Introduction à `Freefem++` .

Le logiciel s'exécute en tapant dans une fenêtre de terminal FreeFem++ suivi d'un nom de fichier, de type poisson.edp, qui contient les instructions (du type de celles décrites ci-dessous).

Définition d'un maillage, et d'un espace d'éléments finis

```
int np=50;
mesh Th=square(np,np);
fespace Vh(Th,P1);
```

Définition de l'inconnue, de la fonction test associée, et du champ de conductivité

```
Vh u,tu  ;
func k = 1+0.5*sin(y*4*pi) ;
```

Écriture de la formulation variationnelle, résolution du problème, et représentation graphique de la solution aprochées

```
problem Poisson(u,tu)=
int2d(Th)(k*(dx(u)*dx(tu)+dy(u)*dy(tu)))
        +on(1,u=0)+on(3,u=1);

Poisson  ;  plot(Th) ; plot(u, wait=1,ps="u.ps");
```

Les fonctions caractéristiques peuvent être définies à l'aide de quantités booléennes. Ainsi

```
func chi = (y > 0.5);
```

prend la valeur 1 pour $y > 0.5$, sinon 0. On prendra garde au fait que le calcul des intégrales pour assembler la matrice est basée sur des méthodes de quadrature. Pour savoir exactement ce qui est fait, on a intérêt à construire explicitement une version discrète de cette fonction. Le plus simple consiste à construire une fonction constante par morceaux, de la façon suivante :

```
fespace Xh(Th,P0) ;
Xh  chih = chi;
```

Le logiciel va construire la fonction correspondante en prenant la valeur au centre de l'élément.

Coupe.
On peut représenter la solution sur une coupe du domaine de la façon suivante :

```
int Nx = 200 ;  real[int] xx(Nx),uu(Nx);
  for(int i=0 ; i<Nx ; i++){
       xx(i) = i/real(Nx) ;
       uu(i) = uh(xx(i),0.5);
```

```
  }
  plot([xx,uu],wait=1);
```

La sortie graphique obtenue est assez sommaire. On pourra représenter la courbe à l'aide du logiciel gnuplot en sauvegardant les valeurs dans un fichier :

```
ofstream gnu("xxuu.gp");
for (int i=0;i<Nx;i++)
  {gnu << xx[i] << " " << uu[i] << endl; }
```

puis, dans gnuplot,

```
plot "xxuu.gp" with lines ;
```

Il pourra être intéressant d'inhiber toutes les sorties graphiques, par exemple pour estimer le temps de calcul effectif. On définira `bool ivisu=false`, puis on écrira des instructions graphiques conditionnelles

```
if(ivisu){plot(u, wait=1);}
```

Séance de TP 1.

1) Écrire un code de calcul `Freefem++` permettant d'estimer la conductivité équivalente d'un matériau composite isotrope de conductivité locale $k = k(x)$, selon l'approche proposée dans la section 1.1.1. On vérifiera par exemple que pour $k(x,y) = \exp(x+y)$, la conductivité équivalente tend vers e.

2) Adapter ce code de calcul au cas où l'on remplace la condition de Dirichlet sur la paroi inférieure par une condition de type Robin, et vérifier que l'on converge bien vers la solution avec condition de Dirichlet lorsque le paramètre β tend vers $+\infty$ (voir exercice 1.3).

3) Estimer l'ordre de convergence de la méthode en considérant un problème particulier (vérifier que l'erreur est divisée approximativement par deux lorsque le pas de maillage est divisé par 2). On pourra par exemple utiliser le cas proposé au premier chapitre, avec $u = \exp(-r^2)$, où r est la distance au centre du carré, pour une conductivité uniforme.

4) Écrire un logiciel `Freefem++` permettant de réaliser le programme d'estimation des propriétés effectives (module d'Young et coefficient de Poisson) d'un matériau composite. On pourra visualiser le déplacement en utilisant la commande

```
mesh mTh = movemesh(Th,[x+dt*ux,y+dt*uy]);  plot(mTh,wait=1) ;
```

où dt est un (petit) paramètre bien choisi. On prendra garde au fait que si dt est trop grand, le déplacement est susceptible de retourner des éléments, auquel cas le logiciel refusera de créer le maillage résultant.

7) On peut modéliser la dilatation des matériau en rajoutant au tenseur des contraintes un terme du type

$$-\alpha(T - T_0)\,\mathrm{Id},$$

où T est la température au point considéré, T_0 une température de référence, et α un coefficient de dilatation thermique.

a) Vérifier numériquement qu'un matériau à température uniforme est susceptible de se déformer si ses propriétés de dilatance ne sont pas uniformes (effet bilame).

b) Proposer un modèle numérique illustrant le fait qu'un matériau élastique maintenant homogène, mais chauffé non uniformément, est aussi susceptible de se déformer.

Thèmes de réflexion.

Concevoir un matériau composite au comportement auxétique, c'est à dire à coefficient de Poisson négatif.

Concevoir un matériau composite à dilatation thermique négative Plus précisément, assembler deux matériaux au comportement standard (dilatation positive, propriétés mécaniques éventuellement différentes) de façon à ce que le matériau résultant voie son volume (surface en 2D) diminuer lorsqu'on le chauffe.