PROGRAMME ET RÉSUMÉS

1. Emploi du temps

Lundi :

9h - 10h30 : Mini-cours n°1 – Aubrun
10h30 - 11h : Pause café
11h - 12h30 : Mini-cours n°2 – Melleray

14h–15h : Exposé n°1 – Stalder
15h–15h30 : Pause café
15h30–16h30 : Exposé n°2 – Bontemps

Mardi :

9h - 10h30 : Mini-cours n°1 – Aubrun
10h30 - 11h : Pause café
11h - 12h30 : Mini-cours n°2 – Melleray

14h–15h : Exposé n°3 – Matte Bon
15h–15h30 : Pause café
15h30–16h30 : Exposé n°4 – Paucar

Mercredi :

9h - 10h30 : Mini-cours n°3 – Escalier
10h30 - 11h : Pause café
11h - 12h30 : Mini-cours n°4 – Llosa / Tessera

Jeudi :

9h - 10h30 : Mini-cours n°5 – Kerr
10h30 - 11h : Pause café
11h - 12h30 : Mini-cours n°3 – Escalier

14h–15h : Exposé n°5 – Correia
15h–15h30 : Pause café
15h30–16h30 : Exposé n°6 – Joseph

Vendredi :

9h - 10h30 : Mini-cours n°4 – Llosa / Tessera
10h30 - 11h : Pause café
11h - 12h30 : Mini-cours n°5 – Kerr

2. Titres et résumés

Mini-cours

Nathalie Aubrun : Sous-décalages de type fini apériodiques sur les groupes de Baumslag-Solitar généralisés.

Résumé : Quels groupes de type fini admettent un sous-décalage de type fini apériodique ? De nombreuses constructions de SFT apériodiques sont connues, des obstructions à leur existence également, mais la question de caractériser les groupes qui en possèdent est à ce jour toujours ouverte. On conjecture néanmoins que ce sont exactement les groupes à un seul bout et dont le problème du mot est décidable. Cet exposé sera découpé en deux parties : dans un premier temps je ferai un état de l'art du problème et présenterai quelques techniques classiques de constructions de SFT apériodiques. Dans un second temps je présenterai comment adapter une des techniques précédente pour obtenir des SFT apériodiques sur le Baumslag-Solitar généralisés. Il s'agit un travail en commun avec Nicolas Bitar et Sacha Huriot-Tattegrain.

Amandine Escalier : Équivalence orbitale quantitative

Résumé : Un célèbre théorème d'Ornstein-Weiss stipule que tous les groupes moyennables, infinis, dénombrables sont orbitalement équivalents au groupe des entiers. Ainsi, l'équivalence orbitale n'a que faire de la géométrie. Afin d'affiner cette relation d'équivalence, nous pouvons mesurer l'intégrabilité des cocycles associés aux actions et obtenir un version quantitative.

La première partie de ce mini-cours présentera un panorama sur cette notion d'équivalence orbitale quantitative. Nous mettrons en valeur les liens entre géométrie des groupes (croissance, isopérimétrie) et quantification. Nous discuterons aussi les phénomènes de rigidité apparaissant en équivalence orbitale L1. Dans un deuxième temps nous présenterons des outils de construction et quantification d'équivalences orbitales entre groupes moyennables. Enfin, dans la dernière partie nous nous aventurerons hors du monde moyennable et étudierons le comportement des produits graphés.

Des notes de cours et les présentations pdf seront presque sûrement disponibles à l'adresse suivante : `https://perso.ens-lyon.fr/amandine.escalier/Conference_Besse`

David Kerr : Entropie et équivalence orbitale

Résumé : L'objectif principal sera de démontrer les résultats d'Austin et de Kerr et Li sur l'invariance de l'entropie par équivalence orbitale de Shannon (où l'entropie de Shannon des partitions definies par les cocyles est fini) dans le cadre d'actions p.m.p. de groupes moyennables de type fini. Le cas où le groupe est virtuellement cyclique nécessite des arguments spéciaux ; cependant, je présenterai une approche qui tente d'unifier les idées autant que possible.

Julien Melleray : Un théorème d'absorption

Résumé : Après avoir rappelé quelques notions de base de dynamique topologique, je présenterai une preuve relativement élémentaire d'un théorème d'absorption dû à Giordano, Putnam et Skau. À titre d'illustration, un cas particulier de ce théorème est le suivant : notons X l'ensemble de Cantor (vu comme les suites infinies à valeurs dans 0,1) et R la relation d'équivalence obtenue en décrétant que x R y ssi x et y coïncident à partir d'un certain rang ; puis S une relation obtenue en "recollant" deux R-classes, par exemple la relation la plus fine contenant R et pour laquelle les deux suites constantes sont équivalentes. Alors il existe un homéomorphisme g de X tel que gxg(R)=S.

La preuve est basée sur une modification d'un théorème de Krieger, et fait partie d'un travail en commun avec Simon Robert.

Claudio Llosa / Romain Tessera : IME classification of nilpotent groups

Résumé : A famous open problem in geometric group theory is the classification up to QI of nilpotent groups. It is generally conjectured that two simply connected nilpotent Lie groups are QI if and only if they are isomorphic. By an observation of Shalom, two amenable groups are QI if and only if they are uniformly measure equivalent, which in turn implies that they are integrable measure equivalent

(IME). This raises the natural question of classifying nilpotent groups up to IME. By an important result of Austin, we know that IME nilpotent groups have isomorphic Carnot-graded associated Lie groups. In this course we will explain a proof of the converse. More precisely, we will give an explicit construction of Følner tiling sequences for nilpotent groups that allows us to show that two nilpotent (simply connected Lie or finitely generated) groups which have isomorphic associated Carnot-graded Lie groups are integrable orbit equivalent, and so in particular are IME. This is based on a joint work with Thiebout Delabie.

Exposés :

Sasha Bontemps : Noyau parfait de l'espace des sous-groupes des groupes de Baumslag Solitar généralisés

Résumé : Dans cet exposé, on étudie l'espace des sous-groupes des groupes de Baumslag Solitar généralisés (GBS), c'est-à-dire des groupes agissant de façon cocompacte sans inversion sur un arbre orienté avec stabilisateurs d'arêtes et de sommets cycliques infinis. Les résultats présentés généralisent ceux obtenus par Alessandro Carderi, Damien Gaboriau, François Le Maître et Yves Stalder sur l'étude du noyau parfait des groupes de Baumslag Solitar.

Etant donné un GBS Γ agissant sur un arbre orienté T comme précédemment, on montre, de même que pour les Baumslag Solitar, que le noyau parfait est constitué de l'ensemble des sous-groupes Λ dont le graphe de groupes $\Lambda\ T$ est infini. On définit une fonction de l'ensemble des sous-groupes de Γ dans $\mathbb{N}\cup\{\infty\}$ qui est invariante par conjugaison et généralise la notion de phénotype définie pour les Baumslag Solitar. Cette quantité nous permet de partitionner le noyau parfait en un ensemble dénombrable de pièces invariantes par conjugaison sur lesquelles l'action par conjugaison est topologiquement transitive.

Pour parvenir à ces résultats, on explique comment perturber le graphe de groupes d'un sous-groupe Λ du noyau parfait de Γ et on montre que cette perturbation permet de créer un sous-groupe proche de Λ dans l'espace des sous-groupes de Γ. Pour ce faire, on donne une interprétation des graphes de groupes comme des graphes de Schreier "éclatés et écrasés".

Corentin Correia : Odomutants and quantitative orbit equivalence

Résumé : Two measurable bijections of a standard probability space are orbit equivalent if they have the same orbits up to conjugacy. In recent years, odometers have been a central class of systems for explicit constructions of orbit equivalences, using their combinatorial structure. In this talk we introduce a construction of orbit equivalence between odometers and new systems that we call odomutants. The starting point for this notion is a construction of Feldman in 1976, which enables us to get a first flexibility result about even Kakutani equivalence. Here we deal with a second result, about entropy. It follows from work of Kerr and Li that if the cocycles are log integrable, the entropy is preserved. Our construction of odomutants shows that their result is optimal, namely we find odomutants of positive entropy orbit equivalent to an odometer, with almost log integrable cocycles.

Matthieu Joseph : Graphes de Cayley et équivalences orbitales bornées/continues.

Résumé : Si G est un groupe de type fini et S une partie génératrice finie, le groupe d'automorphismes Ω du graphe de Cayley $\mathrm{Cay}(G,S)$ est un groupe localement compact qui contient G comme réseau cocompact. L'action gauche-droite de G sur Ω fournit une équivalence orbitale bornée et continue entre les actions au quotient $G \curvearrowright \Omega/G$ et $G \curvearrowright G\backslash\Omega$. Mais ces actions sont toujours isomorphes. Nous expliquerons une méthode pour modifier ce couplage et obtenir des équivalences orbitales bornées et continues entre des actions de G non-isomorphes. Nous appliquerons cette méthode à plusieurs familles de groupes : produits semi-direct à noyau fini, groupes d'Artin à angles droits non-abélien, etc. Ces résultats sont basés sur un travail en cours avec Camille Horbez.

Nicolàs Matte Bon : Applications facteur et laminations pour les actions minimales en dimension 1

Résumé : Je vais esquisser une démonstration du résultat suivant : soit G un groupe de type fini agissant minimalement sur deux variétés X, Y de dimension 1. Alors toute application continue G-equivariante de X vers Y est un révêtement. En particulier, lorsque X, Y sont homéomorphes à la droite réelle, une telle application est automatiquement un homéomorphisme conjugant les actions.

Notre démonstration passe par une étude approfondie des laminations invariantes pour les actions sur la droite réelle, notamment autour du nombre de laminations disjointes qu'une telle action peut admettre. Cela fait partie d'un projet en cours, avec J. Brum et M. Wolff.

Juan Paucar : Quantitative measured subgroups for locally compact groups.

Résumé : Quantitative Measured Subgroups have been introduced by Tessera, Le Maître, Delabie and Koivisto as a quantitative asymmetric analogue of Measure Equivalence for discrete groups. In this talk, I will introduce the same notion for locally compact compactly generated unimodular groups, proving the monotonicity of the isoperimetric profile in the locally compact case as well as the existence of a quantitative measured subgroup coupling from a regular embedding between locally compact groups (this is a measured analogue of coarse embedding between groups). As a consequence of this, I will finish by proving the monotonicity of the isoperimetric profile for regular embeddings between locally compact compactly generated unimodular groups.

Yves Stalder : Sur l'espace des sous-groupes d'un groupe de Baumslag-Solitar

Résumé : L'espace $\mathrm{Sub}(\Gamma)$ des sous-groupes d'un groupe dénombrable Γ hérite naturellement d'une topologie métrisable et compacte. On a alors une Γ-action par homéomorphismes donnée par la conjugaison. Cette Γ-action est par exemple bien utile pour définir les sous-groupes aléatoires invariants (IRS) et les sous-groupes uniforméments récurrents (URS) de Γ. Il est également naturel de chercher à classifier les Γ-actions transitives (sur des ensembles) et les classes d'équivalence de telles actions correspondent aux orbites de notre action sur $\mathrm{Sub}(\Gamma)$.

Dans cet exposé, je parlerai d'un travail commun avec Alessandro Carderi, Damien Gaboriau et François Le Maître, dans lequel nous étudions $\mathrm{Sub}(\Gamma)$ d'un point de vue topologique et dynamique lorsque $\mathrm{Sub}(\Gamma)$ est un groupe de Baumslag-Solitar $\mathrm{BS}(m,n) = \langle b, t \mid tb^m = b^n t\rangle$ lorsque $|m| \geq 2$ et $|n| \geq 2$.

J'introduirai deux définitions essentielles dans nos travaux : les graphes de Bass-Serre et la fonction phénotype. Grâce à ces outils je présenterai prioritairement les preuves (dans les grandes lignes) de deux résultats :

1. Lorsque $|m| \geq 2$ et $|n| \geq 2$, le cœur parfait (c-à-d la plus grande partie fermée sans point isolé) de $\mathrm{Sub}(\mathrm{BS}(m,n))$ est l'ensemble des sous-groupes dont le graphe de Bass-Serre est infini. (On peut noter que $|m| = 1$ ou $|m| = 1$, Becker, Lubotzky et Thom avaient précédemment montré que le cœur parfait est vide.)

2. Lorsque $|m| \geq 2$ et $|n| \geq 2$, la fonction phénotype décrit une partition $\mathrm{BS}(m,n)$-invariante naturelle de l'espace des sous-groupes, avec une composante fermée et une infinité de composantes ouvertes. Il en va de même pour le cœur parfait et dans ce cas l'action est topologiquement transitive sur chaque composante.

Enfin, si j'en ai le temps, j'aborderai nos résultats sur l'adhérence des composantes ouvertes (individuellement et collectivement).