Inférence de dépendances et fermetures

UE fondement de bases de données - TD3

1. Démontrez que les axiomes d'Armstrong sont justes en exploitant la définition de la satisfaction d'une DF.

   Les démonstrations sont évidentes. Je pense qu'il ne faut en corriger qu'une, la deuxième par exemple. Soit R un schéma de relation et X, Y, Z trois sous-ensembles de R.

   (a) Reflexivité : trivial

   (b) transitivité : Soit r une relation quelconque sur r telle que $r \models \{X \to Y; Y \to Z\}$. Soient $t_1, t_2 \in r$ deux tuples quelconques tels que $t_1[X] = t_2[X]$. Puisque $r \models X \to Y$ on a $t_1[Y] = t_2[Y]$. Puisque $r \models Y \to Z$ on a $t_1[Z] = t_2[Z]$.

   (c) augmentation

2. Dériver les règles suivantes à partir des règles d'Armstrong :
   - (Decomposition). Si $X \to YZ$ alors $X \to Y$ et $X \to Z$
     $Y \subseteq YZ$ donc $YZ \to Y$ (reflexivité)
     $Z \subseteq YZ$ donc $YZ \to Z$ (reflexivité)
     $X \to Y$ et $X \to Z$ se déduisent alors par transitivité.
   - (Union (composition)). Si $X \to Y$ et $X \to Z$ alors $X \to YZ$
     $X \to Y$ donc $X \to XY$ (augmentation par X de chaque côté)
     $X \to Z$ donc $XY \to YZ$ (augmentation par Y)
     Donc $X \to YZ$ par transitivité.
   - (Pseudo-transitive). Si $X \to Y$ et $WY \to Z$ alors $WX \to Z$
     $X \to Y$ donc $WX \to WY$ (augmentation)
     $WX \to Z$ (transitivité)

3. Soit F l'ensemble de DF suivant défini sur le schéma $R = ABCDE$.

BC→A	D→BE
AC→B	B→DE
AE→C	C→E

   (a) En utilisant les règles d'Armstrong ainsi que celles démontrées plus haut, démontrez par inférence que les DF suivantes appartiennent à F^+ :
   - $AD \to C$
     $D \to BE$ donc $AD \to ABE$ par augmentation
     $AD \to AE$ par décomposition
     $AD \to C$ puisque $AE \to C$ par transitivité
   - $AB \to C$
     $B \to DE$ donc $AB \to ADE$ par augmentation
     $AB \to AE$ par décomposition
     $AB \to C$ puisque $AE \to C$ par transitivité
   - $AE \to BD$
     $AE \to C$ donc $AE \to AC$ par augmentation
     $AC \to B$ donc $AE \to B$ par transitivité
     $B \to DE$ donc $B \to D$ par décomposition
     On en déduit $AE \to D$ par transitivité
     Par composition, on a $AE \to BD$.
   - $AC \to D$
     $B \to DE$ donc $B \to D$ par décomposition
     Or $AC \to B$ donc donc $AC \to D$ par transitivité
   - $CD \to A$
     $D \to BE$ donc $D \to B$ par décomposition
     $CD \to BC$ par augmentation
     puisque $BC \to A$ on a bien $CD \to A$ par transitivité

(b) Même question en calculant la fermeture des parties gauches à partir de l'algorithme suivant :

Require: F un ensemble de DF sur R, et $X \subseteq R$;
Ensure: X^+ la fermeture de X relativement à F ;

```
X+ := X ;
repeat
  ANC := X ;
  for all Y → Y' ∈ F telle que X+ ⊆ Y do
    X+ := X+ ∪ Y' ;
  end for
until X+ = ANC
Retourner X+.
```

Par exemple, pour la première :

on calcul AD^+ avec l'algo, on trouve $AD^+ = ABCDE$, donc $C \in AD^+$ et ainsi $F \models AD \rightarrow C$ (equivalent à $AD \rightarrow C \in F^+$).