
Examen de rattrapage de PCDD101P
Durée 2h. Documents et calculatrices interdits.
téléphones éteints et rangés dans les sacs.
IL EST INTERDIT D' ECRIRE AU CRAYON OU A L' ENCRE ROUGE
ECRIRE SON NOM
de manière lisible sur chaque copie.
Numéroter chaque copie.

Le 20 Juin 2024.

Exercice 1.

- 1) Résoudre dans \mathbb{C} l' équation $z^2 - z - (1 + i) = 0$.
- 2) En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l' équation $z^4 - z^2 + (1 + i) = 0$.

Exercice 2. Soit

$$A = \left\{ \frac{(-1)^p}{p} + \frac{2}{q} : p, q \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

- 1) A est-il majoré, minoré ? (justifier votre réponse).
- 2) Le cas échéant déterminer la borne supérieure et la borne inférieure de A (justifier votre réponse).

Exercice 3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

- 1) Montrer que le graphe de f admet deux tangentes parallèles à la droite d' équation $y = -3x$.
- 2) Donner l' équation cartésienne de ces deux tangentes.

Exercice 4. Soit $f :]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = (1 + x)^{\frac{1}{3}}$.

- 1) Calculer, f', f'', f''' .
- 2) Ecrire la formule de Taylor-Lagrange à l' ordre 2 en $x = 0$ pour f .
- 3) En déduire que

$$1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} \leq f(x) \leq 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81}, \quad \forall x \in [0, +\infty[.$$

Exercice 5. Calculer l' intégrale

$$\int_0^{\pi/2} x \sin(2x) dx.$$

Indication : intégrer par parties deux fois de suite.