$f_c(x) = cx(1 - x) \text{ pour tout } x \in [0, 1].$$

L'intervalle $[0, 1]$ est stable par f_c . Étant donnée une valeur $x_0 \in [0, 1]$, on définit par récurrence la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ telle que $u_0 = x_0$ et $u_{n+1} = f_c(u_n)$ pour tout $n \geq 0$.

Objectif 1 : Mettez en commun vos travaux de première partie de séance, pour des paramètres $c \in \{1, 2, 3, 1 + \sqrt{5}, 1 + \sqrt{6}\}$ ou proches de ces valeurs. Quel est le lien entre les observations des membres du groupe ?

Question 2 : Quels sont les avantages et inconvénients de chaque outil ?

Objectif 3 : Énoncez une ou des conjectures sur la suite $(u_n)_{n \geq 0}$. Comment chaque outil soutient-il cette conjecture ?

Objectif 4 : Dans la mesure du possible, démontrez la ou les conjectures énoncées.

Groupe 3 : Cascade de bifurcations

Objectifs

On choisit le paramètre c entre 3 et 3,56995. Soit $f_c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ la fonction définie par

$$f_c(x) = cx(1 - x) \text{ pour tout } x \in [0, 1].$$

L'intervalle $[0, 1]$ est stable par f_c . Étant donnée une valeur $x_0 \in [0, 1]$, on définit par récurrence la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ telle que $u_0 = x_0$ et $u_{n+1} = f_c(u_n)$ pour tout $n \geq 0$.

Objectif 1 : Mettez en commun vos travaux de première partie de séance, pour des paramètres $c \in [3; 3,56995]$. Quel est le lien entre les observations des membres du groupe ?

Question 2 : Quels sont les avantages et inconvénients de chaque outil ?

Objectif 3 : Énoncez une ou des conjectures sur la suite $(u_n)_{n \geq 0}$. Comment chaque outil soutient-il cette conjecture ?

Objectif 4 : Dans la mesure du possible, démontrez la ou les conjectures énoncées.

Groupe 4 : Désordre et ordre

Objectifs

On fixe le paramètre $c = 4$. Soit $f_4 : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ la fonction définie par

$$f_4(x) = 4x(1 - x) \text{ pour tout } x \in [0, 1].$$

L'intervalle $[0, 1]$ est stable par f_4 . Étant donnée une valeur $x_0 \in [0, 1]$, on définit par récurrence la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ telle que $u_0 = x_0$ et $u_{n+1} = f_4(u_n)$ pour tout $n \geq 0$.

Objectif 1 : Mettez en commun vos travaux de première partie de séance, pour le paramètre $c = 4$. Quel est le lien entre les observations des membres du groupe ?

Question 2 : Quels sont les avantages et inconvénients de chaque outil ?

Objectif 3 : Énoncez une ou des conjectures sur la suite $(u_n)_{n \geq 0}$. Comment chaque outil soutient-il cette conjecture ?

Objectif 4 : Dans la mesure du possible, démontrez la ou les conjectures énoncées.